

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA
DIVISÃO DE ENGENHARIA MECÂNICA

MOQ-12 PROBABILIDADE E INT. A PROCESSOS ESTOCÁSTICOS 1º Sem. 07

Série de Exercícios 2: Probabilidade Condicional - Independência de Eventos

1. Resolver:

- a) Se $P(B) = P(A/B) = P(C/AB) = 1/2$. Calcule $P(ABC)$.
- b) Se A , B , e C são eventos independentes, mostre que A e $(B \cup C)$ são independentes.
- c) Se A , B e C são eventos independentes, demonstre que $\bar{A}$, $\bar{B}$ e $\bar{C}$ também são.
- d) Se $P(B/\bar{A}) = P(B/A)$ então $P(B/A) = P(B)$ ou A e B são eventos independentes.
- e) Se $P(A) = 1/3$, $P(\bar{B}) = 1/4$, A e B podem ser mutuamente excludentes?

2. Suponha B_1 , B_2 e B_3 eventos mutuamente excludentes. Se $P(B_j) = 1/3$ e $P(A/B_j) = j/6$ para $j = 1, 2, 3$. Calcule $P(A)$.

3. Se A e B são eventos independentes e $P(A) = P(B) = 1/2$. Calcule $P(A\bar{B} \cup \bar{A}B)$

4. Suponha que temos duas urnas 1 e 2, cada uma com duas gavetas. A urna 1 contém uma moeda de ouro em uma gaveta e uma moeda de prata na outra gaveta. A urna 2 contém uma moeda de ouro em cada gaveta. Uma urna é escolhida ao acaso; a seguir uma das suas gavetas é aberta ao acaso. Verifica-se que a moeda encontrada dessa gaveta é de ouro. Qual a probabilidade de que a moeda provenha da urna 2?

5. Sejam A e B dois eventos independentes tais que a probabilidade de que ambos ocorram simultaneamente é $1/6$ e a probabilidade que nenhum deles ocorra é $1/3$. Encontre $P(A)$, $P(B)$, serão $P(A)$ e $P(B)$ unicamente determinadas?

6. A probabilidade de um atirador A acertar o alvo é $1/2$. A probabilidade de um atirador B acertar o alvo é $1/3$. Se cada atirador dispara 4 tiros, qual a probabilidade de:

- a) o atirador A não acertar nenhum tiro?
- b) o atirador A acertar no mínimo 2 tiros?
- c) o alvo não ser atingido?

7. Sejam os eventos $A_1, A_2, \dots, A_n$ independentes com $P(A_i) = p$ constante, demonstre que a probabilidade de que exatamente k dos eventos ocorram (Para $k = 0, 1, 2, \dots, n$) é:

$$p(x) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}; \quad p + q = 1$$

8. Seja $B_1, B_2, \dots, B_n$ eventos mutuamente excludentes e seja $B = \bigcup_{j=1}^n B_j$. Suponha que $P(B_j) > 0$ e $P(A/B_j) = p$; para $j = 1, 2, \dots, n$. Demonstre que $P(A/B) = p$.

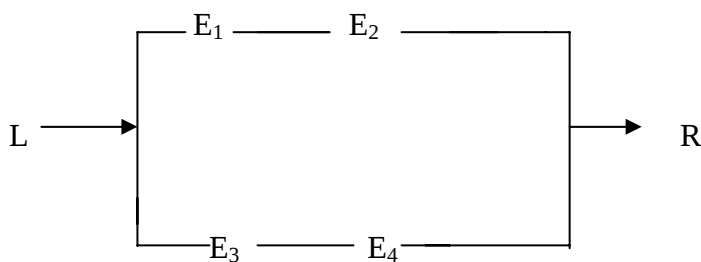
9. O fornecedor de certo dispositivo de teste clama que seu produto, altamente confiável, pois $P(A/B) = P(\bar{A}/\bar{B}) = p = 95\%$ onde:

$A = \{\text{dispositivo indica defeito no equipamento}\}$

$B = \{\text{equipamento defeituoso}\}$

Em um certo lote de equipamentos dos quais 5% são defeituosos você escolhe aleatoriamente um equipamento e o testa com o dispositivo. Calcule $P(B/A)$

10. A probabilidade de fechamento de cada relé do circuito da figura é dada por p . Se todos os relés funcionarem independentemente, qual será a probabilidade de que haja corrente entre os terminais L e R?



11. Em um grupo de galinhas existem algumas doentes. Sabe-se que 0,1% das galinhas estão doentes. Deseja-se fazer um teste para detectar se uma determinada galinha está doente. Sabe-se que a probabilidade do teste dar positivo (indica que a galinha está doente) estando uma galinha boa é de 1% e que a probabilidade de teste dar negativo estando a galinha doente é de 0,9%. Qual a probabilidade da galinha estar realmente doente dados que foram realizados n testes. (p deram positivos e $q = n - p$ deram negativos).

12. Um teste de sangue no laboratório é 95% efetivo para detectar uma certa doença quando, de fato, ela está presente. Contudo, o teste também pode fornecer um resultado "falso positivo" para 1% das pessoas saudáveis testadas (isto é, se uma pessoa saudável é estada, então, com probabilidade 0,01, o resultado do teste implicará que ela possui a doença). Se 0,5 por cento da população atualmente possui a doença,

- qual a probabilidade que uma pessoa tenha a doença dado que o resultado do seu teste é positivo?
- qual a probabilidade que uma pessoa saudável seja diagnosticada erroneamente como possuir a doença?
- Qual a probabilidade de uma pessoa doente ser diagnosticada erroneamente como não possuir a doença?