Instituto Tecnológico de Aeronáutica

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Infraestrutura Aeronáutica
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Aeronáutica e Mecânica

Prova de Seleção – 1º semestre de 2016 – Questões de Matemática

5 de novembro de 2015

Nome do Candidato

Observações

1. Duração da prova: 90 minutos (uma hora e meia)
2. Não é permitido o uso de calculadoras ou outros dispositivos eletrônicos
3. Cada pergunta admite uma única resposta
4. Marque a alternativa que considerar correta na tabela abaixo
5. Utilize o verso das folhas para a resolução das questões

Questão	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16
Resp.																

Questões em Português

1. A equação $|x| + |y| + |z| = 1$ representa, no espaço de coordenadas $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$,

   (a) uma esfera centrada na origem
   (b) um cubo centrado na origem com faces perpendiculares aos eixos cartesianos
   (c) um cubo centrado na origem com faces inclinadas em relação aos eixos cartesianos
   (d) um octaedro centrado na origem
   (e) nenhuma resposta está correta.

2. Em uma gincana, um jogador é colocado à frente de três portas iguais, sabendo que ganhará um prêmio se abrir a porta certa. Ele escolhe uma das portas; porém, antes de abrí-la, o organizador da gincana abre uma das outras duas portas restantes, mostrando que não existe prêmio nesta porta aberta. Depois disso, o organizador oferece ao jogador a possibilidade de trocar sua escolha para a terceira porta, que não havia sido escolhida pelo jogador, nem aberta pelo organizador. O jogador aceita a oferta. Fazendo isso, o jogador:

   (a) diminuiu a probabilidade de acertar a porta premiada em 50%
   (b) permaneceu com a mesma probabilidade de acertar a porta premiada
   (c) aumentou sua probabilidade de acertar em 50%
   (d) aumentou sua probabilidade de acertar em 100%
   (e) nenhuma resposta está correta.

3. Sobre a equação do segundo grau em x

$$-a \cdot b \cdot x^2 + (a - b) \cdot x - 1 = 0,$$

   sabe-se que $a \cdot b \neq 0$. Sobre os seguintes eunuciados,

   (I) a soma das raízes é $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$
   (II) pode-se sempre calcular x pela fórmula de Bhaskara
   (III) as soluções sempre serão reais
   (IV) o produto das raízes é $-\frac{1}{a \cdot b}$

   pode-se dizer que

   (a) todas as afirmativas são falsas
   (b) apenas uma das afirmativas é verdadeira
   (c) apenas duas das afirmativas são verdadeiras
   (d) apenas três das afirmativas são verdadeiras
   (e) todas as afirmativas sao verdadeiras

4. Se P é o perímetro de um triângulo equilátero, qual dos seguintes valores corresponde à sua altura?

   (a) $\frac{P}{3}$
   (b) $\frac{\sqrt{3}}{3}P$
   (c) $\frac{P}{4}$
   (d) $\frac{\sqrt{3}}{6}P$
   (e) $\frac{P}{6}$

5. Quantos valores diferentes podem ser obtidos para a soma de três números, escolhidos arbitrariamente (sem repetição) do conjunto $\{1, 2, 3, 4, \ldots 15\}$?

   (a) 37

   (b) 42

   (c) $15 \cdot 14 \cdot 13$

   (d) $\dfrac{15 \cdot 14 \cdot 13}{3 \cdot 2 \cdot 1}$

   (e) 15^3

6. Podemos escolher 4 entre n objetos de 15 modos diferentes, caso a ordem deles não seja importante. Qual o valor de n?

   (a) 5

   (b) 6

   (c) 7

   (d) 8

   (e) 10

7. Na Figura 1, o triângulo ABC é mostrado com o segmento AE passando pelo centro do círculo inscrito e o segmento AE' passando pelo centro do círculo exinscrito. E e E' pertencem à reta de suporte do lado BC. Considere os seguintes enunciados:

   (I) $\angle BAE = \angle EAC$

   (II) E e E' são conjugados harmônicos de B e C

   (III) $\dfrac{BE'}{BA} = \dfrac{CE'}{CA}$

   (IV) $\angle EAE' = 90°$

   pode-se dizer que

   (a) todas as afirmativas são falsas

   (b) apenas uma das afirmativas é verdadeira

   (c) apenas duas das afirmativas são verdadeiras

   (d) apenas três das afirmativas são verdadeiras

   (e) todas as afirmativas sao verdadeiras

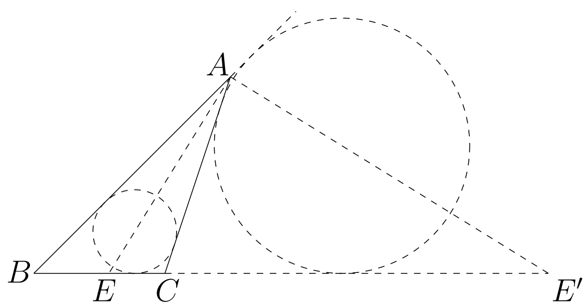

Figura 1: Triângulo com círculos inscrito e exinscrito

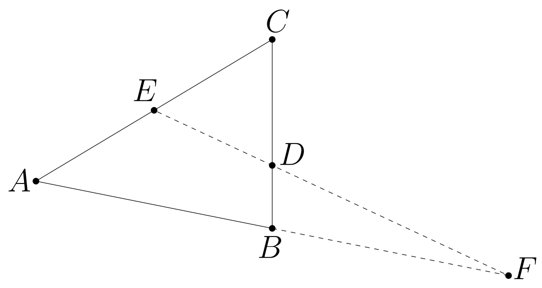

Figure 2: Triangle with a line intersecting two sides and the extension of another

8. Um certo restaurante possui uma demanda de uma entrega de um prato por dia, nos sete dias da semana. A empresa de entrega cobra r reais por entrega mais c centavos por prato entregue. Na semana passada, este restaurante teve uma média de x pedidos de pratos individuais por dia. Qual o custo total, em reais, das entregas da última semana?

   (a) $\dfrac{7\,c\,r\,x}{100}$
   (b) $r + \dfrac{7\,c\,x}{100}$
   (c) $7\,r + \dfrac{c\,x}{100}$
   (d) $7\,r\,x + \dfrac{7\,c\,x}{100}$
   (e) $7\,c\,r\,x$

Questões em Inglês

9. Figure 2 shows triangle ABC, with line EDF intersecting two sides and the extension of the third. According to Menelau's theorem, the following vector equality must hold:

   (a) $\dfrac{\overrightarrow{AF}}{\overrightarrow{FB}}\dfrac{\overrightarrow{BD}}{\overrightarrow{DC}}\dfrac{\overrightarrow{EA}}{\overrightarrow{CE}} = -1$
   (b) $\dfrac{\overrightarrow{AF}}{\overrightarrow{FB}}\dfrac{\overrightarrow{BD}}{\overrightarrow{DC}}\dfrac{\overrightarrow{CE}}{\overrightarrow{EA}} = -1$
   (c) $\dfrac{\overrightarrow{AF}}{\overrightarrow{FB}}\dfrac{\overrightarrow{DC}}{\overrightarrow{BD}}\dfrac{\overrightarrow{CE}}{\overrightarrow{EA}} = -1$
   (d) $\dfrac{\overrightarrow{AF}}{\overrightarrow{FB}}\dfrac{\overrightarrow{DC}}{\overrightarrow{BD}}\dfrac{\overrightarrow{EA}}{\overrightarrow{CE}} = -1$
   (e) none of the above expressions correspond to Menelau's theorem.

10. A geometric progression has $a_0 = 1$ and $q = 3$. The average of the first five terms is

   (a) 9
   (b) 13
   (c) 16.2
   (d) 24.2
   (e) 41

11. The system

$$\begin{cases} x_1 &= 1 \\ 2x_1 - x_2 &= 0 \\ 2x_2 - x_3 &= 0 \\ \vdots &= \vdots \\ 2x_8 - x_9 &= 0 \\ 2x_9 - x_{10} &= 0 \end{cases}$$

(a) has $x_{10} = -512$ as part of its solution
(b) has $x_{10} = 0$ as part of its solution
(c) has $x_{10} = 512$ as part of its solution
(d) has no real solution
(e) has several solutions and is not determined.

12. In the polynomial expression

$$(x+y+z)^3 = a_{003}x^3 + a_{012}x^2y + a_{021}xy^2 + a_{102}x^2z + a_{111}xyz + a_{120}y^2z + a_{201}xz^2 \\ + a_{210}yz^2 + a_{300}z^3,$$

a_{111} is

(a) 2
(b) 3
(c) 6
(d) 9
(e) 15

13. Working at a constant rate, Alice can finish a job in 6 hours. Bob, also working at a constant rate, can finish the same task in 3 hours. At last, if Clark works at a constant rate, he can finish the same task of Alice and Bob in 2 hours. If Alice, Bob and Clark work together in this task, each of them at his/her respective constant rate, how much time they will take to finish it?

(a) 30 minutes
(b) 40 minutes
(c) 60 minutes
(d) 1 hour and 50 minutes
(e) 2 hours

14. If n is a positive integer, which of the following *must* be *odd*?

(a) $(n+1)(n+1)$
(b) $(n+2)(n+4)$
(c) $(n+2)(n+5)$
(d) $n(n+4)+1$
(e) $(n+4)(n+3)-1$

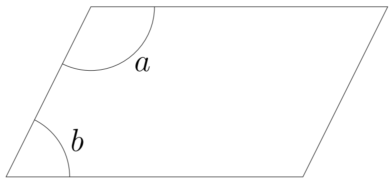

Figure 3: Paralelogram (drawing not in real scale)

15. Are a and b a positive integers?

    (I) $a + b$ is a positive integer

    (II) $a \cdot b$ is a positive integer

    (a) Statement (I) *alone* is sufficient, but statement (II) alone is not sufficient to determine it
    (b) Statement (II) *alone* is sufficient, but statement (I) alone is not sufficient to determine it
    (c) *Both* statements *together* are sufficient, but *neither* statement *alone* is *not* sufficient to determine it
    (d) *Each* statement *alone* is sufficient to determine it
    (e) Statements (I) and (II) *together* are not sufficient

16. In the paralelogram of Figure 3, $3a = b$. What is the value of $b - a$?

    (a) 2
    (b) 30
    (c) 45
    (d) 90
    (e) 135