

**INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA
DIVISÃO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

MOQ-12 PROBABILIDADES E INT. A PROCESSOS ESTOCÁSTICOS 1º Sem. 07

Série de Exercícios 5: Distribuições Contínuas

1. Uma variável aleatória tem distribuição Uniforme entre 2 e 7. Qual é sua média e seu desvio-padrão? Qual a probabilidade de se obter um valor entre 2,7 e 4,2?
2. Seja a v.a. X distribuída uniformemente no intervalo $(-1,3)$ e seja $Y = 3X + 4$. Demonstre teoricamente a $V(X)$ e encontre o valor da $V(Y)$.
3. A duração de um certo tipo de condensador tem distribuição exponencial de média de 200 horas. Qual a proporção de condensadores que duram:
 - a) menos de 100 horas?
 - b) mais de 500 horas?
 - c) entre 200 e 400 horas?
3. O intervalo de tempo entre o final do atendimento de um cliente e a chegada de outro, numa caixa de supermercado, é uma variável aleatória distribuída exponencialmente com média de 5 minutos. O encarregado da caixa, após atender um cliente, sai para tomar um café e demora 6 minutos. Qual a probabilidade de, ao voltar, não encontrar nenhum cliente esperando?
4. Suponha que $X \sim U(-\alpha, \alpha)$, onde $\alpha > 0$. Quando possível determine α de modo que as seguintes relações sejam satisfeitas:
 - a) $P(X > 1) = 1/3$
 - b) $P(X > 1) = 1/2$
5. A v.a. $X \sim$ Geométrica com parâmetro p e $Y \sim$ Exponencial (λ). Encontre o valor de λ tal que $P(X > 1) = P(Y > 1)$.
6. Assuma que a v.a. $X \sim U(0,10)$ e seja $a > 0, b > 0$ constantes tal que $(a + b) \leq 10$. Avalie $P(X > a + b/X > a)$. Esta distribuição possui a propriedade da perda de memória?
7. Seja a v.a. $X \sim U(-1, 3)$ e $Y \sim$ Exponencial (λ). Encontre o valor de λ tal que $\sigma_x^2 = \sigma_y^2$.
8. Suponha que $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. Determine c (como função de μ e σ), tal que:
$$P(X \leq c) = 2 P(X > c)$$
9. Suponha que X , a carga de ruptura de um cabo (em Kg), tenha distribuição $N(100, 16)$. Cada rolo de 100 metros de cabo, dá um lucro de US\$25 se $X > 95$. Se $X \leq 95$, o cabo poderá ser utilizado para uma finalidade diferente e um lucro de US\$10 por rolo será obtido. Determinar o lucro esperado por rolo.
10. Determinar a probabilidade de um estudante acertar corretamente, entre as perguntas de um questionário tipo “certo ou errado”.
 - a) 12 ou mais entre 20
 - b) 24 ou mais entre 40 questões

11. Certo tipo de fusível tem duração de vida que segue uma Distribuição Exponencial com média de 100 horas. Cada fusível tem um custo de R\$10,00 e se durar menos de 200 horas existe um custo adicional de R\$8,00.

a) Qual a probabilidade de um fusível durar mais de 150 horas?

b) Foi proposta uma compra de uma outra marca que tem uma vida média de 200 horas e um custo de R\$15,00. Considerando também a incidência do custo adicional, deve ser feita a troca de marcas?

12. Uma peça é produzida em série e uma de suas dimensões tem media 28,4 mm e desvio padrão 0,9 mm com distribuição normal. As peças passam por uma classificação onde são eliminadas todas que tem dimensão abaixo de 28,2 mm ou acima de 28,7 mm. As restantes são colocadas em pacotes de 8 peças cada. Estimar que porcentagem desses pacotes tem três ou mais peças entre os limites 28,4 e 28,6 mm.

13. Uma variável aleatória tem distribuição de probabilidades normal com desvio padrão 2 e probabilidade 1,0% dos valores excederem o número 20.

a) qual a média desta distribuição?

b) obtendo-se 10 valores, ao acaso e independentes, dessa variável aleatória, qual a probabilidade que metade seja inferior a 15?

14. Um combustível para foguetes deve conter uma certa porcentagem X de um componente especial. As especificações exigem que X esteja entre 30 e 35 por cento. O fabricante obterá um lucro líquido T sobre o combustível (por galão) que é dada pela seguinte função de X :

	US\$ 0,10	por galão se $30 < X < 35$
$T(X)$	US\$ 0,05	por galão se $35 \leq X < 40$ ou $25 < X \leq 30$
	-US\$ - 0,10	por galão para quaisquer outros valores.

a) Calcular $E(T)$ quando $X \sim N(33,9)$.

b) Suponha que o fabricante deseje aumentar seu lucro esperado $E(T)$, em 50 por cento. Ele pretende fazê-lo pelo aumento do seu lucro (por galão), naquelas remessas de combustível que atendam às especificações, $30 < X < 35$. Qual deverá ser seu novo lucro líquido?

15. Suponhamos que a duração de vida T , em horas, de determinada válvula eletrônica seja uma variável aleatória com distribuição exponencial, com parâmetro β . Uma máquina que emprega esta válvula custa $C1$ dólares/hora de funcionamento. Enquanto a máquina está funcionando, um lucro de $C2$ dólares/hora é obtido. Um operador deve ser contratado para um número de horas pré-fixado, H , e recebe um pagamento de $C3$ dólares/ hora. Para qual valor de H , o lucro esperado será máximo?

16. Suponha que a duração de vida de dois dispositivos eletrônicos $D1$ e $D2$ tenham distribuição normal $N(40, 36)$ e $N(45,9)$, respectivamente. Se o dispositivo eletrônico tiver de ser usado por um período de 45 horas, qual dos dispositivos deve ser preferido? Se tiver de ser usado por um período de 48 horas, qual deles deve ser preferido?