2ª Prova de HID-31

Professor: Paulo Ivo Braga de Queiroz

27 de maio de 2007

1. O Problema de Couette consiste em duas placas horizontais paralelas infinitas, separadas por uma distância L. Entre estas placas existe um fluido incompressível que tem viscosidade μ e densidade ρ. A placa inferior fica parada, enquanto a placa superior se move na direção do eixo x com velocidade V. Suponha que o fluxo desenvolvido é laminar e o regime é permanente. Pede-se:

   (a) Deduza o campo de velocidades no fluido entre as duas placas partindo da equação de Navier-Stokes em duas dimensões, procurando justificar cada simplificação que você fizer (simetrias, fluxo laminar, regime permanente, direção das forças, etc.).

   (b) Deduza o campo de tensões cisalhantes partindo da lei da viscosidade de Newton.

   A lei da viscosidade de Newton pode ser escrita como

$$\begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p - 2\mu\frac{\partial u}{\partial x} & -\mu\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) \\ -\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) & p - 2\mu\frac{\partial v}{\partial y} \end{pmatrix} \tag{1}$$

   enquanto que a equação de Navier-Stokes em duas dimensões pode ser colocada como

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\nabla^2 u + F_x \tag{2}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \nu\nabla^2 v + F_y \tag{3}$$

2. O Problema de Poiseuille é similar ao problema de Couette, mas, neste caso, as duas placas ficam paradas enquanto o fluxo se desenvolve causado por um gradiente de pressão constante na direção x, $i = \frac{\partial p}{\partial x}$. Pede-se:

   (a) Deduza o campo de velocidades no fluido entre as duas placas partindo da equação de Navier-Stokes em duas dimensões, procurando justificar cada simplificação que você fizer (simetrias, fluxo laminar, regime permanente, direção das forças, etc.).

   (b) Deduza uma equação para a velocidade máxima V_{max} em função do gradiente de pressões i.

   (c) Ache quantos adimensionais o problema do item anterior possui e proponha um conjunto de adimensionais para ele.