



Divisão de Engenharia Civil

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Infra-Estrutura Aeronáutica

Prova de Seleção – 1º semestre de 2012 – Questões de Matemática

27 de outubro de 2011

---

Nome do Candidato

## Observações

1. Duração da prova: 90 minutos (uma hora e meia)
2. Não é permitido o uso de calculadora
3. Cada pergunta admite uma única resposta
4. Marque a alternativa que considerar correta na tabela ao lado
5. Utilize o verso das folhas para a resolução das questões

Questão	Resp.
1	A
2	C
3	A
4	B
5	C
6	C
7	E
8	D
9	B
10	E
11	E
12	E
13	C
14	B
15	B
16	C

## Fórmulas Úteis

- Volume de uma esfera de raio  $R$ :  $\frac{4}{3}\pi R^3$
- $2\pi \text{ rad} = 360^\circ$

## Questões em Português

1. A função  $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x}/(x^2 - 4)$  terá valores positivos para
  - (a)  $x < -4$  ou  $x > 2$
  - (b)  $x < -4$  ou  $x > -2$
  - (c)  $x \geq 0$  e  $x < 2$
  - (d)  $x > -2$  e  $x \leq 2$
  - (e) sempre será positiva

2. Um paralelepípedo retangular possui arestas com comprimentos de 3, 4 e 12 cm. Sabendo-se que todo paralelepípedo possui duas diagonais em cada face e quatro diagonais internas, pode-se afirmar que este paralelepípedo possuirá
- 16 diagonais de comprimento inteiro
  - 12 diagonais de comprimento inteiro e 4 diagonais de comprimento irracional
  - 8 diagonais de comprimento inteiro e 8 diagonais de comprimento irracional
  - 4 diagonais de comprimento inteiro e 8 diagonais de comprimento irracional
  - 16 diagonais de comprimento irracional
3. Sobre as raízes em  $x$  da equação  $\sqrt{2}x^2 + 4xy^3 + \sqrt{8}y^6 = 0$ , em sendo  $y$  um número real qualquer, pode-se afirmar que
- elas serão sempre iguais
  - elas serão sempre inteiras
  - elas serão sempre irracionais
  - não existirão raízes reais
  - nada se pode afirmar, pois elas dependem do valor de  $y$ .
4. Sobre o pentágono  $ABCDE$  da Figura 1, é *errado* afirmar que
- Seu perímetro é um número par
  - $\overline{DB} = 3$
  - $\widehat{CDB} = \frac{1}{2}\widehat{BCD}$
  - $\overline{BE}^2 = \frac{2}{3}\overline{BD}^2$
  - $\widehat{CDB} = \frac{\pi}{6}$  rad

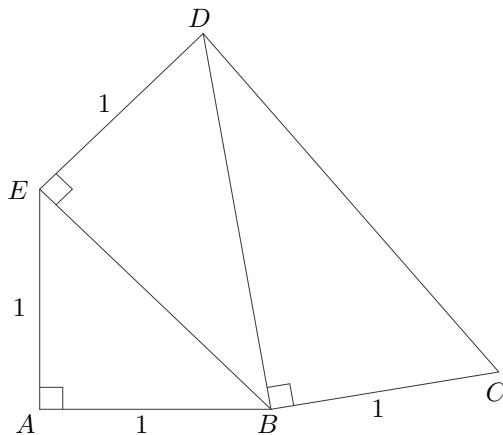


Figura 1: Pentágono formado por triângulos retângulos

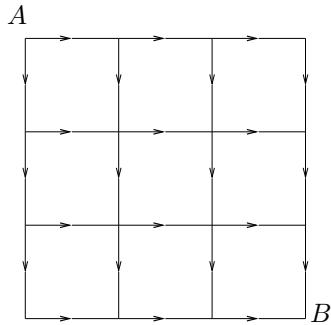


Figura 2: Sentido de tráfego em oito ruas

5. A Figura 2 mostra o sentido de tráfego de oito ruas que se cruzam em dezesseis esquinas, formando nove quadras. Quantos caminhos diferentes um carro pode fazer para se deslocar da esquina  $A$  para a esquina  $B$ ?
- (a) 9
  - (b) 16
  - (c) 20
  - (d) 24
  - (e) 25
6. Uma tecelagem sul-coreana fabrica cachecóis, todos de mesma largura. Ela emprega um certo número de funcionários trabalhando 8 horas por dia e sete dias por semana, fabricando cachecóis com 1,2 m de comprimento. Para estes produtos entrarem no mercado francês, a fábrica precisará reduzir a jornada de trabalho para sete horas por dia, seis dias por semana. O gerente resolveu compensar a queda de produção diminuindo o tamanho dos cachecóis para 90 cm. Supondo a produção de cada trabalhador em metros de chachecol diretamente proporcional às horas trabalhadas, para manter a produção semanal em número de cachecóis, o gerente deverá
- (a) dispensar 20% dos trabalhadores atuais
  - (b) dispensar 10% dos trabalhadores atuais
  - (c) manter o seu efetivo atual
  - (d) aumentar o número de trabalhadores em 20
  - (e) aumentar o número de trabalhadores em 25
7. Na Figura 3, se  $\frac{y}{x+y} = \frac{3}{8}$  então o ângulo  $x$  (em graus) será
- (a) 60
  - (b) 67,5
  - (c) 72
  - (d) 108
  - (e) 112,5

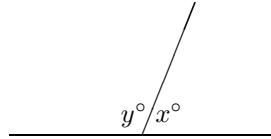


Figura 3: Ângulo raso com segmento de reta



Figura 4: Caixa para armazenamento de amostras de solo

8. Caixas similares à apresentada na Figura 4 são normalmente utilizadas para armazenamento e transporte de amostras cilíndricas de rocha, oriundas de sondagens rotativas. A caixa da figura possui quatro “slots”, com 1 m de comprimento cada um. Em uma sondagem realizada em uma rocha muito fraturada, foram recuperadas amostras (“testemunhos”) com os seguintes comprimentos:

- 1 amostra com 16,6 cm de comprimento
- 1 amostra com 25,0 cm de comprimento
- 2 amostras com 33,3 cm de comprimento
- 1 amostra com 50,0 cm de comprimento
- 1 amostra com 66,6 cm de comprimento
- 1 amostra com 75,0 cm de comprimento

Sobre o armazenamento destas amostras *em qualquer ordem*, pode-se afirmar que

- (a) foram necessárias duas caixas, pois não foi possível acomodar todas as amostras nos quatro “slots” de 1 m de uma caixa;
- (b) foi possível acomodar todas as amostras em uma caixa, mas não sobrou espaço maior que 1 cm em qualquer “slot”;
- (c) foi possível acomodar todas as amostras em uma caixa, com bastante espaço sobrando em cada slot, mas não foi possível deixar um “slot” completamente vazio;
- (d) foi possível acomodar todas as amostras em três slots, ficando um “slot” vazio
- (e) foi possível acomodar todas as amostras em dois slots

## Questões em Inglês

9. Four measurements of air temperature in a room produced the results  $24.3^{\circ}\text{C}$ ,  $a$ ,  $b$  and  $25.7^{\circ}\text{C}$ . If the average temperature is  $25^{\circ}\text{C}$  and if the standard deviation of the measurements is  $0.5^{\circ}\text{C}$ , then  $a$  and  $b$  must be

- (a) two measurements of  $25^{\circ}\text{C}$
- (b)  $24.9^{\circ}\text{C}$  and  $25.1^{\circ}\text{C}$
- (c)  $24.8^{\circ}\text{C}$  and  $25.2^{\circ}\text{C}$
- (d)  $24.7^{\circ}\text{C}$  and  $25.3^{\circ}\text{C}$
- (e)  $24.6^{\circ}\text{C}$  and  $25.4^{\circ}\text{C}$

10. If the system of equations

$$\begin{cases} x + 4y = a \\ x + y = 8 \end{cases}$$

has the same solution as the system

$$\begin{cases} x + 2y = 12 \\ x - y = 0, \end{cases}$$

$a$  must be equal to

- (a) 4
- (b) 8
- (c) 12
- (d) 16
- (e) 20

11. The average (arithmetic mean) of three numbers is  $3x + 2$ . If one of the numbers is  $x$ , what is the sum of the other two numbers?

- (a)  $x + 1$
- (b)  $2x + 2$
- (c)  $4x + 1$
- (d)  $4x + 3$
- (e)  $8x + 6$

12. From a triangle  $ABC$ , it is known that

- (1)  $\widehat{C} = \widehat{B}$
- (2)  $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$  cm

What is the right statement about ?

- (a) statement (1) *alone* is sufficient, but statement (2) alone is not sufficient to calculate  $\overline{BC}$ ;
  - (b) statement (2) *alone* is sufficient, but statement (1) alone is not sufficient to calculate  $\overline{BC}$ ;
  - (c) *both* statements (1) and (2) *together* are sufficient to calculate  $\overline{BC}$ , but *neither* statement *alone* is sufficient to calculate it;
  - (d) *each* statement *alone* is sufficient to calculate  $\overline{BC}$ ;
  - (e) statements (1) and (2) *together* are *not* sufficient to calculate  $\overline{BC}$ , and additional data specific to the problem are needed.
13. A car traveling at 90 kilometers per hour gets 9 kilometers per liter of gasoil fuel consumed. Traveling at 110 kilometers per hour, the car gets only 7 kilometers per liter. On a 1000-kilometer trip, if the car used a total of 120 liter of gasoil fuel and traveled part of the trip 90 kilometers per hour and the rest at 110 kilometers per hour, how many kilometers did it travel at 110 kilometers per hour?
- (a) 140
  - (b) 200
  - (c) 280
  - (d) 300
  - (e) 350
14. If 9 liters of gasoline are added to a tank that is already filled to  $\frac{3}{4}$  of its capacity, the tank is then filled to  $\frac{9}{10}$  of its capacity. How many liters does the tank hold ?
- (a) 50
  - (b) 60
  - (c) 70
  - (d) 80
  - (e) 90

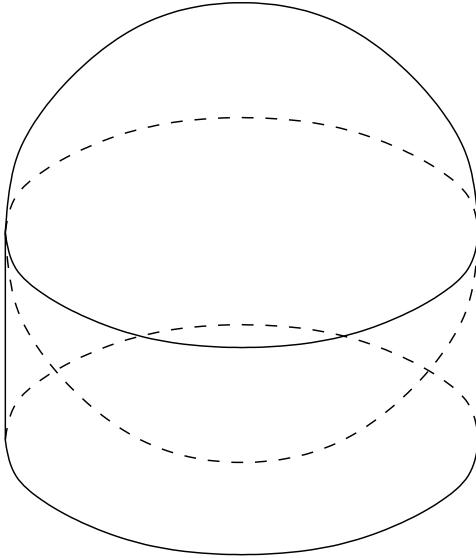


Figure 5: Cylinder tangent to sphere

15. Figure 5 shows a cylinder tangent to a sphere, both at the sphere's equator and at the base of the cylinder; So, the radius  $r$  of the sphere is equal to the radius of the cylinder. Their internal value are respectively  $V_{cyl}$  and  $V_{sph}$ . It is right to say that

- (a)  $V_{cyl}$  and  $V_{sph}$  are equal.
- (b)  $V_{cyl} = \frac{3}{4}V_{sph}$ .
- (c)  $V_{sph} = \frac{4}{3}\pi V_{cyl}$ .
- (d)  $V_{sph}$  and  $V_{cyl}$  will always be proportional to their external surfaces.
- (e)  $\frac{V_{sph}}{V_{cyl}}$  will always depend on  $r$ .

16. If  $n$  is a natural number, assign the wrong sentence

- (a) There are always  $n$  odd numbers between  $n^2$  and  $(n+1)^2$
- (b) There are always  $n^2$  integers between  $2n$  and  $(n+1)^2$
- (c) The number of integers between  $(n-1)^2$  and  $(n+1)^2$  is always even
- (d)  $n^2 + n$  is always even
- (e) The number of integers between  $(n+1)^3$  and  $n^3$  is always a multiple of 3.



Divisão de Engenharia Civil

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Infra-Estrutura Aeronáutica

Prova de Seleção – 1º semestre de 2012 – Questão de Inglês

27 de outubro de 2011

---

Nome do Candidato

## Observação

Duração da prova: 60 minutos

### A note about big numbers and small numbers (Texto para Tradução)

Throughout this book, you will find lots of very big and very small numbers. The human brain was not constructed to visualize numbers much bigger than 100 or much smaller than  $\frac{1}{100}$ , but we can train ourselves to do better. For example, being very used to dealing with numbers, I can more or less picture a million, but the difference between a trillion and a quadrillion is beyond my powers of visualisation. Many of the numbers in this book are far beyond trillions and quadrillions. How do we keep track of them? The answer involves one of the greatest rewiring feats of all time: the invention of *exponents* and *scientific notation*.

Let's begin with a fairly big number. The population of the Earth is about 6 billion. One billion is 10 multiplied by itself nine times. It can also be expressed as 1 followed by nine 0s. A shorthand notation for 10 multiplied by itself nine times is  $10^9$ , or *ten to the ninth power*. Thus, the Earth's population is roughly given by this equation:

$$6 \text{ Billion} = 6 \times 10^9.$$

In this case, 9 is called the exponent.

Here is a much bigger number: the total number of protons and neutrons in the Earth.

$$\text{Number of protons and neutrons in Earth (approximately)} = 5 \times 10^{51}.$$

That's obviously a lot bigger than the number of people on Earth. How much bigger? Ten to the fifty-first power has 51 factors of ten, but 1 billion has only 9. So  $10^{51}$  has 42 more factors of ten than  $10^9$ . That makes the number of nuclear particles in the Earth about  $10^{42}$  times bigger than the number of people. (Notice that I've ignored the multipliers 5 and 6 in the previous equations. Five and 6 are not very different from each other, so if you just want a rough "order of magnitude estimate," you can ignore them.)

Let's take two really big numbers. The total number of electrons in the portion of the universe that we can see with the most powerful telescopes is about  $10^{80}$ . The total number of photons is about  $10^{90}$ . Now,  $10^{90}$  may not sound so much bigger than  $10^{80}$ , but that's deceptive:  $10^{90}$  is  $10^{10}$  times bigger, and 10,000,000,000 is a very big number. In fact,  $10^{80}$  and  $10^{81}$  look almost the same, but the second number is ten times bigger than the first.

Now let's consider very small numbers. The size of an atom is about one ten-billionth of a meter (a meter is about a yard). In decimal notation, the size of an atom is = .0000000001 meters. Note that 1 appears in the tenth decimal place. Scientific notation for one ten-billionth involves a negative exponent, namely  $-10$ .

$$.0000000001 = 10^{-10}.$$

Numbers with negative exponents are small, and numbers with positive exponents are large.

Let's do one more small number. Elementary particles, such as the electron, are very light compared to ordinary objects. A kilogram is the mass of a liter (roughly a quart) of water. The mass of an electron is vastly smaller. In fact, the mass of a single electron is about  $9 \times 10^{-31}$  kilograms.

Exponents aren't the only shorthand people use to describe immensely large numbers. Some of these numbers have their own names. For example, a *googol* is  $10^{100}$  (1 followed by one hundred 0s), and a *googoplex* is  $10^{\text{googol}}$  (1 followed by a googol 0s), a tremendously bigger number.

*Fonte:* Susskind, L. (2008) *The black hole war – my battle with Stephen Hawking to make the world safe for quantum mechanics*. Back Bay Books, New York, p.10-13