

**INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA
DIVISÃO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

MOQ-12 PROBABILIDADES E INT. A PROCESSOS ESTOCÁSTICOS 1º Sem. 07

Série de Exercícios 3: Variáveis Aleatórias - Valor Esperado e Variância

1. Uma variável aleatória X pode tomar quatro valores, com probabilidades

$$(1 + 3x)/4, (1 - x)/4; (1 + 2x)/4 \text{ e } (1 - 4x)/4$$

Para que valores de x é esta uma distribuição de probabilidades?

2. Seja ε um experimento e A um evento tal que $P(A) = p$ e $P(\bar{A}) = 1 - p = q$. Seja X a v.a. que denota o número de repetições independentes do experimento até que o evento A ocorra pela primeira vez.

a) Calcule a função de probabilidade $P(X = k)$.

b) Calcule $E(X)$ e $V(X)$

c) Mostre que para quaisquer dois inteiros positivos s e t , temos:

$$P(X > s + t | X > s) = P(X > t)$$

3. O número de jornais que uma pessoa pode vender num dia é um fenômeno aleatório com a seguinte função de probabilidade:

$$p(x) = \begin{cases} Ax & \text{para } x = 1, 2, 3, \dots, 50 \\ A(100 - x) & \text{para } x = 51, 52, \dots, 100 \\ 0 & \text{outro caso} \end{cases}$$

a) encontre o valor de A para que $p(x)$ seja uma função de probabilidade

b) denote por $A = \{\text{número de jornais, vendidos num dia, seja maior de 50}\}$,

$B = \{\text{número de jornais, vendidos num dia, seja menor de 50}\}$,

$C = \{\text{número de jornais, vendidos num dia, seja igual a 50}\}$ e;

$D = \{\text{número de jornais, vendidos num dia, seja entre 25 e 75 inclusive}\}$

i. Calcule $P(A/B)$ e $P(A/C)$, $P(A/D)$ e $P(C/D)$

ii. são A e B eventos independentes?

iii. são C e D eventos independentes?

4. A demanda diária de arroz num supermercado, em centenas de quilos, é uma variável aleatória com f.d.p.

$$f(x) = \begin{cases} (2/3)x & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ -x/3 + 1 & \text{se } 1 \leq x < 3 \\ 0 & \text{para outro caso} \end{cases}$$

- a) Qual a probabilidade de se vender mais do que 150 Kg, num dia escolhido ao acaso?
- b) Em 30 dias, quanto o gerente do supermercado espera vender?
- c) Qual a quantidade de arroz que deve ser deixada à disposição dos clientes diariamente para que não falte arroz em 95% dos dias?
5. A quantidade de pão (em centos de libras) que uma padaria pode vender num dia é um fenômeno aleatório com a seguinte função de densidade de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} Ax & \text{para } 0 \leq x < 5 \\ A(10 - x) & \text{para } 5 \leq x < 10 \\ 0 & \text{para outro caso} \end{cases}$$

- a) encontre o valor de A para que f(x) seja uma f.d.p.
- b) encontre a Função de Distribuição acumulada
- c) Seja $A = \{\text{número de libras de pão, vendidas num dia, seja maior de 500 libras}\}$,
 $B = \{\text{número de libras de pão, vendidas num dia, seja menor de 500 libras}\}$ e;
 $C = \{\text{número de libras de pão, vendidas num dia, seja entre 250 e 750 libras}\}$
- Calcule $P(A/B)$ e $P(A/C)$, são A e B eventos independentes?, são A e C eventos independentes?

6. Dada a Função de Distribuição Acumulada F(X) de uma v.a. X:

$$F(X) = a + b \arctan(x/2) \quad (-\infty < x < \infty)$$

- a) Utilizando as propriedades da F(X), determine as constantes a e b.
- b) Determine a f.d.p. f(x)
- c) Calcular $P(\alpha < x < \beta)$

7. Suponha que a duração de vida (em horas) de uma certa válvula seja uma v.a. contínua com f.d.p.

$$f(x) = \frac{100}{x^2} \quad \text{para } x > 100$$

e zero para quaisquer outros valores de x.

- a) Qual será a probabilidade de que uma válvula dure menos de 200 horas, se soubermos que ela ainda está funcionando após 150 horas de serviço?
- b) Se três dessas válvulas forem instaladas em um conjunto, qual será a probabilidade de que exatamente uma delas tenha de ser substituída após 150 horas de serviço?
- c) Qual será o número máximo de válvulas que poderá ser colocado em um conjunto, de modo que exista uma probabilidade de 0,5 de que após 150 horas de serviço todas elas ainda estejam funcionando?