

INSTITUTO TECNÓLOGICO DE AERONÁUTICA
MOQ-23 : ESTATÍSTICA E INTRODUÇÃO A ECONOMETRIA

29/11/2006

EXAME FINAL

Prof. Avellar

Nome: _____ MEC__ INF__

INSTRUÇÕES: Tempo de duração da prova: 3 horas.

Bom Exame e Boas Férias!

1– Seja X uma Variável Aleatória Normal com média μ e desvio-padrão σ . Encontre a função que tranforma X numa Variável Aleatória Qui-Quadrado com 1 grau de liberdade.

2 – Num supermercado há uma certa quantidade de embalagens de farinha de trigo. O produtor afirma que o peso médio líquido da farinha dentro de cada embalagem é igual a 1000 g, com desvio-padrão igual a 20g. Desconfiado, um consumidor solicita a pesagem líquida do conteúdo dessas 40 embalagens.

a) Formule o teste de hipóteses adequado caso o consumidor desconfiado queira acusar o produtor de improbidade.

b) Usando um nível de significância de 1% e supondo que o desvio-padrão declarado pelo produtor esteja correto, a partir de que valor médio amostral o consumidor desconfiado pode fazer a acusação ao produtor?

3 – Sob diversas hipóteses discutidas em aula, sabemos que o Teorema de Gauss Markov assegura certas propriedades para os estimadores dos coeficientes de regressão obtidos pelo método OLS (Ordinary Least Square). Discorra sobre essas propriedades e enumere as hipóteses que são mais importantes para que essas propriedades sejam asseguradas.

NOTA: Nenhum cálculo, nenhuma fórmula, nenhum desenvolvimento matemático é necessário para responder esta questão.

4 – Num modelo de Regressão Linear Simples do tipo $Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i$.

Para $i= 1,2,\dots,n$, o erro padrão do estimador de β varia inversamente com a variação quadrática total de X em torno de seu centro de gravidade \bar{X} . Então, podemos diminuir o valor desse erro padrão (o que diminui o p-value do teste $H_0: \beta=0$) amostrando apenas valores de X muito distantes de \bar{X} .

$$S_{\beta}^2 = \frac{S^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2}$$

a) Explique porque essa afirmativa é verdadeira e discuta se esse procedimento é desejável.

b) Prove que a covariância entre os estimadores de α e β é dada por: $\frac{-\bar{X}\sigma^2}{\sum_i X_i^2}$

5 – Seja o seguinte modelo: $Y_i = \beta X_i + \varepsilon_i$ que é muito parecido com o modelo tradicional de regressão linear simples, exceção feita ao fato de que não há o termo “intercept”. Suponha que todas as hipóteses feitas no Teorema de Gauss Markov referentes ao erro aleatório ε sejam verdadeiras.

- a) Obtenha o estimador OLS do coeficiente de regressão β .

- b) Prove que este estimador é não-tendencioso e explicita sua variância, em função da variância σ^2 de ε e em função dos dados do problema.

- c) Sugira uma situação prática em que o emprego do modelo acima seja mais adequado do que o modelo tradicional, com “intercept”.

- d) Em contrapartida a sua resposta no item (c), argumente contra o uso do modelo acima.