

**INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA
DIVISÃO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

MOQ-12 PROBABILIDADES E INT. A PROCESSOS ESTOCÁSTICOS 1º Sem. 07

Série de Exercícios 1: Probabilidades

1. Um homem tem oportunidade de jogar 5 vezes na roleta. Ele ganha ou perde um dólar em cada jogada. Começa com dois dólares e parará de jogar antes de 5 vezes, se perder todo o seu dinheiro ou se ganhar 3 dólares (i.e. se tiver 5 dólares). Encontre o número de maneiras nas quais o jogo pode ocorrer.
2. Durante um período de 24 horas em algum momento X , uma chave é posta na posição "ligada". Depois em algum momento futuro Y (ainda durante o mesmo período de 24 horas), a chave é virada para a posição "desligada". Suponha que X e Y sejam medidas em horas, no eixo dos tempos, com o início do período na origem da escala. O resultado do experimento é constituído pelo par de números (X, Y) .
 - a) Descreva o espaço amostral
 - b) Descreva e marque no plano XY os seguintes eventos:
 - i) O circuito está ligado por uma hora ou menos
 - ii) O circuito está ligado no tempo z , onde z é algum instante no período dado de 24 horas.
 - iii) O circuito permanece ligado duas vezes mais tempo do que desligado. :
3. Sejam A, B e C três eventos associados a um experimento. Exprima em notações de conjuntos, as seguintes afirmações verbais.
 - a) ao menos um dos eventos ocorre
 - b) exatamente um dos eventos ocorre
 - c) exatamente dois dos eventos ocorre
 - d) não mais de dois dos eventos ocorrem simultaneamente.
4. Considere dois eventos quaisquer A e B . Demonstre que a probabilidade de que exatamente um dos eventos A ou B ocorra é:
$$P(A) + P(B) - 2 P(AB)$$
5. Três jornais A, B e C são publicados em uma cidade. Uma recente pesquisa entre os leitores indica o seguinte: 20% lêem A , 26% lêem B , 40% lêem C , 8% A e B , 5% A e C , 2% A, B e C e 14% B e C . Para um adulto escolhido ao acaso, calcule a probabilidade de que
 - a) ele leia exatamente um dos jornais
 - b) ele não leia qualquer jornal
 - c) ele leia ao menos A e B , se se souber que ele lê ao menos um dos jornais publicados.
6. Suponha que A, B e C sejam eventos tais que $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4}$, $P(AB) = P(CB) = 0$ e $P(AC) = \frac{1}{8}$. Calcule a probabilidade de que ao menos um dos eventos A, B ou C ocorra.

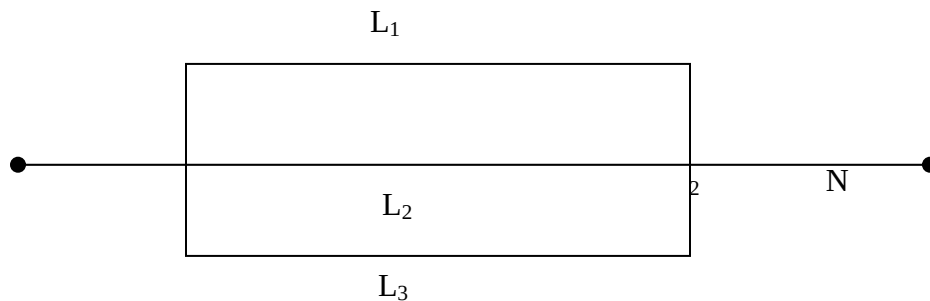
7. Suponha que três homens, numa festa, atirem seus paletós no guarda-roupa. Os paletós são misturados e cada um deles deverá selecionar aleatoriamente um paletó.
- qual a probabilidade que nenhum dos três encontre seu próprio paletó?
 - se fossem n homens, calcule a probabilidade de que ao menos um dos homens tenha o seu próprio paletó.
8. Dentre 6 números positivos e 8 negativos, escolhem-se ao acaso 4 números (sem reposição) e multiplicam-se esses números, qual será a probabilidade de que o produto seja um número positivo?
9. Resolva: Se $P(B/A) > P(B)$ demonstre que $P(B'/A) < P(B')$
- Se $P(E) = 0,9$ e $P(F) = 0,8$ demonstre que $P(EF) \geq 0,7$.
 - Em geral, demonstre $P(EF) \geq P(E) + P(F) - 1$ conhecida como Desigualdade de Bonferroni.
10. Demonstre:
- Se $P(A/B) > P(A)$ então $P(B/A) > P(B)$
 - Se A e B são dois eventos num espaço de probabilidades, cumre-se:

$$P(AB) \leq P(A) \leq P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$$
11. Uma urna contém quatro bolas brancas e duas bolas vermelhas. Uma bola é extraída. Se a bola for branca, esta não será devolvida à urna. Se a bola for vermelha, esta será devolvida à urna. Outra bola é extraída. Seja A o evento: a primeira bola extraída é branca. e seja B o evento: a segunda bola extraída é branca. Responda se os seguintes enunciados são verdadeiros ou falsos, justificando em cada caso a sua conclusão:
- $P(A) = 2/3$
 - $P(B) = 3/5$
 - $P(B/A) = 3/5$
 - $P(A/B) = 9/14$
 - Os eventos A e B são mutuamente excludentes
 - Os eventos A e B são independentes
12. Uma secretaria escreve n cartas, guarda-as em envelopes e as endereça aleatoriamente. Encontre a probabilidade de que ao menos um dos envelopes tenha o endereço correto.
13. Uma caixa contém três moedas, duas delas não viciadas e uma com duas caras. Uma moeda é selecionada aleatoriamente e lançada. Se ocorrer cara, a moeda é lançada novamente. Se ocorrer coroa, então outra moeda é selecionada dentre as duas restantes e lançada.
- Encontre a probabilidade de ocorrer cara duas vezes
 - Se a mesma moeda é lançada duas vezes, encontre a probabilidade de ser a de duas caras.
 - Encontre a probabilidade de ocorrer coroa duas vezes.

14. Uma moeda honesta é jogada $2n$ vezes.

- a) Obtenha a probabilidade de ocorrer um igual número de caras e coroas;
- b) Demonstre que a probabilidade calculada em a), é uma função decrescente de n .

15. O esquema de um circuito elétrico entre dois pontos M e N é dado na figura abaixo:



As quebras durante o intervalo de tempo T de diferentes elementos do circuito representam eventos independentes com as seguintes probabilidades:

Elemento	K_1	K_2	L_1	L_2	L_3
Probabilidade	0,6	0,5	0,4	0,7	0,9

Encontre a probabilidade de quebra no circuito durante um intervalo indicado de tempo.

16. Um lote contém n peças, das quais se sabe serem r defeituosas. Se a ordem da inspeção das peças se fizer ao acaso, qual a probabilidade de que a peça inspecionada em k -ésimo lugar ($k > r$) seja a última peça defeituosa contida no lote?
17. Um jogo começa escolhendo-se entre os dados A e B de alguma forma tal que a probabilidade de selecionar o dado A seja p . O dado assim selecionado é lançado sucessivas vezes até que uma face branca apareça, quando o jogo termina. O dado A tem 2 faces brancas e 4 vermelhas, e o dado B tem 4 faces brancas e 2 vermelhas.

Um estatístico jogou esse jogo um número muito grande de vezes e, ao término das mesmas, estimou que a probabilidade de que o jogo se encerre em exatamente 3 jogadas é de $7/81$. Suponha que o estatístico está correto em sua análise e determine, então, o valor de p .

18. Três prisioneiros são informados pelo seu carcereiro de que um deles será escolhido aleatoriamente para ser executado, e os outros dois prisioneiros serão libertados. O prisioneiro A pergunta ao carcereiro, em segredo, qual de seus dois companheiros será libertado, comentando que não há nada de errado com esta informação, uma vez que ele já sabe de antemão que pelo menos um deles será libertado. O carcereiro recusa-se a fornecer esta informação argumentando que, se A conhecesse qual de seus colegas ficará livre, então a sua própria probabilidade de ser executado mudaria de $1/3$ para $1/2$, uma vez que ele seria um dos dois prisioneiros.

Você está de acordo com esta argumentação? Explique e demonstre.