

**INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA  
DIVISÃO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**MOQ-12 PROBABILIDADES E INT. A PROCESSOS ESTOCÁSTICOS 1º Sem. 07**

**Série de Exercícios 4: Distribuições Discretas**

1. Suponha que a probabilidade de que uma peça, produzida por determinada máquina seja defeituosa é 0,2. Se 10 peças produzidas por essa máquina forem escolhidas ao acaso, qual a probabilidade de que não mais de uma defeituosa seja encontrada? Resolva utilizando duas distribuições e compare os resultados.

2. Suponha que  $X$  tenha uma distribuição Poisson. Se  $P(X=2) = (2/3) P(X=1)$ , calcular:  $P(X=0)$  e  $P(X=3)$ .

3. Seja  $X$  uma v.a. Binomial com  $E(X) = 2$  e  $V(X) = 4/3$ . Encontre a distribuição de probabilidade  $[x, p(x)]$ .

4. Um industrial fabrica peças, das quais  $1/5$  são defeituosas. Dois compradores A e B, classificam as partidas adquiridas em categorias I e II, pagando R\$ 1,20 e R\$ 0,80 respectivamente do seguinte modo:

Comprador A: retira uma amostra de cinco peças; se encontrar mais que uma defeituosa, classifica como II;

Comprador B: retira uma amostra de 10 peças; se encontrar mais que duas defeituosas, classifica como II.

Em média, qual comprador oferece maior lucro?

5. Alguém que ganhou na loteria esportiva no domingo passado não deve apostar nesta semana (em curso), pois a probabilidade de ganhar duas vezes consecutiva é muito pequena.

a) O argumento acima é falso ou verdadeiro?

b) Justifique teoricamente a sua resposta (isto é, comece identificando a variável aleatória que modela o problema).

6. Para a seguinte função de probabilidade,

$$p(x) = \frac{e^{-5} 5^x}{x!} \quad ; \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

a) Demonstre que  $p(x)$  é uma função de probabilidade

b) Demonstre que  $E(X) = V(X) = 5$

c) Descreva um exemplo que identifique esta distribuição, especificando que significa o valor 5.

7. A probabilidade de um bem sucedido lançamento de foguete é igual a 0,8. Suponha que tentativas de lançamento sejam feitas até que tenham ocorrido 3 lançamentos bem sucedidos.

- Qual a probabilidade de que exatamente 6 tentativas sejam necessárias?
- Qual a probabilidade de que menos de 6 tentativas sejam necessárias?
- Suponha que cada tentativa de lançamento custe US\$ 5.000. Além disso, um lançamento falho acarrete um custo adicional de US\$ 500. Calcule o custo esperado

8. Coloque-se no lugar de um consultor contratado pela EMBRAER. Esta empresa compra lotes de certo tipo de equipamento, testando-os de forma sequencial até a descoberta do primeiro defeituoso. Se  $K$  itens forem testados antes que o primeiro defeituoso seja encontrado, então o lote é aceito.

- Determine o valor que você deve atribuir a  $K$  caso a EMBRAER estipulasse que não deseja correr um risco maior do que 20% de que um lote, com 10% de itens defeituosos, seja aceito.
- Suponha agora que o número de testes é fixo e igual a 10. Admitindo ainda que um lote contenha 10% de itens defeituosos, determine a probabilidade de serem encontradas mais do que duas peças defeituosas.

9. O número de partículas emitidas por uma fonte radioativa, durante um período especificado, é uma variável aleatória Poisson. Se a probabilidade de não haver emissões for igual a  $1/3$ , qual é a probabilidade de que 2 ou mais ocorram?

10. Suponha que  $X$ , a demanda diária de uma peça, seja uma variável aleatória com a seguinte função de probabilidade

$$p(x) = \frac{e^{-5} 5^x}{x!} \quad ; \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

- Calcule a demanda esperada
- È considerado incomum qualquer resultado que difira da média por mais de dois desvios-padrão; isto é, os valores incomuns ou são inferiores a  $E(X) - 2\sigma$  ou são superiores a  $E(X) + 2\sigma$ . O mês anterior obteve-se uma demanda igual a 9,5 unidades, trata-se de um fato raro?

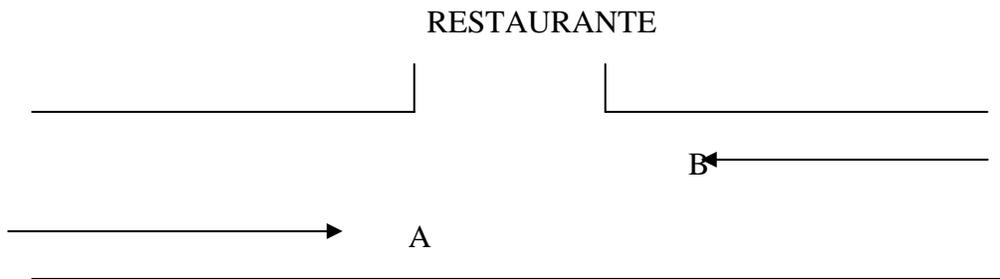
11. Placas de vídeo são expedidas em lotes de 30 unidades. Antes que a remessa seja aprovada, um inspetor escolhe aleatoriamente cinco placas de lote e as inspeciona. Se nenhuma das placas inspecionadas for defeituosa, o lote é aprovado. Se uma ou mais forem defeituosas, todo o lote é inspecionado. Supondo que haja três placas defeituosas no lote,

- Qual a probabilidade de que o controle de qualidade aponte para uma inspeção final?.
- Qual a probabilidade anterior se a inspeção completa for feita somente quando forem encontradas mais de que uma placa defeituosa na amostra?
- Calcule o valor esperado e a variância da v.a. definida no exercício.

12. Considere o trafego da figura abaixo. O número de carros que passam pelo ponto A, em uma hora, segue um processo Poisson com media 60, sendo que 20% desses carros são caminhões. O número de carros que passam pelo ponto B, em uma hora, segue um processo Poisson com media 80, sendo que 30% desses carros são caminhões. Em geral 10% desses carros param no restaurante.

O número de pessoas em cada caminhão é igual a 1. O número de pessoas (passageiros) em cada automóvel é igual a : 1, 2, 3, 4 ou 5 com probabilidades 0,30; 0,30; 0,20; 0,10 e 0,10 respectivamente.

Encontre o valor esperado de  $Z$  = número de pessoas chegando ao restaurante dentro de uma hora.



13. Seja  $X \sim \text{Binomial}(n, p)$ , demonstrar que se  $\lambda = np$  temos

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \binom{n}{x} p^x q^{n-x} = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \quad \text{para } x = 0, 1, 2, 3, \dots, n$$

14. Um bêbado caminha por uma rua dando passos que embora o levem para frente, tendem ora para a direita ora para a esquerda. Considerando somente sua posição no eixo esquerda (-) / direita (+), assumindo sua posição original neste eixo como zero, tomando os passos como independentes e de tamanho unitário quanto a este mesmo eixo, e ainda supondo que o passo a direita tem probabilidade  $p$  e à esquerda  $(1 - p)$ ; Determine:

(a) a distribuição de probabilidade da variável  $Y = (X + n)/2$ , onde  $X$  é a posição do bêbado no eixo citado após  $n$  passos.

(b) Calcular o valor esperado de  $X$ .

15. Suponha que as requisições a um sistema ocorram de forma independente e que a taxa média de ocorrências é três requisições por minuto, constante no período em estudo. Calcule a probabilidade de:

a) ocorrer mais que uma requisição no próximo minuto

b) ocorrer mais que uma requisição no próximo minuto, sabendo-se que é certa a ocorrência de pelo menos uma requisição no próximo minuto.

16. Um professor da AER sugere que um Processo de Poisson pode ser usado para representar a ocorrência de cargas estruturais no tempo. Suponha que o tempo médio entre as ocorrências de carga seja 0,5 por ano.

- a) Qual é a probabilidade de mais de cinco cargas ocorrerem durante um período de dois anos?
- b) Quanto tempo deve ter um período para que a probabilidade de não ocorrerem cargas seja no máximo 0,1?

17. Um fabricante afirma que apenas 5% de todas as válvulas que produz têm duração inferior a 20 horas. Uma indústria compra semanalmente um grande lote de válvulas desse fabricante, mas sob a seguinte condição: ele aceita o lote se, em dez válvulas escolhidas ao acaso, no máximo uma tiver duração inferior a 20 horas; caso contrário, o lote todo é rejeitado.

- d) Se o fabricante de fato tem razão, qual a probabilidade de um lote ser rejeitado?
- e) Suponha agora que o fabricante está mentindo, isto é, na verdade a proporção de válvulas com duração inferior a 20 horas é de 10%. Qual a probabilidade de um lote ser aceito, segundo o critério acima?

18. Um automóvel viaja sempre equipado com dois pneus novos nas rodas dianteiras e dois pneus recauchutados nas rodas traseiras. Sabe-se que os pneus novos dessa marca costumam furar em média à razão de uma vez cada 5.000 km, ao passo que os pneus recauchutados furam, em média, uma vez cada 2.500 km. Admitindo que os pneus que furam são logo concertados e recolocados na mesma posição, quer se saber a probabilidade de que, em uma viagem de 2.000 km:

- a) haja pelo menos um pneu furado
- b) fure um pneu dianteiro e um pneu traseiro.

19. Um dado é formado com chapas de plástico de 10 x 10 cm. Em média aparecem 50 defeitos em cada metro quadrado (i.e.  $50/m^2$ ) segundo uma distribuição Poisson.

- a) Qual a probabilidade de uma determinada face apresentar exatamente dois defeitos?
- b) Qual a probabilidade de o dado apresentar no mínimo dois defeitos?
- c) Qual a probabilidade de pelo menos 5 faces serem perfeitas?
- d) Lançado o dado qual a probabilidade de que a soma do ponto com o número de defeitos da face obtida seja menor do que 3?