
PROBABILIDADES E INTRODUÇÃO A PROCESSOS ESTOCÁSTICOS

Aula 1 - 01 março 2007

CONCEITOS BÁSICOS DE PROBABILIDADES

1. Experimento aleatório
2. Espaço amostral (S)
3. Eventos.
4. Eventos Mutuamente excludentes
5. Definições de probabilidade
6. Propriedades

CONCEITOS BÁSICOS DE PROBABILIDADES

Experimento Aleatório (\mathcal{E}):

Fenômeno observável para o qual não se conhece o resultado final porém conhece-se todos os resultados possíveis.

Espaço Amostral (S):

É o conjunto de todos os resultados possíveis do experimento de \mathcal{E} .

CONCEITOS BÁSICOS DE PROBABILIDADES

Evento: (representado por letras maiúsculas)

É um sub-conjunto qualquer do espaço amostral ($A \subseteq S$).

Eventos Mutuamente excludentes ou exclusivos:

Dois eventos A e B são excludentes se eles não podem ocorrer juntos i.e. se $A \cap B = \phi$.

CONCEITOS BÁSICOS DE PROBABILIDADES

Definição Clássica de Probabilidades

$P(\text{evento}) = \frac{\text{número de resultados favoráveis}}{\text{número de resultados possíveis}}$

Somente aplicáveis a conjuntos contáveis.

CONCEITOS BÁSICOS DE PROBABILIDADES

Definição de frequência:

$$f_A = n_A/n$$

Definição Frequencial de Probabilidades

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f_A = \lim_{n \rightarrow \infty} n_A/n$$

A medida que o experimento se repete mais e mais vezes o valor de f_A se estabelece próximo de um número, suponhamos p .

CONCEITOS BÁSICOS DE PROBABILIDADES

Definição Axiomática de Probabilidades:

A cada evento A associaremos um número real representado por $P(A)$ chamado probabilidade de A que satisfaz as seguintes propriedades:

i. $0 \leq P(A) \leq 1$

ii. $P(S) = 1$

iii. Se A e B forem mutuamente excludentes então

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

iv. Sejam A_1, A_2, \dots eventos mutuamente excludentes

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots) = P(A_1) + P(A_2) + \dots$$

CONCEITOS BÁSICOS DE PROBABILIDADES

Propriedades:

i) $P(\phi) = 0$

ii) $P(A) + P(\bar{A}) = 1$

iii) $P(B) = P(A \cap B) + P(B \cap \bar{A})$

iv) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

v) $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$

CONCEITOS BÁSICOS DE PROBABILIDADES

Exemplo:

Pecas que saem de uma linha de produção são marcadas defeituosa (D) ou não defeituosas (N). As pecas são inspecionadas e a sua condição registrada. Isto é feito até que duas pecas defeituosas consecutivas sejam encontradas ou que quatro pecas tenham sido inspecionadas, aquilo que ocorra em primeiro lugar.

Descreva o espaço amostral.

CONCEITOS BÁSICOS DE PROBABILIDADES

Exercício 1:

Um homem tem oportunidade de jogar 5 vezes na roleta. Ele ganha ou perde um dólar em cada jogada. Começa com dois dólares e parará de jogar antes de 5 vezes, se perder todo o seu dinheiro ou se ganhar 3 dólares (i.e. se tiver 5 dólares). Encontre o número de maneiras nas quais o jogo pode ocorrer.

CONCEITOS BÁSICOS DE PROBABILIDADES

Exercício 2:

Sejam A , B e C três eventos associados a um experimento. Exprima em notações de conjuntos, as seguintes afirmações verbais.

- a) ao menos um dos eventos ocorre
- b) exatamente um dos eventos ocorre
- c) exatamente dois dos eventos ocorre
- d) não mais de dois dos eventos ocorrem simultaneamente.

CONCEITOS BÁSICOS DE PROBABILIDADES

Exercício 3:

Três jornais A, B e C são publicados em uma cidade. Uma recente pesquisa entre os leitores indica o seguinte: 20% lêem A, 26% lêem B, 40% lêem C, 8% A e B, 5% A e C, 2% A, B e C e 14% B e C. Para um adulto escolhido ao acaso, calcule a probabilidade de que :

- ele leia exatamente um dos jornais
- ele não leia qualquer jornal
- ele leia ao menos A e B, se se souber que ele lê ao menos um dos jornais publicados.

CONCEITOS BÁSICOS DE PROBABILIDADES

Exercício 4:

Considere dois eventos quaisquer A e B . Demonstre que a probabilidade de que exatamente um dos eventos A ou B ocorra é:

$$P(A) + P(B) - 2 P(AB)$$

CONCEITOS BÁSICOS DE PROBABILIDADES

Exercício 5:

Uma urna contém quatro bolas brancas e duas bolas vermelhas. Uma bola é extraída. Se a bola for branca, esta não será devolvida à urna. Se a bola for vermelha, esta será devolvida à urna. Outra bola é extraída. Seja A o evento: a primeira bola extraída é branca. e seja B o evento: a segunda bola extraída é branca. Responda se os seguintes enunciados são verdadeiros ou falsos, justificando em cada caso a sua conclusão:

- a) $P(A) = 2/3$
- b) $P(B) = 3/5$
- c) $P(B/A) = 3/5$
- d) $P(A/B) = 9/14$
- e) Os eventos A e B são mutuamente excludentes

CONCEITOS BÁSICOS DE PROBABILIDADES

DESAFIO:

Suponha que três homens, numa festa, atirem seus paletós no guarda-roupa. Os paletós são misturados e cada um deles deverá selecionar aleatoriamente um paletó.

- a) qual a probabilidade que nenhum dos três encontre seu próprio paletó?
- b) se fossem n homens, calcule a probabilidade de que ao menos um dos homens tenha o seu próprio paletó.