

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA



Liana Cavalcante Lima

Análise de Vigas de Alma Senoidal

Trabalho de Graduação
2007

Civil

CDU 624.072.2

Liana Cavalcante Lima

Análise de Vigas de Alma Senoidal

Orientador
Francisco Alex Correia Monteiro, M.Sc.

Divisão de Engenharia Civil

SÃO JOSÉ DOS CAMPOS
COMANDO-GERAL DE TECNOLOGIA AEROESPACIAL
INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA

2007

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Divisão de Informação e Documentação

Lima, Liana
Análise de Vigas de Alma Senoidal
São José dos Campos, 2007,
Número de folhas no formato 38f.

Trabalho de Graduação – Divisão de Engenharia Civil –
Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2007. Orientador: Professor Francisco Alex Correia
Monteiro – ITA.

1. Vigas. 2. Senoidal. 3. Corrugada. I. Comando-Geral de Tecnologia Aeroespacial. Instituto
Tecnológico de Aeronáutica. Divisão de Engenharia Civil. II. Título

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

LIMA, Liana; **Análise de Vigas de Alma Senoidal**. 2007. 40f. Trabalho de Conclusão do Curso de Engenharia de Infra-Estrutura Aeronáutica – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Liana Cavalcante Lima
TÍTULO DO TRABALHO: Análise de Vigas de Alma Senoidal
TIPO DO TRABALHO/ANO: Graduação / 2007

É concedida ao Instituto Tecnológico de Aeronáutica permissão para reproduzir cópias deste trabalho de graduação e para emprestar ou vender cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta monografia de graduação pode ser reproduzida sem a autorização do autor.

Liana Cavalcante Lima
Rua Thomas Pompeu, 363 ap 101 Meireles
60160-080 Fortaleza - CE

ANÁLISE DE VIGAS DE ALMA SENOIDAL

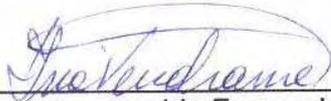
Essa publicação foi aceita como Relatório Final de Trabalho de Graduação



Liana Cavalcante Lima
Autora



Francisco Alex Correia Monteiro, M.Sc.
Orientador



Iria Fernandes Vendrame, D.Sc.
Coordenadora do Curso de Engenharia Civil - Aeronáutica

São José dos Campos, 26 de novembro de 2007

Dedico este trabalho aos meus Pais.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus que esteve comigo todos esses sete anos de ITA, e que não me deixou desistir.

Agradeço aos meus Pais, Familiares e amigos pelo grande apoio e conselhos durante esta jornada de estudos.

Agradeço à minha Conselheira Íria por me amparar nas horas que eu mais precisava.

Agradeço ao meu namorado por todo o carinho e amor essenciais à minha formação nesse curso tão difícil que escolhi.

Agradeço ao meu orientador Alex por sua ótima orientação.

Obrigada a todos de coração.

Resumo

Apresenta-se uma formulação teórica para o comportamento elástico de uma viga I de alma corrugada sob flexão no plano central e torção. Através de algumas hipóteses simplificadoras, estabelece-se o equilíbrio de um elemento infinitesimal da viga e obtêm-se as expressões para as tensões numa seção geométrica bem como o momento fletor e a força cortante. A análise mostra que a viga encurva-se para fora do plano central, enquanto, simultaneamente, flete nesse mesmo plano sob a ação de um carregamento distribuído. A flexão no plano é analisada usando-se a teoria convencional de vigas, ao passo que a torção é analisada como um problema de flexão transversal das mesas. Os resultados para uma viga simplesmente apoiada sujeita a um carregamento uniformemente distribuído é mostrado.

Abstract

A theoretical formulation of the linear elastic in-plane and torsional behavior of corrugated web I-girders under in-plane loads is presented. A typical corrugated web steel I-girder consists of two steel flanges welded to a corrugated steel web. Under a set of simplifying assumptions, the equilibrium of an infinitesimal length of a corrugated web I-girder is studied, and the cross sectional stresses and stress resultants due to primary bending moment and shear are deduced. The analysis shows that a corrugated web I-girder will twist out-of-plane simultaneously as it deflects in-plane under the action of in plane loads. In the paper, the in-plane bending behavior is analysed using conventional beam theory, whereas the out-of-plane torsional behavior is analysed as a flange transverse bending problem. The results for a simply supported span subjected to a uniformly distributed load are presented.

Conteúdo

1. Introdução.....	1
2. Definições e Hipóteses.....	3
3. Equilíbrio.....	8
4. Centro de Cisalhamento, Torção e Cinemático.....	15
5. Flexão Transversal da Mesa.....	18
6. Conclusão.....	29
Referências.....	30

Figuras

Figura 1.1 Viga I de alma corrugada.....	2
Figura 2.1 Seção Transversal da Viga I de alma corrugada.....	5
Figura 2.2 Esforços e tensões resultantes devido à flexão no plano central: (a) Esforços normais e tensões resultantes; (b) Esforços cortantes e tensões resultantes.....	6
Figura 3.1 Diagrama de corpo livre dos componentes individuais de uma viga de alma corrugada I	9
Figura 3.2 Diagramas de corpo livre da alma.....	10
Figura 3.3 Equilíbrio de uma seção infinitesimal.....	12
Figura 3.4 Tensões e Tensão resultante devido à flexão transversal da mesa: (a) Tensões normais e Tensões resultantes (b) Tensões cortantes e Tensões resultantes.....	14
Figura 4.1 Cinemática da flambagem de uma Viga I de alma corrugada.....	16
Figura 5.1 Convenção de sinais positivos e refinamento de elemento finito de uma viga I corrugada senoidal.....	18
Figura 5.2 Soluções de flexão transversal da mesa para viga I de alma senoidal sob carregamento uniforme aplicado.....	23
Figura 5.3 Soluções de flexão transversal da mesa para viga I de alma senoidal sob carregamento uniforme aplicado para $n = 5$ e $n = 5,5$	25
Figura 5.4 Soluções de flexão transversal da mesa para viga I de alma senoidal sob carregamento uniforme aplicado para $n = 20$ e $n = 20,5$	27

Capítulo 1

Introdução

Vigas são definidas como barras submetidas preponderantemente à flexão simples. São elementos estruturais utilizados na construção civil e podem ter sua seção transversal de variadas formas. Uma das formas mais utilizadas, quando o material é o aço, é a viga de alma I plana. Este trabalho trata sobre um tipo de viga I particular, que são as vigas de alma corrugada. A corrugação quer dizer que a alma da viga não é plana, e sim dobrada ou modelada, para depois ser soldada às mesas.

Vigas de alma corrugadas têm sido utilizadas em construções de aço em prédios na Europa desde os anos 60, e em pontes de rodovias na Europa e no Japão desde os anos 80. Uma típica viga I em aço de alma corrugada consiste em duas mesas de aço soldadas em uma alma de aço corrugada, como mostra a Figura 1.1. O perfil mais utilizado para corrugações em almas de vigas é o modelo trapezoidal, e em segundo lugar vem o modelo senoidal, mostrado na Figura 1.1. Pesquisas têm mostrado que as vigas de alma corrugada têm melhor resistência ao corte quando comparadas às vigas usuais de alma plana.

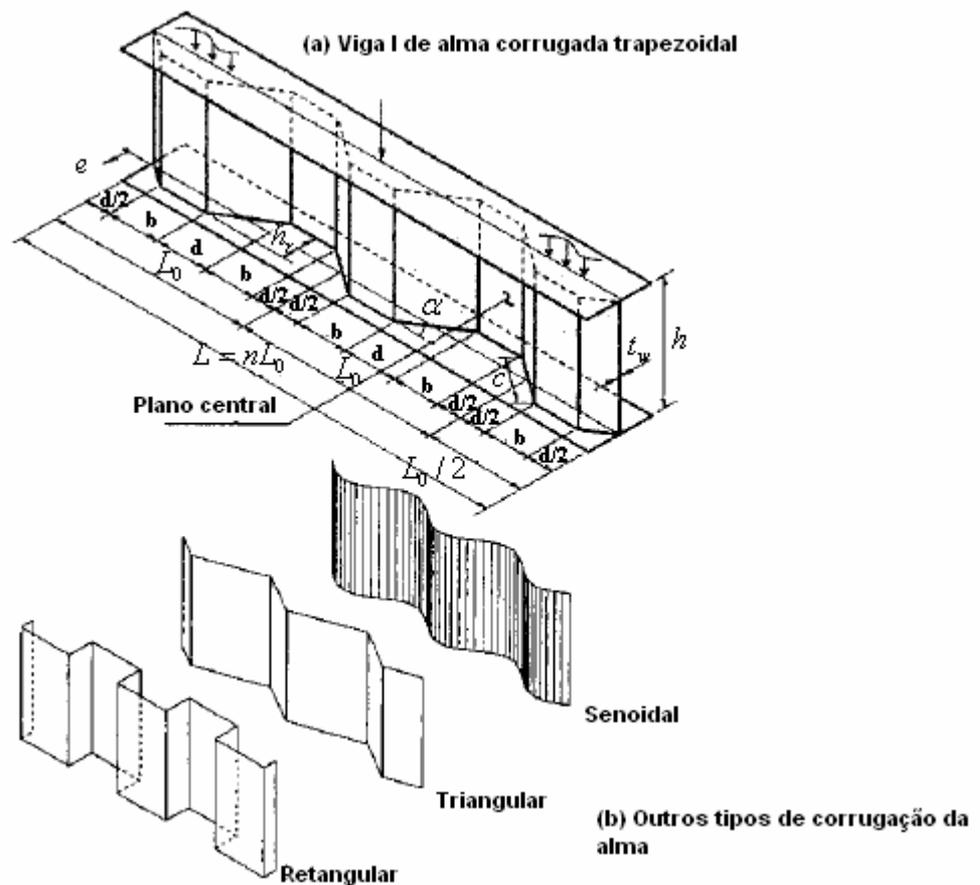


Figura 1.1 Viga I de alma corrugada.

Este trabalho apresenta uma análise do comportamento elástico linear de vigas I de alma corrugada devido a um carregamento plano, com ênfase na flexão transversal da mesa. Após realizarem-se algumas suposições, o equilíbrio de um elemento infinitesimal da alma corrugada de uma viga I será estudado, e os esforços serão deduzidos. O comportamento de flexão devido a essa carga no plano central será analisado usando-se a teoria convencional de vigas, ao passo que o comportamento fora do plano central será analisado como um problema de flexão transversal da mesa. Finalmente, serão comparados os esforços obtidos com os esforços de uma viga de alma plana comum.

Capítulo 2

Definições e Hipóteses

A Figura 1.1 mostra uma viga I de alma corrugada com um comprimento L e altura h . O perfil da alma é trapezoidal na figura, mas poderia ser qualquer um dos mostrados na Figura 1.1. A mesa superior e inferior são planas e situadas simetricamente com relação a um plano vertical que passa pelos seus centros geométricos, o qual é definido como plano central. Os carregamentos aplicados no plano central são definidos como carregamentos no plano. E, adicionalmente, o plano central é o referencial em torno do qual a alma corrugada oscila.

O comprimento L da viga pode ser expresso em termos do número n de corrugações e do comprimento de corrugação L_0 . Ou seja, $L = nL_0$. Se a excentricidade e da alma, definida com a sua distância em um ponto qualquer com respeito ao plano central, é zero no começo da viga e no final do comprimento, então dois tipos de arranjo são possíveis. O primeiro ocorre quando n assume um valor como 1, 2, 3 etc., e L engloba um número par de meias corrugações. O segundo arranjo ocorre quando n assume números como 0,5; 1,5; 2,5; etc., e L engloba um número ímpar de meia corrugações.

Uma importante característica da alma corrugada de uma viga I é a sua flexibilidade longitudinal. Pesquisas anteriores mostraram que a alma corrugada, ao contrário da alma plana, não suporta um momento fletor primário significativo. Esse comportamento é freqüentemente referenciado como efeito “sanfona”. Uma expressão para a razão de flexibilidade, definida como a flexibilidade longitudinal de

uma alma corrugada de viga I sobre a flexibilidade longitudinal de uma alma plana, pode ser determinada. Para uma corrugação trapezoidal

$$FR = 2 \frac{3\beta + 2}{\beta + \cos \alpha} \left(\frac{h_r}{t_w} \right)^2 \quad (2.1)$$

onde FR é a razão de flexibilidade, h_r é o comprimento de corrugação, t_w espessura da alma, α é o ângulo de corrugação, β é a razão entre o comprimento da alma paralelo ao plano central b e o comprimento inclinado da alma c . Todos estes parâmetros estão ilustrados na Figura 1.1.

O valor de FR varia pouco com α e β , porém varia muito com a razão h_r/t_w . Para corrugações trapezoidais típicas, h_r/t_w varia de 10 a 30 e FR varia de algumas centenas a alguns milhares, indicando que uma alma corrugada axialmente carregada não suporta nenhuma tensão longitudinal significativa quando comparada a uma alma plana sob as mesmas condições de carregamento. Isso nos leva a uma hipótese essencial assumida para a análise das vigas I de alma corrugada: hipótese (1) – momentos fletores primários são suportados inteiramente pelas mesas, sem contribuição da alma.

Das hipóteses da teoria de placas finas, segue que a alma e as mesas suportam forças transversais na secção apenas no seu próprio plano, o que nos leva à segunda hipótese: hipótese (2) – esforços cortantes primários são suportados inteiramente pela alma, sem contribuição das mesas.

Para a análise subsequente de vigas I de alma corrugada, admitimos algumas hipóteses em adição às hipóteses (1) e (2): hipótese (3) – seções transversais mantêm a mesma forma e as suas distorções podem ser ignoradas; hipótese (4) – seção plana permanece plana para as mesas e alma individualmente; hipótese (5) – a contribuição de torção de Saint Venant pode ser ignorada; hipótese (6) – o material é elástico, homogêneo e isotrópico; hipótese (7) – o equilíbrio é calculado no estado indeformado.

A Figura 2.1 mostra a seção transversal de uma viga I de alma corrugada em uma posição arbitrária ao longo do comprimento da viga ilustrada na Figura 1.1.

Os componentes da seção transversal (alma e mesas) são idealizados pela linha que passa pelo centro das suas seções. Um sistema de coordenadas

ortogonais XYZ que segue a regra da mão direita tem sua origem estabelecida no ponto O da Figura 2.1. Baseado na hipótese (1), o ponto O é escolhido como sendo coincidente com o centróide das duas mesas. Além disso, a Figura 2.1 mostra que, apesar da localização da alma, o eixo Y coincide com o plano central da viga.

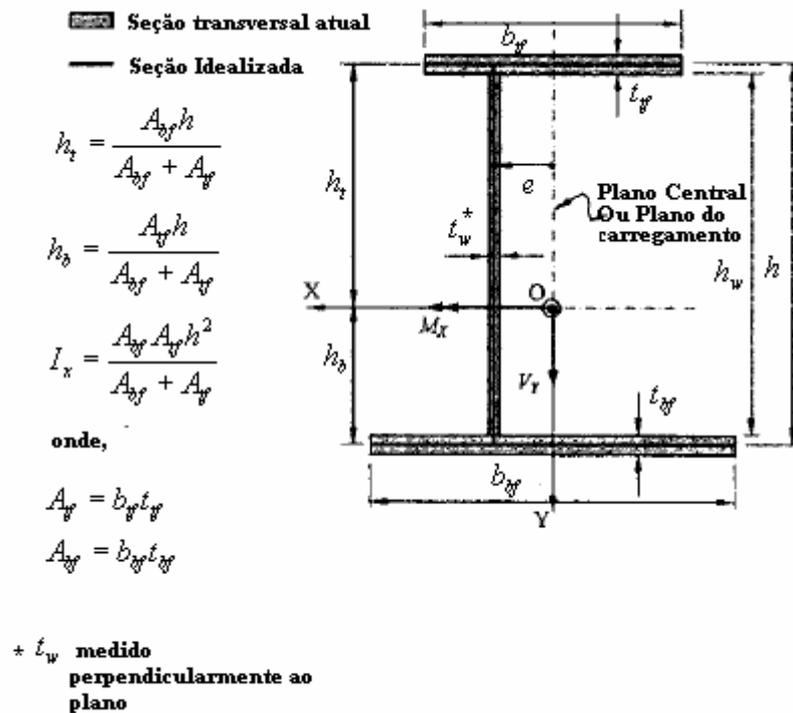


Figura 2.1 Seção transversal da viga I de alma corrugada.

Como ilustrado na Figura 2.1, o carregamento aplicado no plano central produz um esforço cortante primário V_y , na direção do eixo Y, e um momento fletor primário M_x em torno do eixo X. Os esforços V_y e M_x agem no plano central da viga e podem ser determinados utilizando-se a teoria convencional de vigas. Da hipótese (1) segue que M_x é resistido por duas forças normais N , de módulos iguais e sentidos contrários, nas mesas que agem no plano central da viga e que se relacionam com M_x da seguinte maneira: $N = M_x / h$. As tensões normais σ_b uniformemente distribuídas das mesas associadas a esse momento fletor são dadas por $\sigma_b = N / A_f$ ou $\sigma_b = M_x Y / I_x$, onde A_f é a área da mesa e I_x é o momento de inércia das duas mesas com relação ao eixo X, ignorando-se a contribuição da alma.

O estado de tensão mostrado na Figura 2.2 é resultado da flexão no plano central, para a qual as deflexões verticais u_Y podem ser calculadas a partir da relação momento-curvatura $M_X = -EI_X u_Y''$. Os esforços cortantes relacionados à flexão no plano central são ilustrados na Figura 2.2.

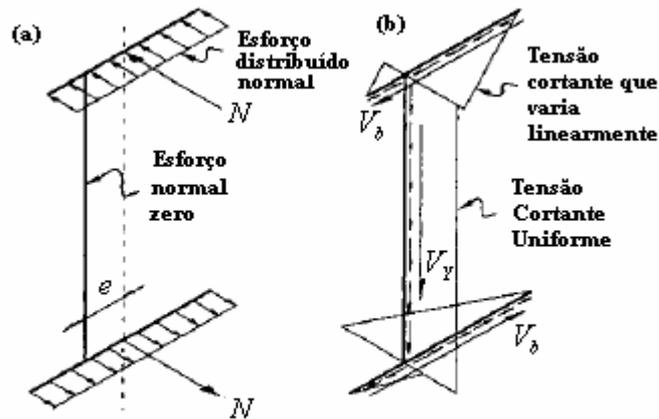


Figura 2.2 Esforços e tensões devido à flexão no plano central.

O fluxo de cisalhamento nas mesas q_B e na alma q_w podem ser determinadas usando-se a relação $q = V_Y Q_X / I_X$, onde Q_X é o primeiro momento de área com relação ao eixo X , ignorando-se a contribuição da alma. Da hipótese (2), a alma suporta toda a força cortante. Como a alma não suporta nenhum momento fletor segundo a hipótese (1), a tensão de cisalhamento na alma τ_w é constante ao longo do seu comprimento sendo dada por $\tau_w = V_Y / ht_w$, e o correspondente fluxo de cisalhamento na alma é, então, dado por $q_w = V_Y / h$. Devido à excentricidade e da alma, uma força cortante V_b se desenvolve refletindo a resultante de tensões nas mesas, e se relaciona com as forças cortantes primárias V_Y por

$$V_b = V_Y \frac{e}{h}. \quad (2.2)$$

As deflexões verticais no plano central das vigas I de alma corrugada devido a deformações na alma podem ser calculadas usando o método convencional de análise de vigas, exceto que as deflexões resultantes devem ser multiplicadas por

um fator de correção maior que 1, para considerar o aumento de comprimento da alma corrugada.

Capítulo 3

Equilíbrio

A Figura 3.1 retrata o diagrama de corpo livre de um elemento de comprimento dz da viga de alma corrugada. Um sistema de coordenadas ortogonais XYZ é estabelecido no topo da mesa, onde existe a origem O . Apenas os esforços são mostrados. Na seção anterior do elemento, uma força normal N , forças cortantes transversais V_b e V_t , e um momento fletor M_t agem nas mesas, ao passo que uma força cortante V_w age na alma. Na seção posterior do elemento, as mesmas forças com os seus incrementos infinitesimais estão atuando. Os esforços N e V_b já foram definidos. Os esforços V_t e M_t estão relacionados com a flexão transversal da mesa. A razão para se utilizar dois esforços cortantes aparentemente redundantes, V_b e V_t , será esclarecida posteriormente. O esforço V_w é igual em magnitude e direção ao cortante primário V_Y , porém sua posição varia ao longo do comprimento da viga. A excentricidade da alma e , conseqüentemente, a excentricidade da força cortante V_w com relação ao plano YZ são e e $e + de$ para as seções anterior e posterior, respectivamente. Note que na análise de equilíbrio subsequente, V_w é sistematicamente substituído por V_Y . Na junção alma-mesa, duas forças ortogonais entre si e horizontais H_X e H_Z agindo nos eixos X e Z , respectivamente, são mostradas. E uma força distribuída uniformemente p_Y que age no plano central da viga, também é mostrada na Figura 3.1.

Uma soma de forças na vertical dá a relação $dV_Y / dz = -p_Y$. Para determinar H_Z , a alma é projetada no plano YZ (Figura 3.2) e o equilíbrio em torno do ponto O' é

considerado. Ignorando-se termos de produtos infinitesimais e rearranjando os termos, a expressão para H_z é dada por

$$H_z = \frac{V_y dz}{h}. \quad (3.1)$$

Similarmente, para se determinar H_x , a alma é projetada no plano XY (Figura 3.2) e o equilíbrio de forças em relação ao ponto O'' é considerado. Novamente, desprezando-se os termos infinitesimais e rearranjado a equação, a expressão para H_x fornece

$$H_x = \frac{V_y de + dV_y e}{h} = \frac{d(V_y e)}{h}. \quad (3.2)$$

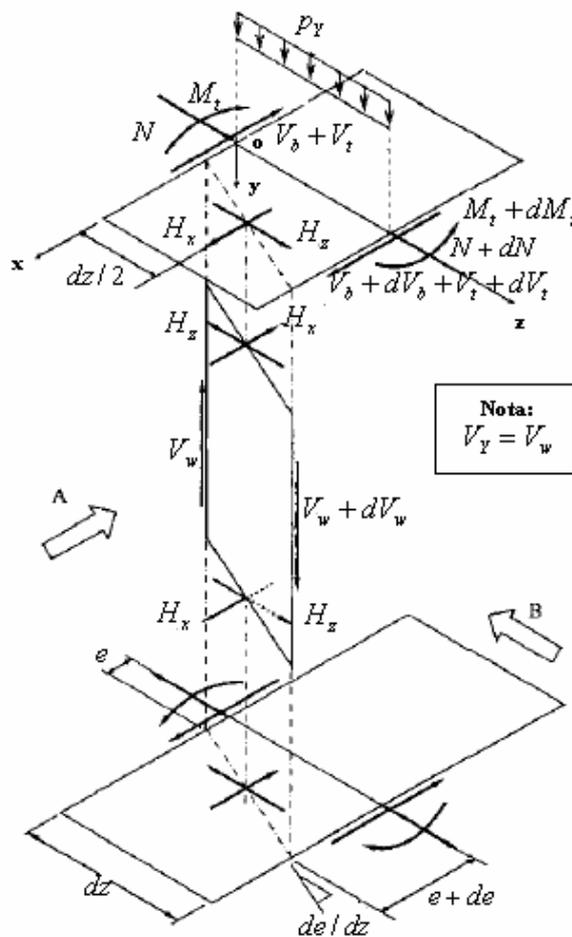


Figura 3.1 Diagrama de corpo livre dos componentes individuais de uma viga de alma corrugada I.

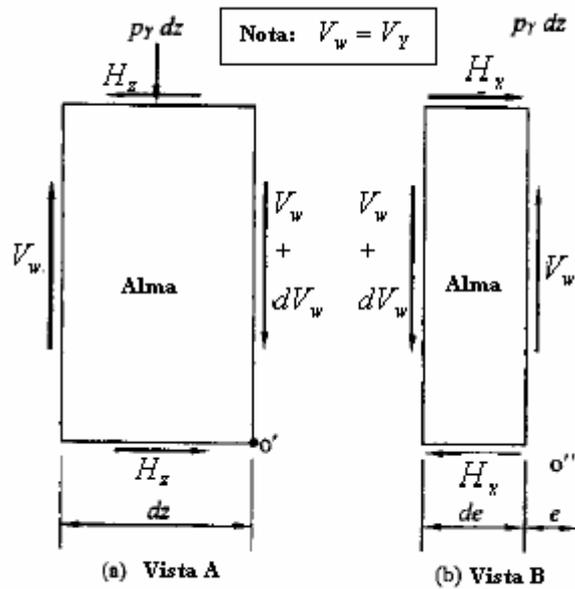


Figura 3.2 Diagramas de corpo livre da alma.

Os valores H_x e H_z agora são revertidos para as mesas, das quais o equilíbrio de corpo livre é considerado. A análise subsequente do equilíbrio da mesa é feita em relação à mesa superior, e o equilíbrio da mesa inferior também é feito, de forma similar. O somatório de forças na direção Z combinado com (3.1) e com a relação $N = M_x / h$ conduz a $dM_x / dz = V_y$.

Do somatório de momentos, em relação ao ponto O , dos esforços da mesa superior (Figura 3.1) tem-se

$$M_t + (V_b + dV_b)dz + (V_t + dV_t)dz + H_x \frac{dz}{2} - (M_t + dM_t) - H_z \left(e + \frac{de}{2} \right) = 0. \quad (3.3)$$

Substituindo as expressões anteriores de H_x e H_z em (3.3), segue que, tomando-se termos que contenham apenas um termo infinitesimal e dividindo-se a expressão por dz

$$V_b + V_t = \frac{V_y e}{h} + \frac{dM_t}{dz}. \quad (3.4)$$

O termo $V_y e / h$ do segundo membro de (3.4) já foi definido como sendo igual a V_b , que é a resultante do esforço distribuído na mesa associado às tensões normais presentes na mesma, que são uniformes ao longo da mesa, como mostra a Figura 3.1. Conseqüentemente, comparando ambos os lados de (3.4), chega-se a

$$V_t = \frac{dM_t}{dz}. \quad (3.5)$$

Observe que V_b está associado com as tensões normais uniformes da mesa provenientes da flexão no plano central, enquanto V_t está associado à flexão transversal M_t que se desenvolve por causa da excentricidade e da alma e de sua variação. As equações (3.4) e (3.5) sugerem que a flexão transversal pode ser separada da flexão no plano central, e que a mesa pode ser analisada como uma viga carregada no seu próprio plano.

Para se obter uma expressão para V_t faz-se o somatório de esforços que agem na mesa superior ao longo da direção X levando em conta (3.2)

$$-\frac{d(V_y e)}{h} - dV_t - dV_b = 0, \quad (3.6)$$

sabendo que $dV_b = d(V_y e) / h$ tem-se

$$dV_t = -\frac{2}{h} d(V_y e). \quad (3.7)$$

Integrando-se (3.7)

$$V_t = -\frac{2V_y e}{h} + C, \quad (3.8)$$

onde C é uma constante de integração. As expressões (3.5) e (3.8) são o ponto de início da análise da flexão transversal das mesas de vigas I de alma corrugada.

Uma análise alternativa de equilíbrio considera um diagrama de corpo livre de um segmento de corte de uma viga I de alma corrugada entre duas seções

separadas de uma distância infinitesimal dz (Figura 3.3). Os esforços cortantes V_t das mesas são omitidos e em vez disso um momento de torção M_z é levado em conta em adição a outras tensões resultantes, como mostra a Figura 3.3. Para evitar-se confusão desnecessária, M_z não é considerado na análise de equilíbrio e não é mostrado na Figura 3.3.

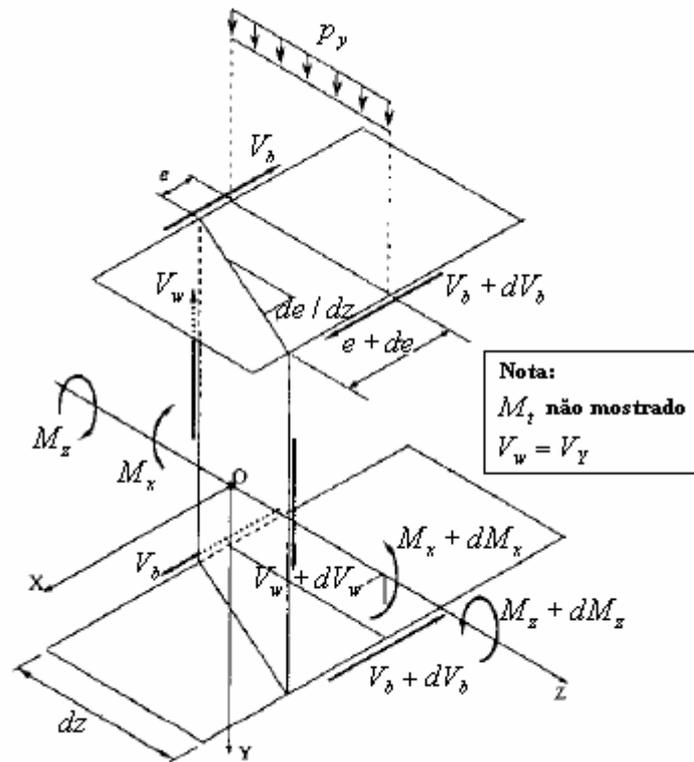


Figura 3.3 Equilíbrio de uma seção infinitesimal.

O equilíbrio de momentos em relação ao eixo Z, em torno de O, resulta

$$dM_z + V_y de + dV_y e + dV_b h = 0. \quad (3.9)$$

De (2.2)

$$dM_z = -2d(V_y e). \quad (3.10)$$

Integrando-se (3.10)

$$M_z = -2V_y e + C, \quad (3.11)$$

onde C é uma constante de integração. Ignorando-se a contribuição de torção de Saint Venant, M_z pode ser representado por duas forças iguais e opostas nas mesas, de magnitude V_t , que são distanciadas de h

$$M_z = V_t h. \quad (3.12)$$

Substituindo (3.12) em (3.10) e (3.11), obtém-se algo equivalente às expressões (3.7) e (3.8). A análise de equilíbrio retratada na Figura 3.3 demonstra que as vigas I de alma corrugada não podem ser analisadas utilizando-se apenas a teoria de vigas convencional. Sob a ação no carregamento no plano central, um momento de torção M_z é produzido, e como resultado a alma corrugada da viga I flamba para fora do plano, e simultaneamente ela deflete no plano.

O problema de flexão no plano e o problema de torção fora do plano podem ser resolvidos independentemente. O problema fora do plano pode ser resolvido tanto como um problema de flexão transversal da mesa em termos da disposição transversal da mesa, como um problema de torção em termos do ângulo de flambagem.

A Figura 3.4 retrata as tensões e a tensão resultante associada à flexão transversal da mesa. Note que as tensões na alma são zero porque uma placa como alma corrugada não carrega nenhuma tensão axial significativa. As tensões da Figura 3.4 podem ser sobrepostas às tensões originárias da flexão no plano (Figura 2.2) para prover o estado de tensões completo em uma viga I de alma corrugada.

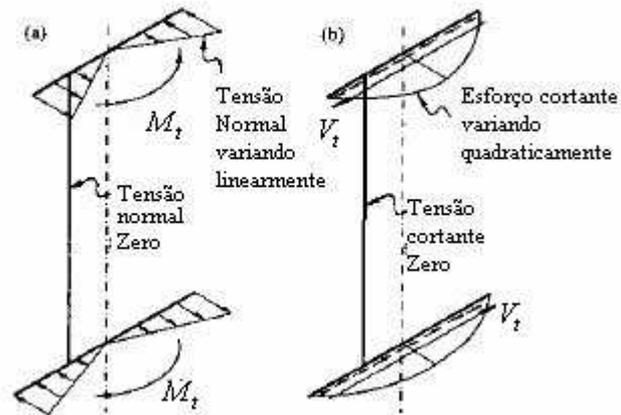


Figura 3.4 Esforços e tensões devido à flexão transversal da mesa.

Capítulo 4

Centros de Cisalhamento, Torção e Cinemático

Uma peça prismática é definida como aquela que, ao longo do seu eixo principal (no caso de uma viga, ao longo do eixo que caracteriza sua maior dimensão), ao realizarem-se cortes transversais para analisar-se a seção da peça, observa-se que a seção transversal obtida é sempre a mesma. Isso acontece no caso de uma viga de alma I comum. Porém, numa viga I de alma corrugada, a peça não é considerada prismática, pois a sua seção é variável devido à própria corrugação da alma (a alma apresenta a excentricidade variável ao longo do comprimento da viga).

Para uma peça prismática, a localização do centro de cortantes para cada seção transversal é uma linha reta S . Se os carregamentos externos forem aplicados em um plano que passa através dessa linha reta S , então as tensões e deflexões na peça prismática pode ser determinada pela teoria convencional de vigas apenas. Porém, a alma corrugada de uma viga I é não prismática e então a localização S não é uma reta. O ponto no plano de seção cruzada onde V_Y é posicionado para ser estaticamente equivalente às resultantes de esforços cortantes mostrado na Figura 3.1 define a posição horizontal de S , e segue que a coordenada X de S é dada por $X_S = 2e$ (ou seja, uma distância e da alma), como mostra a Figura 4.1. Similarmente, a posição vertical de S pode ser determinada, e é dada pela distância r_t medida a partir da superfície média da mesa superior ou dada pela distância r_b medida a partir da superfície média da mesa inferior, como ilustra a Figura 4.1.

Centro de cortante e torção

$$r_t = \frac{I_{\phi} h}{I_{tb} + I_{tt}}$$

$$r_b = \frac{I_{tt} h}{I_{\phi} + I_{tt}}$$

Onde,

I_{tt} = Inércia da mesa superior

I_{tb} = Inércia da mesa inferior

Relações de Cinemática:

$$u_{\phi} = \frac{I_{tt}}{I_{tb}} u_{tt}$$

$$\phi = \frac{u_{tt} + u_{tb}}{h}$$

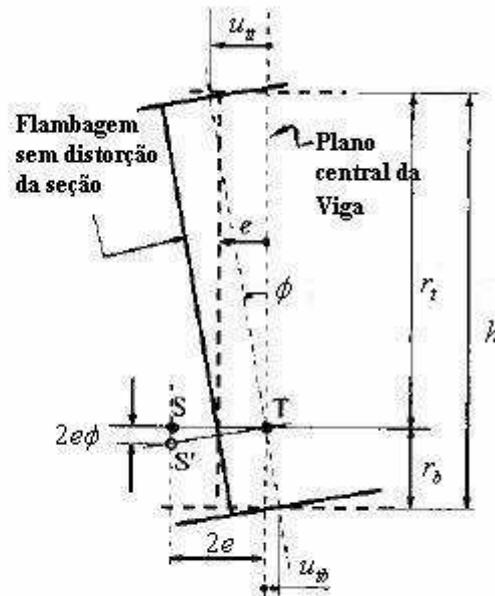


Figura 4.1 Cinemática da flambagem de uma viga I de alma corrugada.

Para peças prismáticas, a teoria de placas finas sugere que o centro de cortantes S e o centro de torção T (definido como o único ponto com o qual a seção transversal que não translada por conta da flambagem da seção) irão coincidir. Desde que uma viga de alma corrugada não é prismática, S e T geralmente não coincidirão. Tendo-se previamente estabelecido que o momento de torção M_z seja resistido pelas mesas sem a contribuição da alma, segue que T permanece no plano médio porque as duas mesas são, por definição, simétricas em relação ao plano médio.

A posição vertical de T é determinada considerando-se a disposição transversal da mesa (da flexão transversal da mesa) devido à torção. A disposição transversal da mesa inferior u_{tb} é inversamente proporcional ao momento de inércia em relação ao seu eixo principal I_{tb} e a disposição transversal da mesa superior u_{tt} é inversamente proporcional ao momento de inércia da mesa superior em relação ao seu eixo principal I_{tt} onde o primeiro símbolo subscrito denota transversal e o segundo denota de qual das mesas se trata, superior (*top*) ou inferior (*bottom*). Conseqüentemente pode ser mostrado que a posição vertical de T será a mesma de S , como mostra a Figura 4.1. Os centros S e T irão coincidir apenas quando a

excentricidade da alma for zero (isto é, quando a alma estiver no plano médio da viga).

A cinemática da flambagem, assumindo todas as condições, é retratada na Figura 4.1. Da hipótese (3), u_{tt} e u_{tb} podem ser relacionados diretamente ao ângulo de flambagem ϕ , como mostra a Figura 4.1. Essas relações sugerem que os cinemáticos podem ser expressos em termos das disposições transversais u_{tt} ou u_{tb} , ou em termos do ângulo de flambagem da seção transversal ϕ . O padrão sugere uma análise de flexão da mesa e mais tarde uma análise de torção. Note que se u_{tt} , u_{tb} ou ϕ é conhecido, os outros dois podem ser determinados pelas relações mostradas na Figura 4.1.

Capítulo 5

Flexão Transversal da Mesa

Soluções exatas para as equações governantes da flexão transversal da mesa de vigas I de alma corrugada sob carregamento no plano central são desenvolvidas para determinar os esforços V_t e M_t , e o deslocamento transversal u_t . As soluções são aplicáveis para a mesa superior e inferior, para as quais o sistema de coordenada local xyz e sinais são mostrados na Figura 5.1.

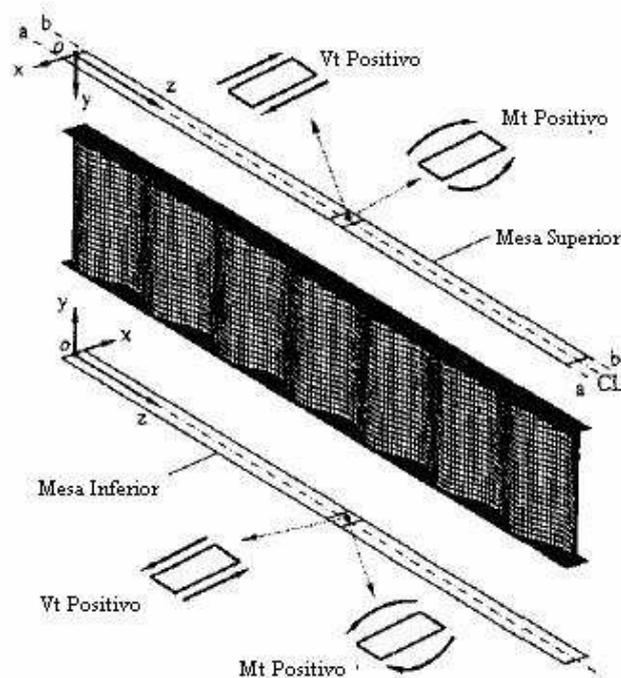


Figura 5.1 Convenção de sinais dos esforços.

Note que u_t é medido na direção do eixo x local da mesa. Tratando a mesa como uma viga carregada no próprio plano, a relação momento-curvatura para a mesa é dada por

$$-EI_t u_t'' = M_t \quad (5.1)$$

onde E é o módulo de elasticidade e I_t é o momento de inércia da mesa em relação ao eixo y local (Figura 5.1). Disso, segue por diferenciação e retomando que $V_t = dM_t / dz$

$$-EI_t u_t''' = V_t \quad (5.2)$$

Empregando a definição (3.8) e integrando sucessivamente (5.2)

$$-EI_t u_t'' = -\frac{2V_y e}{h} + C_1 \quad (5.3)$$

$$-EI_t u_t' = -\int \frac{2V_y e}{h} dz + C_1 z + C_2 \quad (5.4)$$

$$-EI_t u_t = -\int \left(\int \frac{2V_y e}{h} dz \right) dz + C_1 \frac{z^2}{2} + C_2 z + C_3 \quad (5.5)$$

$$-EI_t u_t = -\int \left[\int \left(\int \frac{2V_y e}{h} dz \right) dz \right] dz + C_1 \frac{z^3}{6} + C_2 \frac{z^2}{2} + C_3 z + C_4 \quad (5.6)$$

onde C_1 , C_2 , C_3 e C_4 são constantes de integração que podem ser determinadas pelas condições de contorno da flexão da mesa. Uma vez que essas constantes são determinadas, as expressões contínuas exatas para V_t , M_t , u_t , u_t' que são aplicáveis em qualquer ponto do comprimento da viga podem ser derivadas provido que as funções e as primeiras derivadas de e e V_y são contínuas. Essas condições são atingidas se uma função senoidal para a alma e for utilizada (Figura 5.1), e se a função que descreve V_y deriva de um caso típico de carregamento (por exemplo, carregamento distribuído uniforme). Para a presente análise, a função senoidal selecionada para a excentricidade do perfil da alma é

$$e = e_0 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi n}{L} z\right) \quad (5.7)$$

onde e_0 é a amplitude da corrugação definida por $e_0 = h_r/2$. Note que a função e assume que a excentricidade no início da viga é, geralmente, diferente de zero. Observe que se L incluir um número par de meias corrugações ($n = 1, 2, 3, \dots$) ou um número ímpar de meias corrugações ($n = 0,5; 1,5; 2,5; \dots$) a excentricidade é zero nas extremidades da viga.

É assumido que a mesa superior e inferior têm condições de contorno idênticas. Uma disposição transversal da mesa totalmente restrita ($u_t = 0$) implica em não flambagem da seção transversal ($\phi = 0$). Similarmente, uma mesa de rotação transversal totalmente restrita ($u_t' = 0$) implica não empenamento ($\phi' = 0$), e a curvatura transversal da mesa zero ($u_t'' = 0$) implica empenamento livre ($\phi'' = 0$).

Soluções exatas para diversos casos de carregamento de condições de contorno podem ser derivadas para a viga I de alma corrugada senoidal mostrada na Figura 5.1. ABBAS (2003) considerou cinco casos de carregamento de condições de suporte. Aqui, apenas o caso simples de suporte de uma viga sob um carregamento uniformemente distribuído é apresentado. A mesa é assumida com rótula nas extremidades ($u_t(0) = u_t(L) = u_t''(0) = u_t''(L) = 0$), que proporciona as condições de contorno necessárias para determinar as constantes de integração e, conseqüentemente, as equações exatas para V_t , M_t , u_t , u_t' podem ser derivadas. O procedimento de solução por si mesmo é direto e não será detalhado aqui. As soluções exatas podem ser expressas como o produto de uma constante e de uma função adimensional. As constantes dependem do carregamento aplicado p_y , do comprimento L , da altura h , da amplitude e_0 , do módulo de elasticidade E , e do momento de inércia da mesa I_t . A função Φ depende do número de corrugações n , e da posição normalizada $\zeta = z/L$. Note que as soluções são válidas para qualquer valor positivo de n .

$$V_t = \frac{p_y L e_0}{h} \left[(2\zeta - 1) s_\zeta + \frac{\Pi c_\Pi - 2s_\Pi + \Pi}{\Pi^2} \right] \quad (5.8)$$

$$M_t = \frac{p_y L^2 e_0}{h} \frac{1}{\Pi^2} \left[(1-2\zeta)\Pi c_\zeta + 2s_\zeta + (\Pi c_\Pi - 2s_\Pi + \Pi)\zeta - \Pi \right] \quad (5.9)$$

$$u_t' = \frac{p_y L^3 e_0}{EI_t h} \left(\frac{1}{\Pi^3} \left\{ \begin{aligned} &4c_\zeta - (1-2\zeta)\Pi s_\zeta - \frac{\Pi}{2} (\Pi c_\Pi - 2s_\Pi + \Pi) \zeta^2 \\ &+ \Pi^2 \zeta + \left[\left(1 + \frac{\Pi^2}{6}\right) c_\Pi - \left(\frac{6}{\Pi} + \frac{\Pi}{3}\right) s_\Pi - \frac{\Pi^2}{3} + 1 \right] \end{aligned} \right\} \right) \quad (5.10)$$

$$u_t = \frac{p_y L^4 e_0}{EI_t h} \left(\frac{1}{\Pi^4} \left\{ \begin{aligned} &(1-2\zeta)\Pi c_\zeta + 6s_\zeta - \frac{\Pi^2}{6} (\Pi c_\Pi - 2s_\Pi + \Pi) \zeta^3 \\ &+ \frac{\Pi^3}{2} \zeta^2 + \Pi \left[\left(1 + \frac{\Pi^2}{6}\right) c_\Pi - \left(\frac{6}{\Pi} + \frac{\Pi}{3}\right) s_\Pi - \frac{\Pi^2}{3} + 1 \right] \zeta - \Pi \end{aligned} \right\} \right) \quad (5.11)$$

onde $\zeta = z/L$, $\Pi = 2\pi n$, $c_\zeta = \cos(2\pi n\zeta)$, $c_\Pi = \cos(2\pi n)$, $s_\zeta = \text{sen}(2\pi n\zeta)$, $s_\Pi = \text{sen}(2\pi n)$.

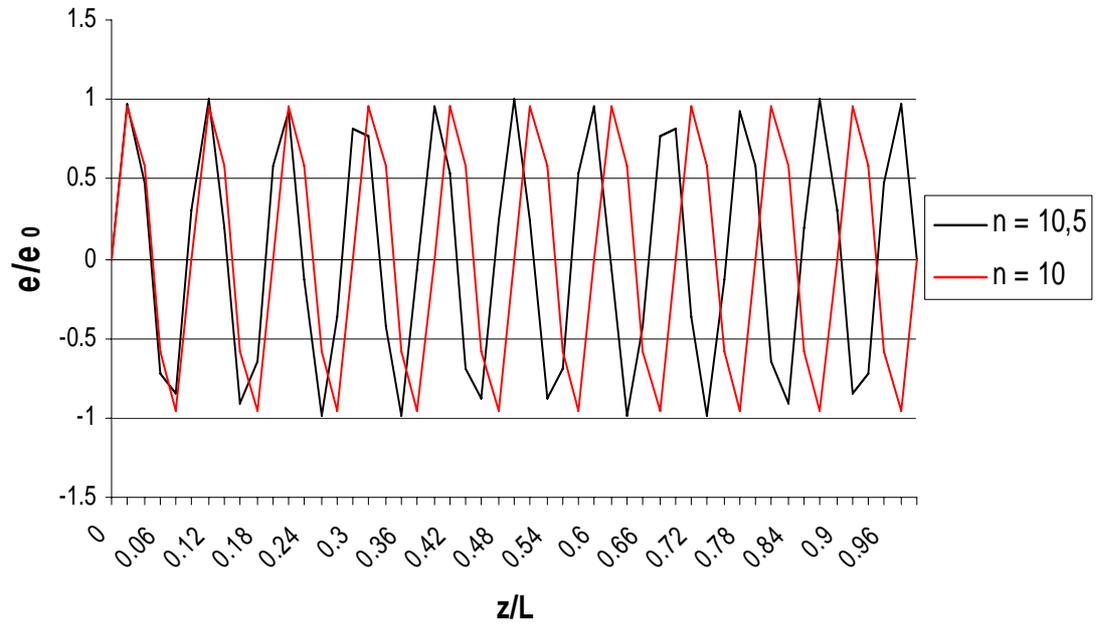
Logo, para as expressões de V , M e u as funções não-dimensionais Φ valem

$$\Phi_V = V_t / \left(\frac{p_y L e_0}{h} \right) \quad (5.12)$$

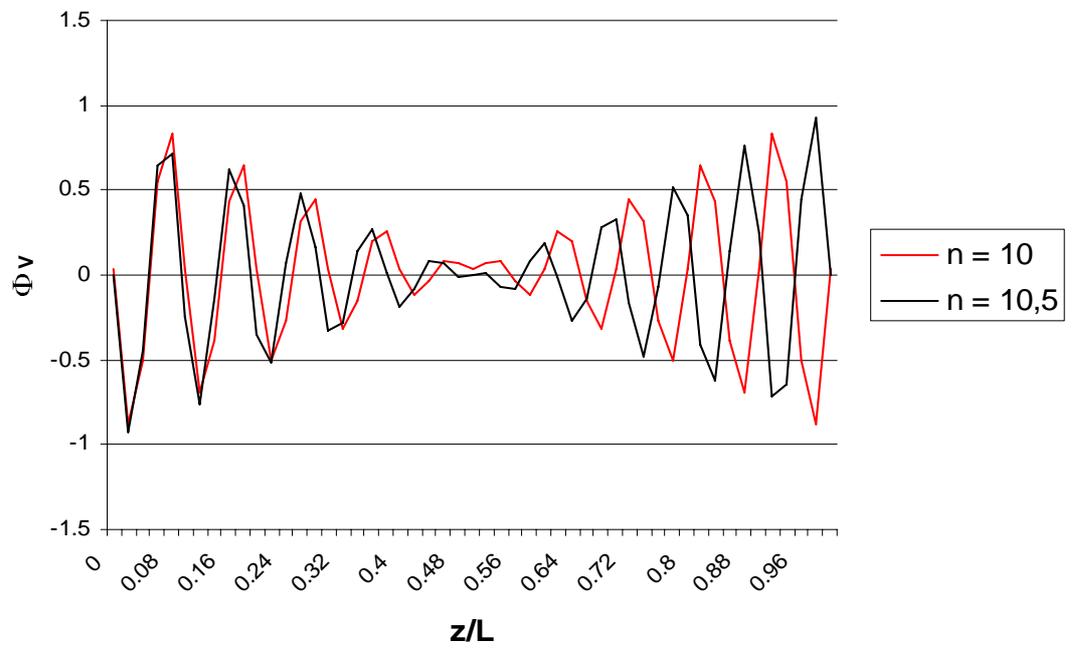
$$\Phi_M = M_t / \left(\frac{p_y L^2 e_0}{h} \right) \quad (5.13)$$

$$\Phi_u = u_t / \left(\frac{p_y L^4 e_0}{EI_t h} \right) \quad (5.14)$$

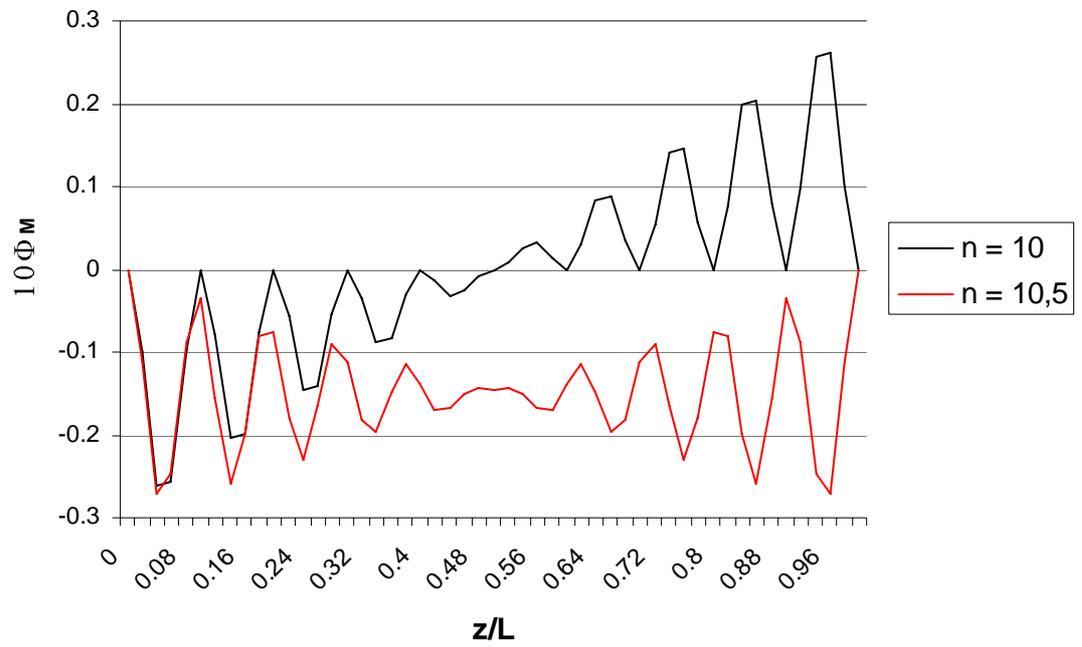
As funções adimensionais Φ correspondentes a V_t , M_t e u_t são graficamente representadas nas figuras abaixo.



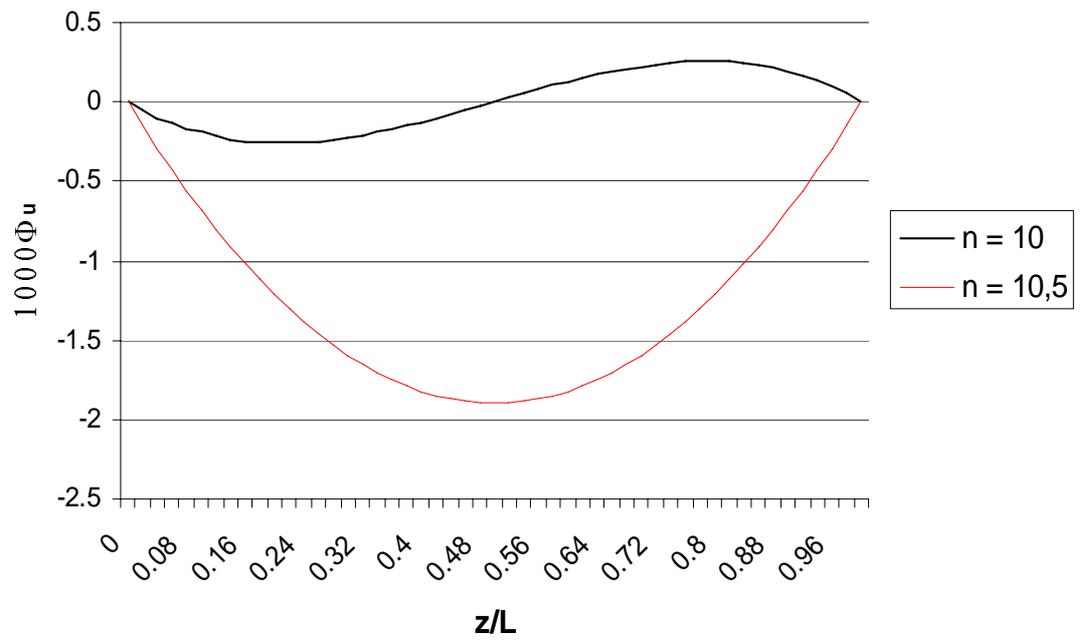
(a)



(b)

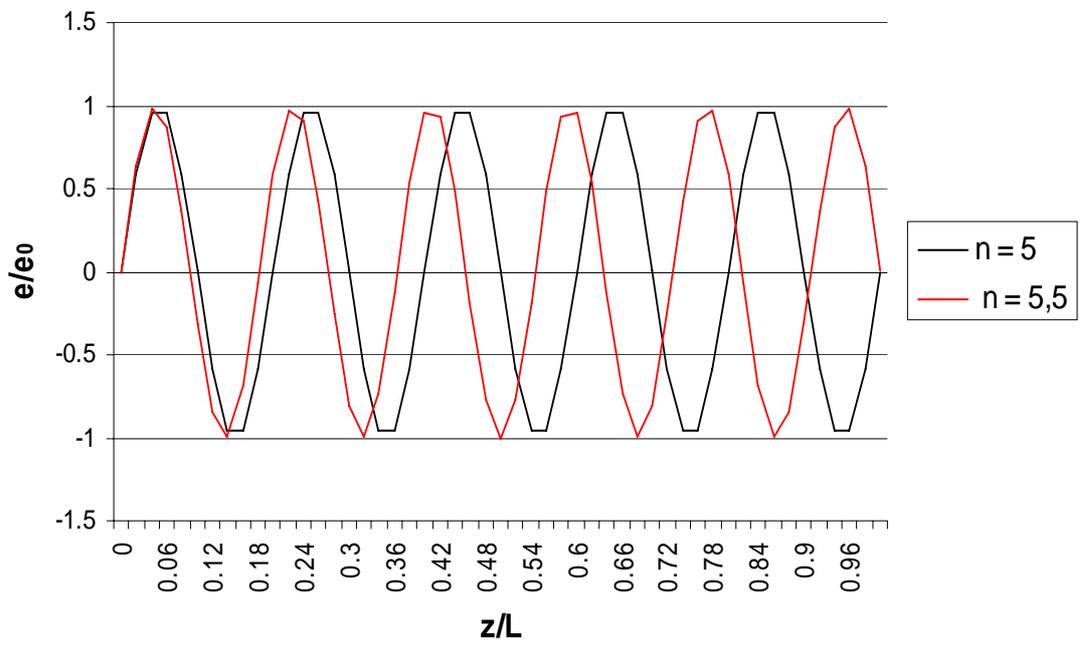


(c)

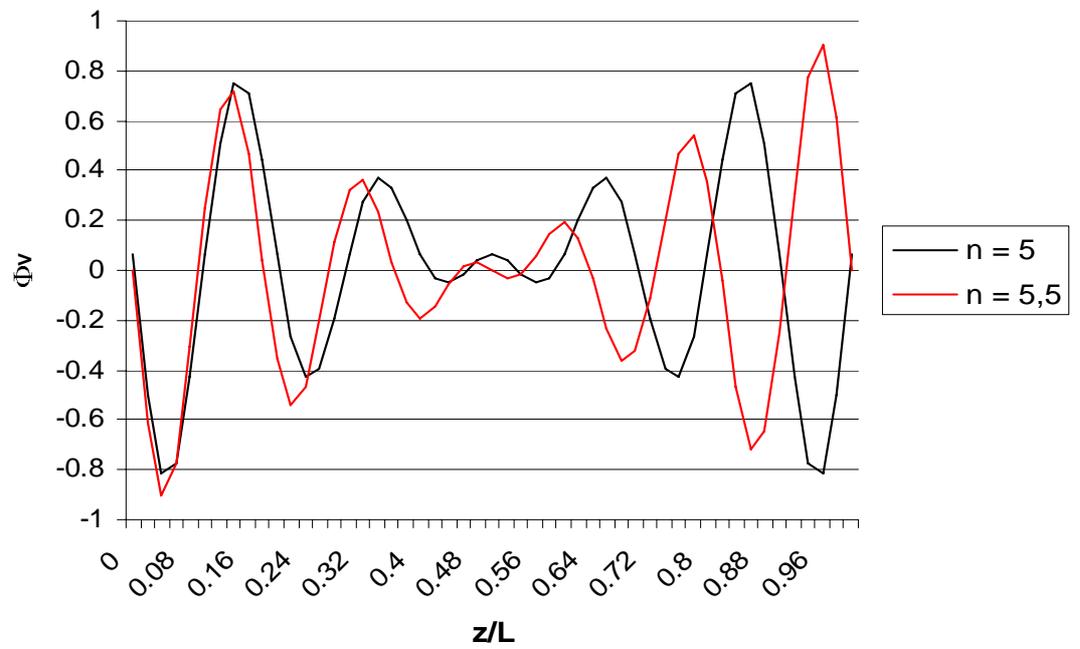


(d)

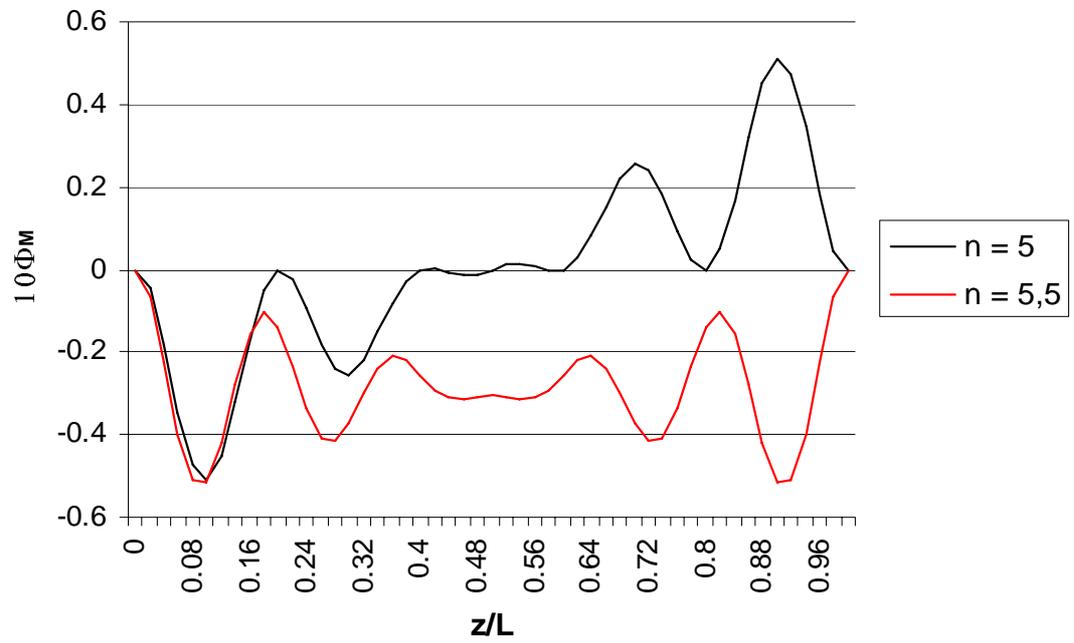
Figura 5.2 Soluções de flexão transversal da mesa para $n = 10$ e $10,5$.



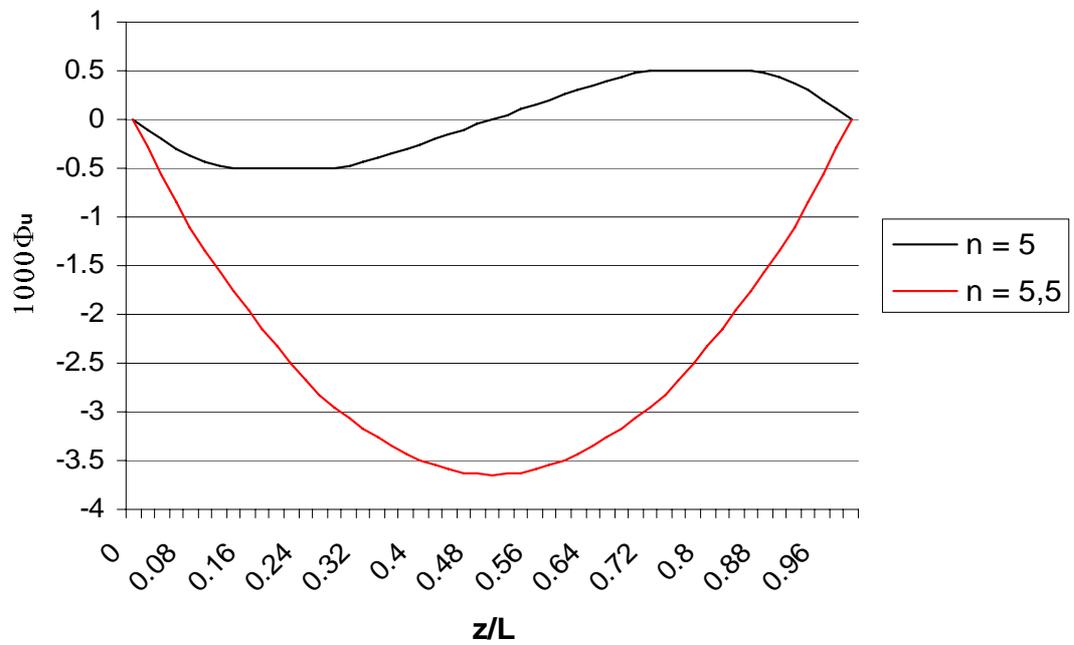
(a)



(b)

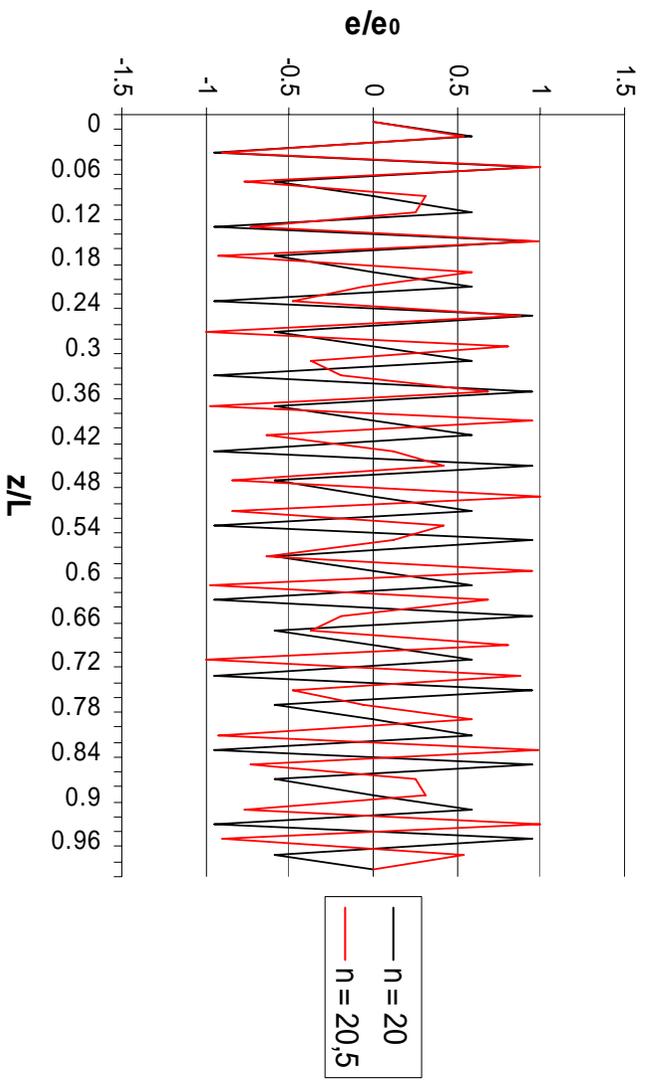


(c)

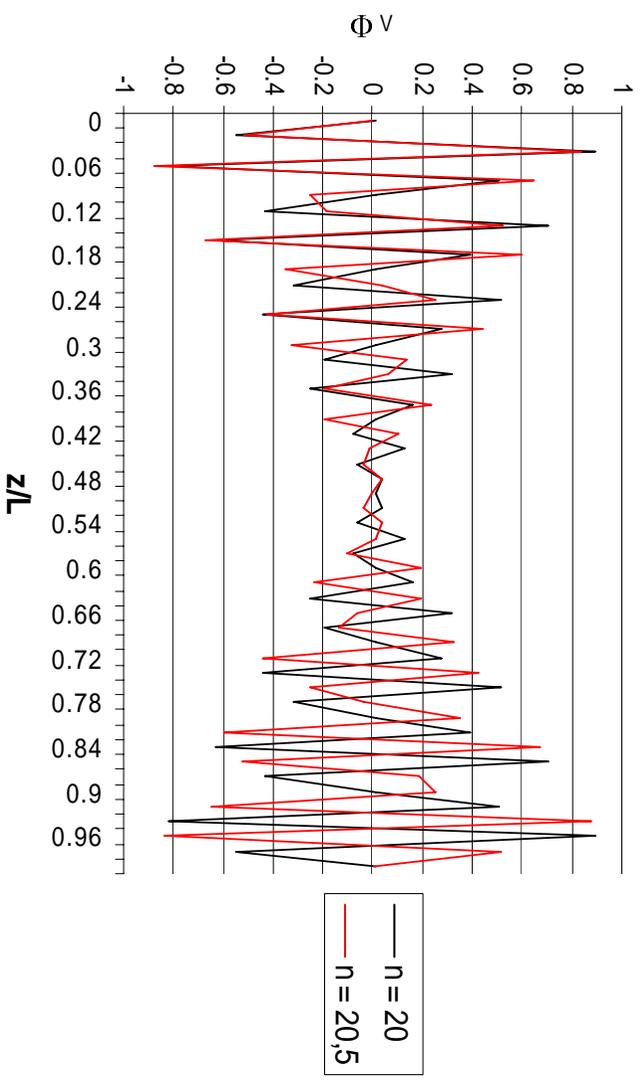


(d)

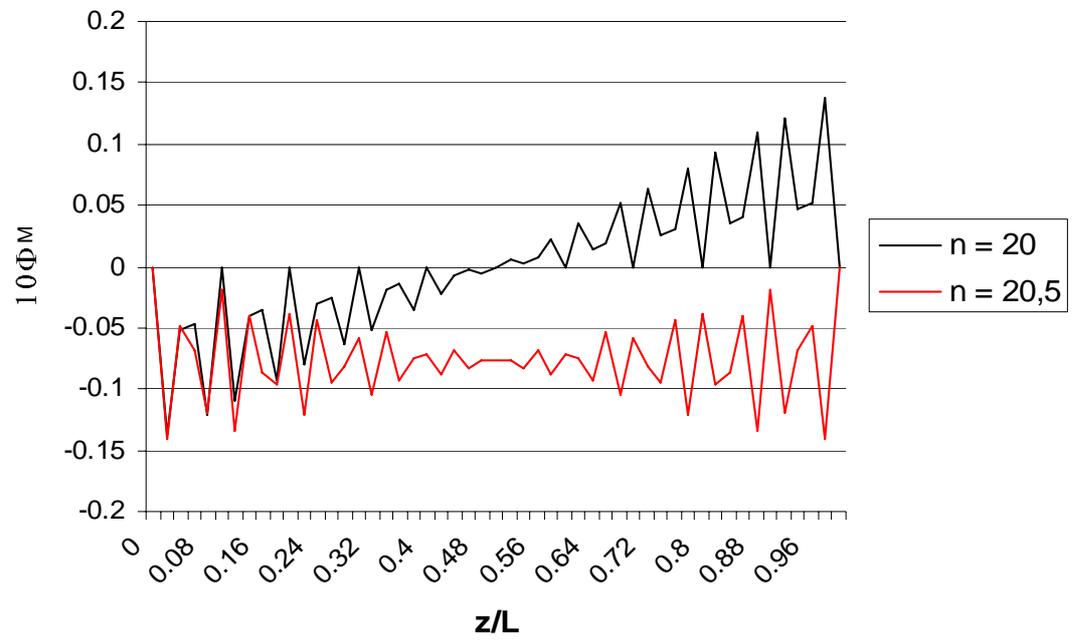
Figura 5.3 Soluções de flexão transversal da mesa para $n = 5$ e $5,5$.



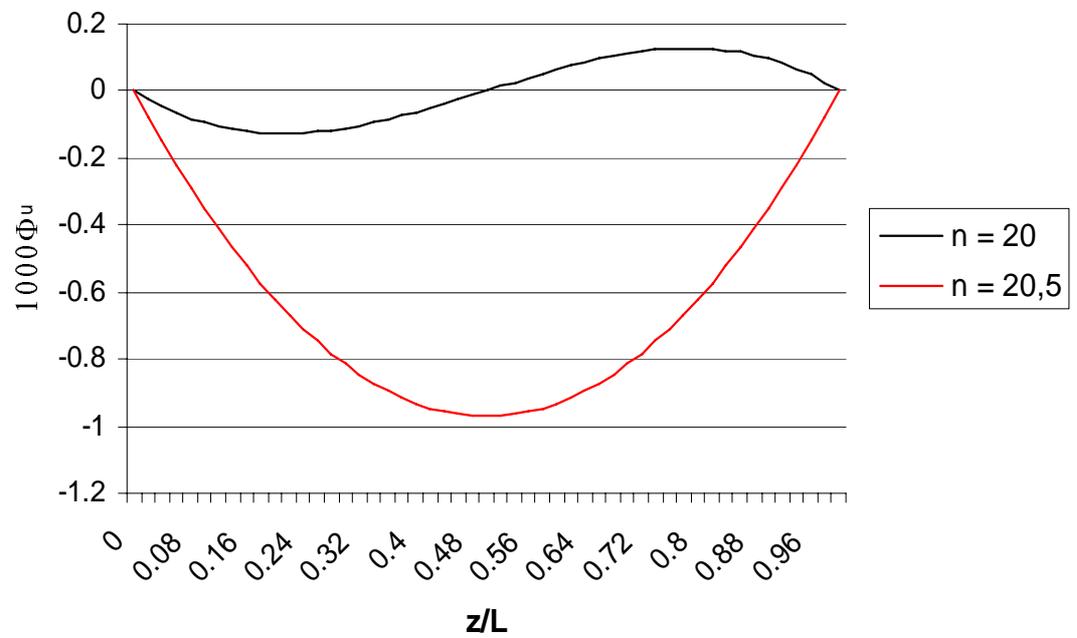
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 5.4 Soluções de flexão transversal da mesa para $n = 20$ e $20,5$.

Os gráficos mostram que a função para o cortante da mesa, V_t , é oscilante com sinal contrário, o que significa que a direção do momento torçor devido ao carregamento no plano central se alterna repetidamente ao longo do vão. Desde que a função do cortante primário, V_y , é antissimétrica em relação ao meio da viga para $n=10$ e simétrica em relação ao meio da viga para $n=10,5$, segue que a função de V_t (Eq. 10) deveria ser simétrica para $n=10$ e antissimétrica para $n=10,5$; como mostra a Figura 5.2.

A função para o momento resultante de flexão transversal da mesa, M_t , é também oscilatória com múltiplos picos e vales que ocorrem no valor de zero V_t . Para $n=10$, a função M_t é antissimétrica, com a metade esquerda da mesa consistentemente em flexão positiva. Entretanto, para $n=10,5$; a função M_t é simétrica e a mesa inteira tem flexão negativa. Das características da função M_t , é possível antecipar a forma da mesa defletida, u_t , mostrado na Figura 5.3. Para $n=10$, a mesa deflete em curvatura dupla, e considerando $n=10,5$; a mesa deflete em curvatura única. Note que a magnitude da deflexão máxima para $n=10,5$ é muitas vezes maior que aquela para $n=10$.

Note que à medida que o número de corrugações n de um dado vão se aproxima do infinito, a flexão transversal da viga desaparece. Para valores finitos de n , entretanto, o comportamento da flexão transversal deveria ser considerado em uma análise compreensiva de vigas I de alma corrugada.

Capítulo 6

Conclusão

Vigas I de alma corrugada senoidal em flexão não podem ser analisadas usando-se apenas a teoria convencional de vigas. Sob a ação de carregamentos no plano central, um momento de torção é produzido e a alma corrugada gira para fora do plano ao mesmo tempo defletindo no mesmo. O comportamento de flexão no plano é analisado usando-se a teoria convencional de vigas. O comportamento torsional fora do plano é analisado como um problema de flexão da mesa, o qual é similar a um problema de torção da alma. Soluções de fórmulas exatas para esse problema de flexão transversal da mesa sob carregamento padrão no plano central são derivadas para uma alma corrugada com perfil senoidal. O estado de tensões completo em uma viga I de alma corrugada pode ser determinado pela superposição de tensões devido à flexão no plano e devido à flexão transversal da mesa. A flexão transversal da mesa pode ter um efeito significativo nas vigas I de alma corrugada, e conseqüentemente deve ser considerada no projeto de tais vigas. Finalmente, percebe-se que os resultados teóricos desse trabalho pretendem ser aplicados em seções que podem ser idealizadas como compostas de componentes de placas finas.

Referências

ABBAS, H. H., SAUSE, R., DRIVER, R. G., 2006, "Behavior of Corrugated Web I-Girders under In-Plane Loads", *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 132, pp. 806-814.

FOLHA DE REGISTRO DO DOCUMENTO

^{1.} CLASSIFICAÇÃO/TIPO <p style="text-align: center;">TC</p>	^{2.} DATA <p style="text-align: center;">22 de novembro de 2007</p>	^{3.} DOCUMENTO N° <p style="text-align: center;">CTA/ITA-IEI/TC-015/2007</p>	^{4.} N° DE PÁGINAS <p style="text-align: center;">38</p>				
^{5.} TÍTULO E SUBTÍTULO: Análise de vigas de alma senoidal							
^{6.} AUTOR(ES): <p>Liana Cavalcante Lima</p>							
^{7.} INSTITUIÇÃO(ÕES)/ÓRGÃO(S) INTERNO(S)/DIVISÃO(ÕES): Instituto Tecnológico de Aeronáutica. Divisão de Engenharia Civil – ITA/IEI							
^{8.} PALAVRAS-CHAVE SUGERIDAS PELO AUTOR: Vigas, Senoidal, Corrugada							
^{9.} PALAVRAS-CHAVE RESULTANTES DE INDEXAÇÃO: Análise estrutural; Vigas (suportes); Placas corrugadas; Estruturas; Ensaios de materiais; Engenharia estrutural							
^{10.} APRESENTAÇÃO: <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="text-align: right;">X Nacional</td> <td style="text-align: right;">Internacional</td> </tr> </table> Trabalho de Graduação, ITA, São José dos Campos, 2007. 38 páginas.				X Nacional	Internacional		
X Nacional	Internacional						
^{11.} RESUMO: Apresenta-se uma formulação teórica para o comportamento elástico de uma viga I de alma corrugada sob flexão no plano central e torção. Através de algumas hipóteses simplificadoras, estabelece-se o equilíbrio de um elemento infinitesimal da viga e obtêm-se as expressões para as tensões numa seção geométrica bem como o momento fletor e a força cortante. A análise mostra que a viga encurva-se para fora do plano central, enquanto, simultaneamente, flete nesse mesmo plano sob a ação de um carregamento distribuído. A flexão no plano é analisada usando-se a teoria convencional de vigas, ao passo que a torção é analisada como um problema de flexão transversal das mesas. Os resultados para uma viga simplesmente apoiada sujeita a um carregamento uniformemente distribuído é mostrado.							
^{12.} GRAU DE SIGILO: <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 25%;"><input checked="" type="checkbox"/> OSTENSIVO</td> <td style="width: 25%;"><input type="checkbox"/> RESERVADO</td> <td style="width: 25%;"><input type="checkbox"/> CONFIDENCIAL</td> <td style="width: 25%;"><input type="checkbox"/> SECRETO</td> </tr> </table>				<input checked="" type="checkbox"/> OSTENSIVO	<input type="checkbox"/> RESERVADO	<input type="checkbox"/> CONFIDENCIAL	<input type="checkbox"/> SECRETO
<input checked="" type="checkbox"/> OSTENSIVO	<input type="checkbox"/> RESERVADO	<input type="checkbox"/> CONFIDENCIAL	<input type="checkbox"/> SECRETO				