Instituto Tecnológico de Aeronáutica

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Infraestrutura Aeronáutica
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Aeronáutica e Mecânica

Prova de Seleção – 1º semestre de 2017 – Questões de Matemática

04 de novembro de 2016

Nome do Candidato

Observações

1. Duração da prova: 90 minutos (uma hora e meia)
2. Não é permitido o uso de calculadoras ou outros dispositivos eletrônicos
3. Cada pergunta admite uma única resposta
4. Marque a alternativa que considerar correta na tabela abaixo
5. Utilize o verso das folhas para a resolução das questões

Questão	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16
Resp.																

Questões em Português

1. Toma-se uma balança de dois pratos e sete pesos distintos, com massas expressas como inteiros, de 1 a 7 kg. Usando todos os pesos de uma só vez, de quantos modos pode-se dispô-los nos dois pratos, de modo que a balança fique em equilíbrio?

   (a) 6
   (b) 7
   (c) 8
   (d) 12
   (e) 14

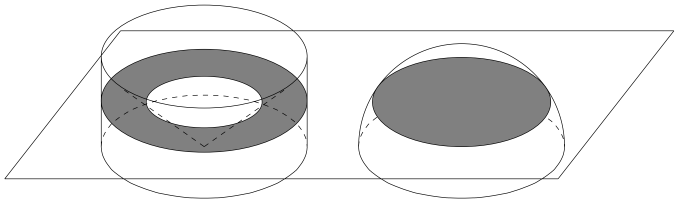

Figura 1: Anticlepsidra e esfera cortadas por um plano

2. A anticlepsidra é formada quando se subtrai do volume de um cilindro o volume de um cone de mesma base e mesma altura. Na Figura 1, apresenta-se uma anticlepsidra com mesma base e mesma altura que a semi-esfera. Ambas as figuras têm suas bases sobre o mesmo plano e são cortadas por um plano paralelo ao plano de base. Sobre as duas figuras, são feitas as seguintes afirmativas:

   I As seções de corte do plano referido têm a mesma área

   II As porções sólidas das figuras abaixo do plano de corte têm o mesmo volume.

   Assinale a opção correta:

   (a) A afirmação I e a afirmação II são *sempre verdadeiras*
   (b) A afirmação I é *sempre verdadeira* e afirmação II é *sempre falsa*
   (c) A afirmação II é *sempre verdadeira* e afirmação I é *sempre falsa*
   (d) A afirmação I e a afirmação II são *sempre falsas*
   (e) A veracidade das duas afirmações vai depender da altura do plano de corte

3. A Figura 2 mostra as três cônicas (elipse, parábola e hipérbole) dispostas sobre os eixos cartesianos. Em geometria analítica, estas curvas podem ser representadas pela equação geral

$$a\,x^2 + b\,x\,y + c\,y^2 + d\,x + e\,y + f = 0. \tag{1}$$

   Para qualquer cônica com $a\,c \neq 0$, o número de interceptos da mesma com o eixo x será definido através da discussão do sinal do seguinte discriminante:

   (a) $\Delta = 4\,a\,c - b^2$
   (b) $\Delta = d^2 - 4\,a\,f$
   (c) $\Delta = e^2 - 4\,c\,f$
   (d) $\Delta = 2\,f(4\,a\,c - b^2) + 2\,c(4\,a\,f - d^2) + 2\,a(4\,c\,f - e^2)$
   (e) Nenhuma das opções anteriores

4. Uma urna contém duas bolas vermelhas, duas bolas verdes e duas bolas azuis. Desta urna, três bolas são sorteadas sem reposição. Qual a probabilidade de resultarem do sorteio três bolas com cores diferentes?

   (a) 1/216
   (b) 1/27
   (c) 1/8
   (d) 2/9
   (e) 2/5

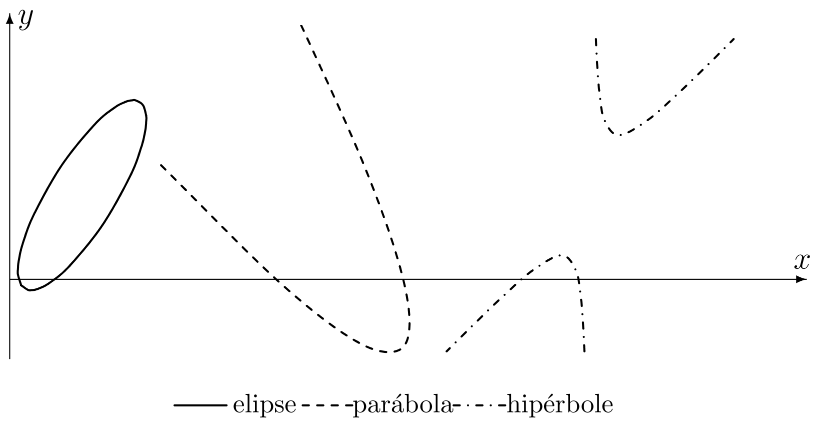

Figura 2: Cônicas

5. Em calmaria (ausência de ventos), um avião gasta 18 horas na viagem de Honolulu, no Havaí, até Tóquio, no Japão. Se o mesmo avião faz o mesmo percurso dentro da Corrente de Jato, que tem velocidade constante e sentido Honolulu-Tóquio, ele gasta 12 horas. Considerando-se que a soma direta das velocidades do avião e do vento é válida para o cálculo do tempo gasto, se o mesmo avião fosse voltar de Tóquio para Honolulu contra a Corrente de Jato, ele gastaria

   (a) 15 horas
   (b) 20 horas
   (c) 24 horas
   (d) 30 horas
   (e) 36 horas

6. Para ângulos menores do que 40°, a seguinte aproximação para cálculo do cosseno

$$\cos(\theta) \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}, \tag{2}$$

   quando θ é expresso em radianos, é bastante satisfatória. Logo, sobre as soluções da equação $\cos(\theta) = \theta$ (em radianos):

   (a) possui infinitas soluções periódicas
   (b) possui duas soluções
   (c) possui uma solução $\theta \approx \sqrt{3} - 1$ rad
   (d) possui uma solução $\theta \approx \sqrt{3} + 1$ rad
   (e) não possui soluções reais

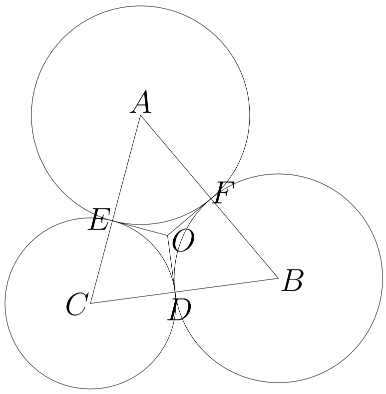

Figura 3: Triângulos com círculos em seus vértices

7. Quatro quadrados coloridos com quatro cores distintas, todos de aresta $l = 1$, podem ser justapostos dentro de um quadrado de aresta $l = 2$. Considera-se que dois modos de dispor estes quatro quadrados são iguais se, por rotação ou reflexão, pode-se fazer um modo coincidir com outro. Neste caso, de quantos modos diferentes pode-se justapor os quatro quadrados coloridos?

   (a) 3
   (b) 4
   (c) 8
   (d) 12
   (e) 24

8. A Figura 3 mostra um triângulo com três círculos tangentes entre si, com seus centros nos vértices do triângulo. Os segmentos DO, EO e FO partem dos pontos de tangência dos circulos e são tangentes aos mesmos. É *errado* afirmar que

   (a) Os segmentos serão sempre iguais
   (b) O é o centro do círculo circunscrito do triângulo ABC
   (c) O é o centro do círculo inscrito do triângulo ABC
   (d) O é o encontro das mediatrizes do triângulo DEF
   (e) $\widehat{OCE} = \widehat{OCD}$

Questões em Inglês

9. The system of equations

$$\begin{cases} \ln(x \cdot y) = -6 \\ \ln\left[y^{\ln(x)}\right] = 9 \end{cases} \tag{3}$$

   (a) has no solution $(x, y) \in \mathbb{R}^2$
   (b) has only one solution $(x, y) \in \mathbb{R}^2$
   (c) has two distinct solutions $(x, y) \in \mathbb{R}^2$
   (d) has four distinct solutions $(x, y) \in \mathbb{R}^2$
   (e) has a large number (infinite) of distinct solutions $(x, y) \in \mathbb{R}^2$

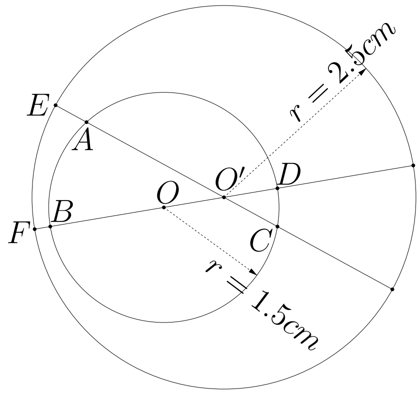

Figure 4: Circles and line segments

10. About the system of linear equations

$$\begin{cases} a^2x + y = a \\ x - y = 1 \end{cases} \tag{4}$$

the following statements are proposed:

I The system has no solution for some real value(s) of a

II The system has infinitely many solution for some other real value(s) of a

About the previous statements, one can say that:

(a) Both statements I and II are *always true*

(b) Statement I is *always true* while statement II is *always false*

(c) Statement II is *always true* while statement I is *always false*

(d) Both statements I and II are *always false*

(e) None of options above are true

11. In Figure 4, $\widehat{AB} = 4$ cm and $\widehat{CD} = 1$ cm. The center O' of the larger circle lies at the intersection of lines EC and BD. The length of $\widehat{EF}$ is

(a) 4

(b) 25/6

(c) 5

(d) 35/6

(e) 20/3

12. Figure 5 shows a *rhombic triacontahedron*, which is a non-regular convex polyhedron. It has 30 faces and 60 edges. The number of vertices of this solid is

(a) 26

(b) 28

(c) 30

(d) 32

(e) 34

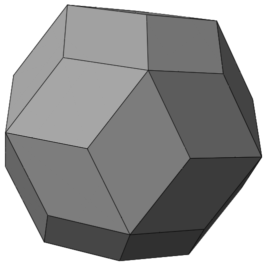

Figure 5: *rhombic triacontahedron*

13. If n is integer, which of the following numbers may not be divisible by 3?

    (a) $n^3 + n$
    (b) $n^3 - n$
    (c) $n^3 - 4n$
    (d) $n^3 + 3n^2 + 2n$
    (e) $n^4 - n^2$

14. A sequence of numbers a_n is given by the recursive relation

$$a_{n+1} = 2\,a_n + 1, \text{ with } a_0 = 1. \tag{5}$$

It is *wrong to* say that

   (a) a_n is odd for all n
   (b) if n is odd, a_n is divisible by 3
   (c) there are infinite a_n divisible by 7
   (d) $a_n < 2^n$ for all $n > 0$
   (e) the sequence $b_n = a_{n-1} - a_n$ is an arithmetic progression

15. During a special promotion, a certain filling station is offering a 20% discount on gas purchased after the first 20 gallons. If John purchased 50 gallons of gas, and Paul purchased 40 gallons of gas, then Paul's total per-gallon discount is what percent of John's total per-gallon discount?

    (a) 70%
    (b) 83.3%
    (c) 85.7%
    (d) 100 %
    (e) 125%

16. About combinations, the following statements are proposed:

    I $C_j^n = C_{n-j}^n, \forall n > j$
    II C_j^n is divisible by C_{j-1}^n

    About the previous statements, one can say that:

    (a) Both statements I and II are *always true*
    (b) Statement I is *always true* while statement II is *always false*
    (c) Statement II is *always true* while statement I is *always false*
    (d) Both statements I and II are *always false*
    (e) None of options above are true