

**INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA
DIVISÃO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

MOQ-12 PROBABILIDADES E INT. A PROCESSOS ESTOCÁSTICOS 1^o Sem. 07

**Série de Exercícios 7: Funções de Variáveis Aleatórias
(Capítulo 5 do Meyer)**

1. Exercício 5.1

Suponha que X seja uniformemente distribuída no intervalo $(-1, 1)$. Seja $Y = 4 - X^2$. Encontrar a f.d.p. de Y , $g(y)$. Verifique que $g(y)$ é a f.d.p. adequada.

2. Exercício 5.2

Suponha que X seja uniformemente distribuída no intervalo $(1, 3)$. Encontre a f.d.p. das seguintes variáveis aleatórias:

a) $Y = 3X + 4$

b) $Z = e^X$

Verifique em cada caso que a função obtida é f.d.p.

3. Exercício 5.3

Suponha que a v.a. contínua X tenha a f.d.p. $f(x) = e^{-x}$, $x > 0$. Encontre a f.d.p. das seguintes variáveis aleatórias:

a) $Y = X^3$

b) $Z = 3/(X + 1)^2$

4. Exercício 5.4

Suponha que a v.a. discreta X tome os valores 1, 2 e 3 com igual probabilidade. Ache a distribuição de probabilidade de $Y = 2X + 3$.

5. Exercício 5.5

Suponha que X seja uniformemente distribuída no intervalo $(0, 1)$. Encontre a f.d.p. das seguintes variáveis aleatórias:

a) $Y = X^2 + 1$

b) $Z = 1/(X + 1)$

6. Exercício 5.6

Suponha que X seja uniformemente distribuída no intervalo $(-1, 1)$. Encontre a f.d.p. das seguintes variáveis aleatórias:

a) $Y = \sin(\pi/2)X$

b) $Z = \cos(\pi/2)X$

c) $W = |X|$

7. Exercício 5.7

Suponha que o raio de uma esfera seja uma variável aleatória contínua. Suponha que o raio R tenha f.d.p.

$$f(r) = 6r(1-r) \quad 0 < r < 1$$

Encontre a f.d.p. do volume V e da área superficial S da esfera.

Sugestão: $V = (4/3)\pi r^3$ e $S = 4\pi r^2$

8. Exercício 5.8

Uma corrente elétrica oscilante I pode ser considerada como uma v.a. uniformemente distribuída no intervalo $(9, 11)$. Se essa corrente passar em um resistor de 2ohms, qual será a f.d.p. da potencia $P = 2 I^2$?

9. Exercício 5.9

A velocidade de uma molécula em um gás uniforme em equilíbrio é uma v.a. V cuja f.d.p. é dada por: $f(v) = av^2 e^{-bv^2} \quad v > 0$,

onde $b = m/2kT$ e, k , T e m denotam respectivamente a constante de Boltzman, a temperatura absoluta e a massa da molécula.

- calcular a constante a (em termos de b)
- estabeleça a distribuição da v.a. $W = mV^2/2$, a qual representa a energia cinética da molécula.

10. Exercício 5.12

Para medir velocidades do ar, utiliza-se um tubo (conhecido como tubo estático de Pitot), o qual permite que se meça a pressão diferencial. Esta pressão diferencial é dada por:

$P = (1/2) dV^2$, onde d é a densidade do ar e V é a velocidade do vento (mph). Achar a f.d.p. de P quando V for uma v.a. uniformemente distribuída sobre $(10, 20)$.

11. Exercício 5.13

Suponha que $P(X \leq 0,29) = 0,75$, onde X é uma v.a. contínua com alguma distribuição definida sobre $(0, 1)$. Quando $Y = 1 - X$, determine k de modo que $P(Y \leq k) = 0,25$.