

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA
DIVISÃO DE ENGENHARIA MECÂNICA-AERONÁUTICA

MOQ-12 Probabilidades e Int. a Processos Estocásticos

20/04/2007

PRIMEIRA PROVA

NOME: _____ **1º Sem 07**

MEC () INFRA () PÓS ()

1. Responda as seguintes perguntas teóricas:

a) Se A e B são eventos independentes e considere A' o evento complementar de A, mostre que : $P(A'B') = 1 + P(AB) - P(A) - P(B)$

b) Sejam X e Y duas variáveis aleatórias independentes, demonstre:

$$V(X - Y) = V(X + Y)$$

c) Explique por qué e em qué condições uma Distribuição Binomial pode aproximar-se a uma Distribuição Poisson. Não precisa demonstrar, explique com um exemplo.

2. “Alguém que ganhou na loteria esportiva no domingo passado não deve apostar nesta semana (em curso), pois a probabilidade de ganhar duas vezes consecutivas é muito pequena.”

a) Na sala de aula foi discutido que o argumento acima é falso. A variável aleatória que modela o problema é uma Geométrica e esta distribuição possui a propriedade de Perda de Memória.

Defina e demonstre esta propriedade tal que prove que o argumento acima é falso.

b) Para $X \sim \text{Geométrica}(p)$, demonstre a $V(X) = q/p^2$

3. Seja X uma v.a contínua definida como tempo de resposta na consulta a um banco de dados, em minutos. Suponha que essa v.a. tem a Função de Distribuição Acumulada $F(x) = P(X \leq x)$ como segue:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & x > 0 \\ 0 & \text{outro caso} \end{cases}$$

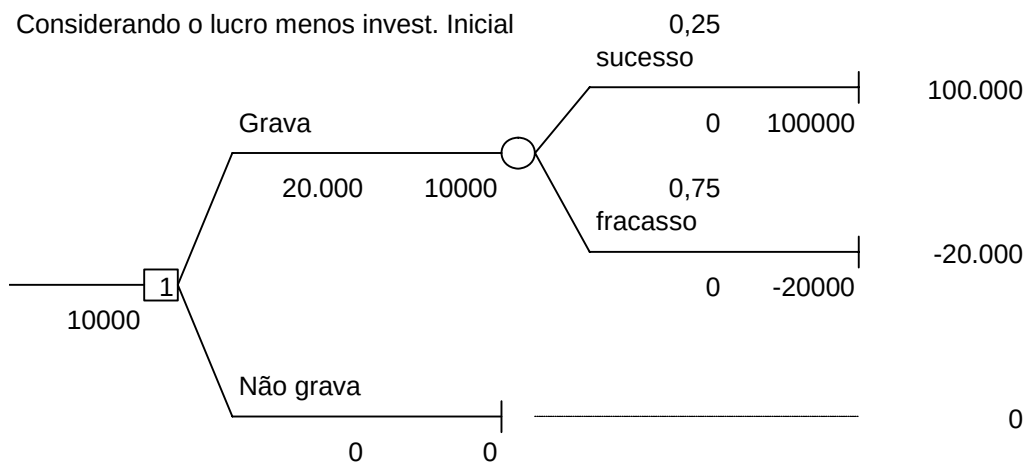
a) calcule a f.d.p. $f(x)$ e calcule a probabilidade que o tempo de consulte demore mais de 3 minutos.

b) Lembrando a definição de uma v.a. Poisson como o número de ocorrências num intervalo de tempo $[0, t)$. Explique qual a relação da Dist. Poisson com a v.a. contínua definida em a). [Obs.: Não basta dizer que ambas as distribuições tem parâmetro λ , deve explicar o conceito].

c) A v.a. contínua tempo de resposta possui a Propriedade de Perda Memória? Demonstre.

4. “Os Indecisos” um novo grupo de MPB tem a intenção de gravar um CD/DVD. A gravadora tem sérias dúvidas sobre a receptividade deste lançamento e acredita que há uma chance em quatro de o CD/DVD se tornar sucesso. A gravação e a distribuição do CD/DVD custam 20.000 u.m. (unidades monetárias) e, se for um sucesso, a gravadora lucrará 120.000 u.m. Se for um fracasso, a gravadora terá apenas uma pilha de CD/DVD encalhados em suas mãos. Se o CD/DVD não for gravado não haverá lucro nem prejuízo.

a) Para padronizar o exercício considere o seguinte diagrama de árvore. Explique o resultado.



b) A gravadora pode consultar um especialista, que tem a informação perfeita sobre o processo mental da juventude. Ele pretende cobrar 18.000 u.m. Vale a pena pagar?

c) Como alternativa, a gravadora pode encomendar uma pesquisa de opinião pública a conhecido instituto que, com 60% de probabilidade prevê um sucesso (se o CD/DVD for realmente um sucesso) e, com 80% de probabilidade prevê um fracasso (se o CD/DVD realmente fracassar). O instituto que realizará esta pesquisa pretende cobrar 3.800 u.m e garante uma eficiência maior de 50%.

- Você concorda em pagar este valor? Justifique.
- Verifique se a afirmação sobre a eficiência é correta.
- Caso realize a pesquisa de mercado, defina a sua estratégia.

5. Uma moeda é lançada até que pela primeira vez o mesmo resultado aparece por duas vezes consecutivas. A cada possível resultado de n lançamentos atribua probabilidade 2^{-n} . Qual a probabilidade de que seja necessário um número par de lançamentos para terminar o experimento