



1ª Prova de EDI-49 Concreto Estrutural II

Prof. Flávio Mendes Neto

Abril de 2013

Consulta permitida somente ao Formulário Básico. A interpretação das questões faz parte da prova. Justifique cientificamente suas afirmações e comente, criticamente, todos os resultados obtidos. Esta prova tem 1 folha e 2 questões.

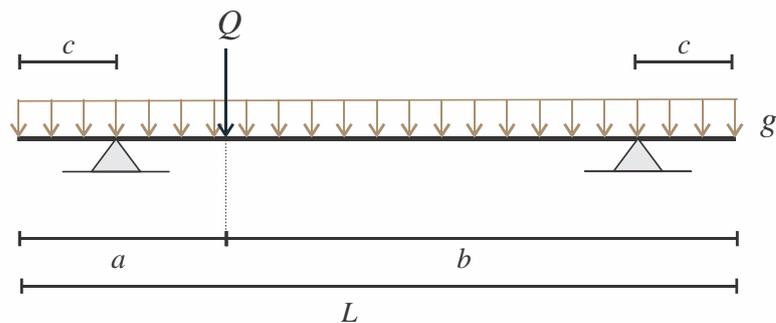
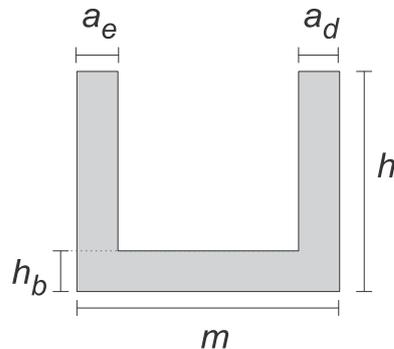
Atenção: A percentagem de acerto do item (a) da Questão 2 será utilizada como multiplicador da nota de seu projeto neste bimestre.

(duração máxima: 3 h 0 min)

1ª Questão Considere uma viga com seção transversal constante de concreto. Utilize os seguintes dados:

- Seção "U", conforme ($h = m = 100$ cm e $a_e = a_d = h_b = 20$ cm).
- Viga isostática bi-apoiada conforme figura ($L = 2500$ cm; $a = 500$ cm).
- Peso específico do concreto: $\gamma_{con} = 2,5 \times 10^{-8}$ MN/cm³.
- Distância mínima do CG da armadura à borda mais próxima: $d'_{p,min} = 10$ cm.
- Armadura pré-tracionada (calcule a área com $A_p = F_i/0,1463$ com F_i em MN e A_p em cm²).
- Custo do concreto: R\$ 456,00 por m³. Custo da armadura: R\$ 43 210,00 por m³.
- Fases de carregamento (considere, **também**, o peso próprio):

Fase	Limites de tensão (MN/cm ²)		Perdas de protensão (%)	Carga Q de utilização (MN)
	Mínimo	Máximo		
(i) Inicial	-0,0003	0,0036	0	0
(f) Final	-0,0005	0,0048	18	0,3

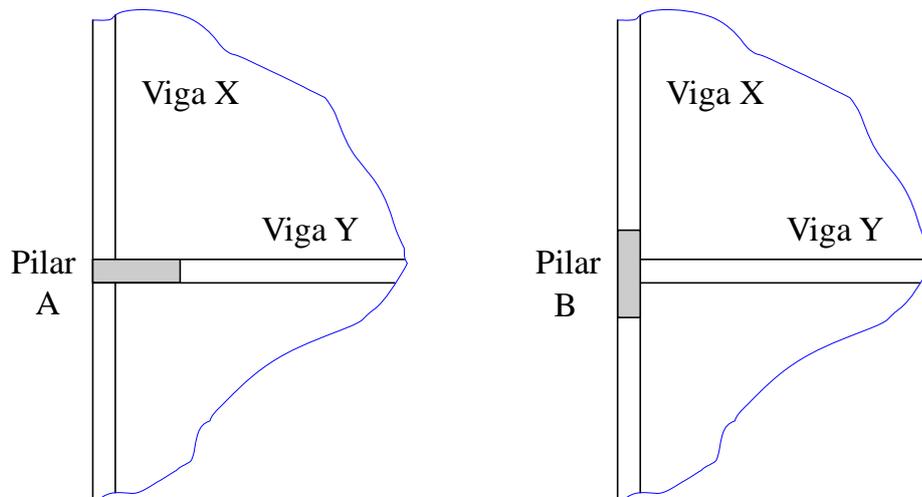


1ª Questão (cont) Pede-se:

- Considerando $c = 0$ cm e a seção crítica que estiver submetida ao máximo momento fletor na fase final, calcule a mínima força de protensão inicial F_i (e respectiva excentricidade e) e o custo total da viga. Faça um esboço da distribuição da armadura na seção transversal.
- Esboce, para a força do item anterior, uma trajetória viável para esta armadura de protensão.
- O projetista “esqueceu” que esta viga deveria ainda ser transportada e, com a força de protensão do item (a) e para $Q = 0$, deseja-se suspendê-la com guindaste pelos “apoios” com $c = 500$ cm. Qual a sua opinião?
- Discuta quais as consequências de uma imprecisão construtiva causar dimensões da seção transversal tais que $a_e \neq a_d$.
- Este item é individual e para casa, mas com uso ilimitado de recursos computacionais (prazo de entrega: 08/abr/2013, 10:10, impresso – com capa): quais dimensões da seção (h , m , $a_e = a_d$ e h_b) minimizam o custo total da peça para o item (a)? Qual a força de protensão e respectiva excentricidade? Considere que o $d'_{p,\min}$ também possa ser reduzido até 4 cm desde que seja um valor inteiro em centímetros.

2ª Questão Considere o dimensionamento de um edifício residencial de concreto armado. Pede-se:

- Descreva os passos principais para o dimensionamento e detalhamento das lajes.
- Não há, de fato, um engaste “parcial” das lajes com as vigas de extremidade? Como poderia ser calculada esta eventual armadura?
- Se o pilar de extremidade da figura seguinte, representando um detalhe da planta de estruturas, fosse retangular, qual das opções (A ou B) seria a mais indicada para seu posicionamento? Por quê?



Questão	1a	1b	1c	1d	1e	2a	2b	2c
Valor	2,0	2,0	2,0	1,0	2,0	1,0	1,0	1,0

Observação: a nota máxima da prova é 10,0 (dez).

Alguns resultados e comentários

1ª Questão

a) A seção transversal possui as seguintes características geométricas: $A_c = 5\,200\text{ cm}^2$; $y_t = 59,23\text{ cm}$; $y_b = 40,77\text{ cm}$; $I = 4\,850\,256,41\text{ cm}^4$; $W_t = 81\,887,45\text{ cm}^3$; $W_b = 118\,968,55\text{ cm}^3$; $k_t = 22,88\text{ cm}$; $k_b = 15,75\text{ cm}$. O peso próprio resulta em um carregamento uniformemente distribuído de $g = 1,3 \times 10^{-4}\text{ MN/cm}$.

A análise da seção crítica (momento máximo), na fase final, fornece $x = 788,4615\text{ cm}$ com os seguintes momentos fletores nas fases inicial e final: $M_i = 87,72\text{ MN}\cdot\text{cm}$ e $M_f = 190,41\text{ MN}\cdot\text{cm}$.

A determinação da força mínima de protensão fornece $F_i = 2,9761\text{ MN}$ e $e = 30,7692\text{ cm}$, com uma área de armadura, dada pela expressão fornecida na prova, de $A_p = 20,34\text{ cm}^2$ e um custo total, descontando A_p de A_c , de R\$ 8.102,34 (73% para o concreto e 27% para a armadura).

Esperava-se, ainda, um esboço da armadura **consistente** com o valor da excentricidade e obtida.

Seção	Valor
Base m	100
Altura h	100
Alma esq ae	20
Alma dir ad	20
Mesa inf hb	20
Peso espec	2,50E-08
g	1,30E-04

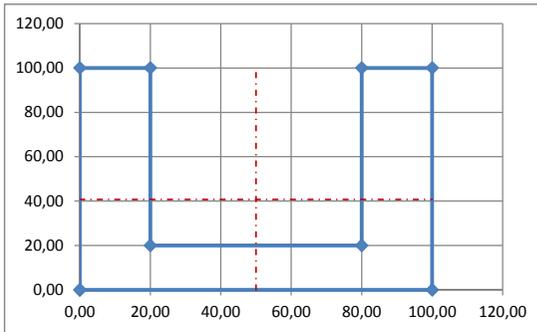
Unidades coerentes (melhor usar MN e cm)

Área	5.200,00
yt	59,23
yb	40,77
Inércia	4.850.256,41
Wt	81.887,45
Wb	118.968,55
kt	22,88
kb	15,75

Vértices	9
----------	---

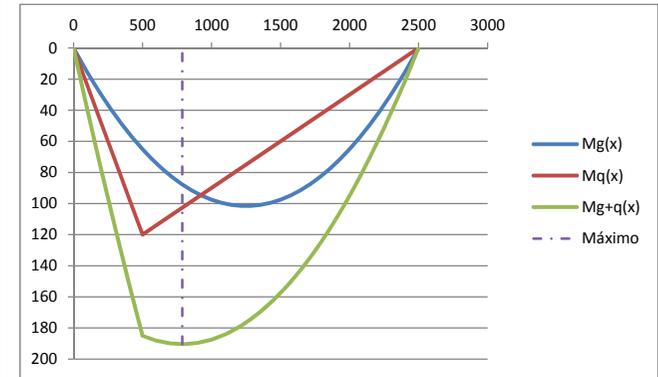
Viga	Valor
L	2500
a	500
b	2000
c	0

Carga Q	Posição
0,3	500



Seção	x	Mg(x)	Mq(x)	Mg+q(x)
1	0	0,00	0,00	0,00
2	100	15,60	24,00	39,60
3	200	29,90	48,00	77,90
4	300	42,90	72,00	114,90
5	400	54,60	96,00	150,60
6	500	65,00	120,00	185,00
7	600	74,10	114,00	188,10
8	700	81,90	108,00	189,90
9	800	88,40	102,00	190,40
10	900	93,60	96,00	189,60
11	1000	97,50	90,00	187,50
12	1100	100,10	84,00	184,10
13	1200	101,40	78,00	179,40
14	1300	101,40	72,00	173,40
15	1400	100,10	66,00	166,10
16	1500	97,50	60,00	157,50
17	1600	93,60	54,00	147,60
18	1700	88,40	48,00	136,40
19	1800	81,90	42,00	123,90
20	1900	74,10	36,00	110,10
21	2000	65,00	30,00	95,00
22	2100	54,60	24,00	78,60
23	2200	42,90	18,00	60,90
24	2300	29,90	12,00	41,90
25	2400	15,60	6,00	21,60
26	2500	0,00	0,00	0,00

Rq1	Rq2
0,24	0,06



Otimizador			
x	Mg(x)	Mq(x)	Mg+q(x)
788,4615	87,72	102,69	190,41
788,4615			0 Aux

Fase	Limites tensão		Perdas
	Min	Max	
Inicial	-3,00E-04	3,60E-03	0
Final	-5,00E-04	4,80E-03	18%

d'p,min	10	Fator Fi/Ap	0,1463
---------	----	-------------	--------

Coeficientes		Ang	Lin
Inicial	a	52,02578	-22,88
	b	516,00314	-22,88
	c	112,28258	15,75
	d	-207,0785	15,75
Final	a'	159,66387	-22,88
	b'	928,60696	-22,88
	c'	282,13704	15,75
	d'	-247,1355	15,75

Geométricas	
Mínimo	-49,23
Máximo	30,77

Otimizador	
1/Fi	e
0,336005	30,76923077

Tensões	Bottom	Top	OK?
Inicial	0,000605	0,000525	ok
Final	-0,000500	0,001878	ok

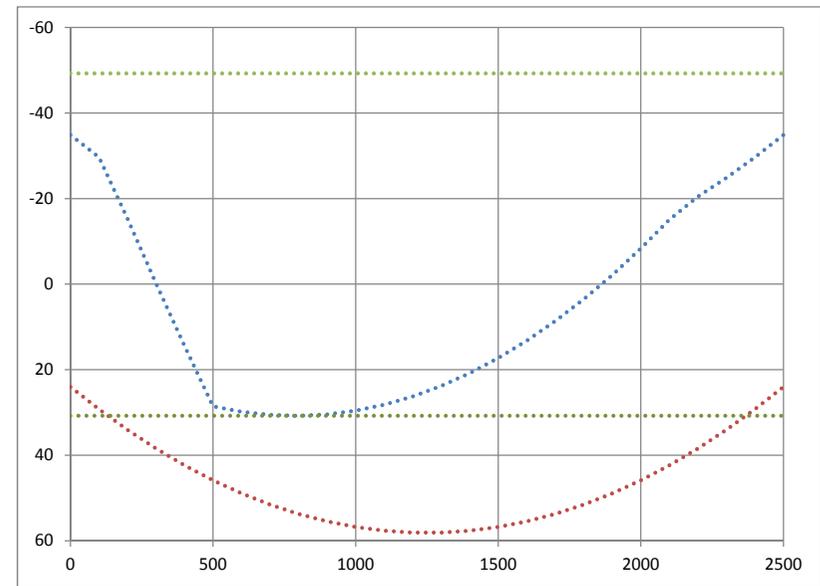
Mínimo		Ap
Fi	2,976149609	20,34

Custo	(m^3)	(kg)	(cm^3)
CC	R\$ 456,00	R\$ 0,18	R\$ 0,00046
CP	R\$ 43.210,00	R\$ 5,50	R\$ 0,04321

Custo unitário seção		
Concreto	R\$ 2,36	73%
Aço	R\$ 0,88	27%
Total	R\$ 3,24	100%
Custo da viga suposta constante		
Concreto	R\$ 5.904,81	73%
Aço	R\$ 2.197,53	27%
Total	R\$ 8.102,34	100%

b) Com a utilização da força mínima do item anterior é obrigatório que em alguma abscissa do perfil longitudinal da viga (e não há simetria por conta do carregamento) a Região Limite fique restrita a um único ponto. Além disso, manipulando as inequações de tensão, observa-se que uma trajetória horizontal não é viável (ver figura), o que poderia ser facilmente observado com a verificação das seções extremas. Como a armadura é pré-tracionada, esperava-se o esboço uma trajetória (qualquer) poligonal, com o posicionamento de eventuais ganchos.

Seção	x	Inicial			Inicial - res			Final			Final - res			Tensão		Geom		Final	
		e>=	e<=	e<=	e>=	e<=	e<=	e>=	e<=	e<=	e>=	e<=	e>=	e<=	e>=	e<=	e>=	e<=	
1	0	-34,9	121,0	24,0	-83,3	-34,9	24,0	-47,3	211,1	32,5	-145,3	-47,3	32,5	-34,9	24,0	-49,2	30,8	-34,9	24,0
2	100	-29,6	126,3	29,2	-78,1	-29,6	29,2	-31,0	227,3	48,8	-129,1	-31,0	48,8	-29,6	29,2	-49,2	30,8	-29,6	29,2
3	200	-24,8	131,1	34,0	-73,3	-24,8	34,0	-15,3	243,0	64,4	-113,4	-15,3	64,4	-15,3	34,0	-49,2	30,8	-15,3	30,8
4	300	-20,5	135,4	38,4	-68,9	-20,5	38,4	-0,2	258,2	79,6	-98,2	-0,2	79,6	-0,2	38,4	-49,2	30,8	-0,2	30,8
5	400	-16,5	139,4	42,3	-65,0	-16,5	42,3	14,5	272,8	94,2	-83,6	14,5	94,2	14,5	42,3	-49,2	30,8	14,5	30,8
6	500	-13,0	142,9	45,8	-61,5	-13,0	45,8	28,6	286,9	108,3	-69,5	28,6	108,3	28,6	45,8	-49,2	30,8	28,6	30,8
7	600	-10,0	145,9	48,9	-58,4	-10,0	48,9	29,8	288,2	109,6	-68,2	29,8	109,6	29,8	48,9	-49,2	30,8	29,8	30,8
8	700	-7,4	148,5	51,5	-55,8	-7,4	51,5	30,6	288,9	110,3	-67,5	30,6	110,3	30,6	51,5	-49,2	30,8	30,6	30,8
9	800	-5,2	150,7	53,7	-53,6	-5,2	53,7	30,8	289,1	110,5	-67,3	30,8	110,5	30,8	53,7	-49,2	30,8	30,8	30,8
10	900	-3,4	152,5	55,5	-51,9	-3,4	55,5	30,4	288,8	110,2	-67,6	30,4	110,2	30,4	55,5	-49,2	30,8	30,4	30,8
11	1000	-2,1	153,8	56,8	-50,5	-2,1	56,8	29,6	287,9	109,4	-68,5	29,6	109,4	29,6	56,8	-49,2	30,8	29,6	30,8
12	1100	-1,2	154,7	57,6	-49,7	-1,2	57,6	28,2	286,6	108,0	-69,9	28,2	108,0	28,2	57,6	-49,2	30,8	28,2	30,8
13	1200	-0,8	155,1	58,1	-49,2	-0,8	58,1	26,3	284,6	106,0	-71,8	26,3	106,0	26,3	58,1	-49,2	30,8	26,3	30,8
14	1300	-0,8	155,1	58,1	-49,2	-0,8	58,1	23,8	282,2	103,6	-74,3	23,8	103,6	23,8	58,1	-49,2	30,8	23,8	30,8
15	1400	-1,2	154,7	57,6	-49,7	-1,2	57,6	20,8	279,2	100,6	-77,3	20,8	100,6	20,8	57,6	-49,2	30,8	20,8	30,8
16	1500	-2,1	153,8	56,8	-50,5	-2,1	56,8	17,3	275,7	97,1	-80,8	17,3	97,1	17,3	56,8	-49,2	30,8	17,3	30,8
17	1600	-3,4	152,5	55,5	-51,9	-3,4	55,5	13,2	271,6	93,0	-84,8	13,2	93,0	13,2	55,5	-49,2	30,8	13,2	30,8
18	1700	-5,2	150,7	53,7	-53,6	-5,2	53,7	8,6	267,0	88,4	-89,4	8,6	88,4	8,6	53,7	-49,2	30,8	8,6	30,8
19	1800	-7,4	148,5	51,5	-55,8	-7,4	51,5	3,5	261,9	83,3	-94,5	3,5	83,3	3,5	51,5	-49,2	30,8	3,5	30,8
20	1900	-10,0	145,9	48,9	-58,4	-10,0	48,9	-2,1	256,2	77,6	-100,2	-2,1	77,6	-2,1	48,9	-49,2	30,8	-2,1	30,8
21	2000	-13,0	142,9	45,8	-61,5	-13,0	45,8	-8,3	250,0	71,5	-106,4	-8,3	71,5	-8,3	45,8	-49,2	30,8	-8,3	30,8
22	2100	-16,5	139,4	42,3	-65,0	-16,5	42,3	-15,0	243,3	64,7	-113,1	-15,0	64,7	-15,0	42,3	-49,2	30,8	-15,0	30,8
23	2200	-20,5	135,4	38,4	-68,9	-20,5	38,4	-22,3	236,1	57,5	-120,4	-22,3	57,5	-20,5	38,4	-49,2	30,8	-20,5	30,8
24	2300	-24,8	131,1	34,0	-73,3	-24,8	34,0	-30,1	228,3	49,7	-128,1	-30,1	49,7	-24,8	34,0	-49,2	30,8	-24,8	30,8
25	2400	-29,6	126,3	29,2	-78,1	-29,6	29,2	-38,4	220,0	41,4	-136,5	-38,4	41,4	-29,6	29,2	-49,2	30,8	-29,6	29,2
26	2500	-34,9	121,0	24,0	-83,3	-34,9	24,0	-47,3	211,1	32,5	-145,3	-47,3	32,5	-34,9	24,0	-49,2	30,8	-34,9	24,0



c) O esquema de carregamento proposto gera uma distribuição de momentos fletores diferenciada, com momentos negativos e positivos. Há necessidade de uma verificação objetiva mais aprofundada. Não se diz em que instante de tempo será feito o transporte mas é de se supor algo mais próximo da fase inicial do que da fase final (de qualquer forma a verificação das duas esgota as possibilidades em termos de limites de tensão). Ainda que não fosse esperado um grande detalhamento, com a força do primeiro item, só as seções bem próximas ao meio do vão ainda passariam no critério de tensões, como pode ser observado nos anexos. O transporte deveria ser feito pelas extremidades e não pelas posições c indicadas.

Seção	Valor
Base m	100
Altura h	100
Alma esq ae	20
Alma dir ad	20
Mesa inf hb	20

Peso espec	2,50E-08
g	1,30E-04

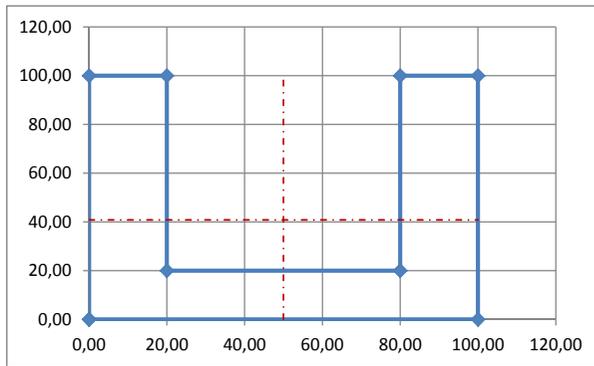
Unidades coerentes (melhor usar MN e cm)

Área	5.200,00
yt	59,23
yb	40,77
Inércia	4.850.256,41
Wt	81.887,45
Wb	118.968,55
kt	22,88
kb	15,75

Vértices	9
----------	---

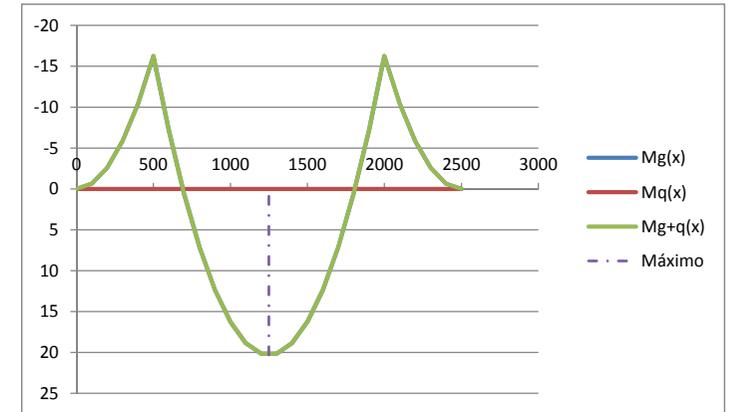
Viga	Valor
L	2500
a	500
b	2000
c	500

Carga Q	Posição
0	500



Seção	x	Mg(x)	Mq(x)	Mg+q(x)
1	0	0,00	0,00	0,00
2	100	-0,65	0,00	-0,65
3	200	-2,60	0,00	-2,60
4	300	-5,85	0,00	-5,85
5	400	-10,40	0,00	-10,40
6	500	-16,25	0,00	-16,25
7	600	-7,15	0,00	-7,15
8	700	0,65	0,00	0,65
9	800	7,15	0,00	7,15
10	900	12,35	0,00	12,35
11	1000	16,25	0,00	16,25
12	1100	18,85	0,00	18,85
13	1200	20,15	0,00	20,15
14	1300	20,15	0,00	20,15
15	1400	18,85	0,00	18,85
16	1500	16,25	0,00	16,25
17	1600	12,35	0,00	12,35
18	1700	7,15	0,00	7,15
19	1800	0,65	0,00	0,65
20	1900	-7,15	0,00	-7,15
21	2000	-16,25	0,00	-16,25
22	2100	-10,40	0,00	-10,40
23	2200	-5,85	0,00	-5,85
24	2300	-2,60	0,00	-2,60
25	2400	-0,65	0,00	-0,65
26	2500	0,00	0,00	0,00

Rq1	Rq2
0	0



Otimizador			
x	Mg(x)	Mq(x)	Mg+q(x)
1250	20,31	0,00	20,31
1250			0

Aux

Fase	Limites tensão		Perdas
	Min	Max	
Inicial	-3,00E-04	3,60E-03	0
Final	-5,00E-04	4,80E-03	18%

d'p,min	10	Fator Fi/Ap	0,1463
---------	----	-------------	--------

Coeficientes		Ang	Lin
Inicial	a	-15,37806604	-22,88
	b	448,5992925	-22,88
	c	44,87873377	15,75
	d	-274,4823052	15,75
Final	a'	-47,77045943	-22,88
	b'	721,17263	-22,88
	c'	74,70271091	15,75
	d'	-454,5698052	15,75

Geométricas	
Mínimo	-49,23
Máximo	30,77

Otimizador	
1/Fi	e
0,336004614	30,76923077

Mínimo	Ap
Fi	2,976149609 20,34

Custo	(m^3)	(kg)	(cm^3)
CC	R\$ 456,00	R\$ 0,18	R\$ 0,00046
CP	R\$ 43.210,00	R\$ 5,50	R\$ 0,04321

Tensões	Bottom	Top	OK?
Inicial			
Final			

Custo unitário seção		
Concreto	R\$ 2,36	73%
Aço	R\$ 0,88	27%
Total	R\$ 3,24	100%
Custo da viga suposta constante		
Concreto	R\$ 5.904,81	73%
Aço	R\$ 2.197,53	27%
Total	R\$ 8.102,34	100%

Seção	x	Mg+q(x)	Sbi	Sti	Ok?	Sbf	Stf	Ok?
1	0	0	0,001342	-0,000546	NÃO	0,001100	-0,000448	ok
2	100	-0,65	0,001348	-0,000554	NÃO	0,001106	-0,000456	ok
3	200	-2,6	0,001364	-0,000578	NÃO	0,001122	-0,000479	ok
4	300	-5,85	0,001391	-0,000617	NÃO	0,001150	-0,000519	NÃO
5	400	-10,4	0,001429	-0,000673	NÃO	0,001188	-0,000575	NÃO
6	500	-16,25	0,001479	-0,000744	NÃO	0,001237	-0,000646	NÃO
7	600	-7,15	0,001402	-0,000633	NÃO	0,001161	-0,000535	NÃO
8	700	0,65	0,001337	-0,000538	NÃO	0,001095	-0,000440	ok
9	800	7,15	0,001282	-0,000459	NÃO	0,001040	-0,000360	ok
10	900	12,35	0,001238	-0,000395	NÃO	0,000997	-0,000297	ok
11	1000	16,25	0,001205	-0,000348	NÃO	0,000964	-0,000249	ok
12	1100	18,85	0,001184	-0,000316	NÃO	0,000942	-0,000217	ok
13	1200	20,15	0,001173	-0,000300	ok	0,000931	-0,000202	ok
14	1300	20,15	0,001173	-0,000300	ok	0,000931	-0,000202	ok
15	1400	18,85	0,001184	-0,000316	NÃO	0,000942	-0,000217	ok
16	1500	16,25	0,001205	-0,000348	NÃO	0,000964	-0,000249	ok
17	1600	12,35	0,001238	-0,000395	NÃO	0,000997	-0,000297	ok
18	1700	7,15	0,001282	-0,000459	NÃO	0,001040	-0,000360	ok
19	1800	0,65	0,001337	-0,000538	NÃO	0,001095	-0,000440	ok
20	1900	-7,15	0,001402	-0,000633	NÃO	0,001161	-0,000535	NÃO
21	2000	-16,25	0,001479	-0,000744	NÃO	0,001237	-0,000646	NÃO
22	2100	-10,4	0,001429	-0,000673	NÃO	0,001188	-0,000575	NÃO
23	2200	-5,85	0,001391	-0,000617	NÃO	0,001150	-0,000519	NÃO
24	2300	-2,6	0,001364	-0,000578	NÃO	0,001122	-0,000479	ok
25	2400	-0,65	0,001348	-0,000554	NÃO	0,001106	-0,000456	ok
26	2500	0	0,001342	-0,000546	NÃO	0,001100	-0,000448	ok

d) A primeira consequência é a alteração das características geométricas da seção, levando a uma alteração da força de protensão (e alteração dos carregamentos, por conta do peso próprio). A falta de simetria da seção causa, ainda, o aparecimento de uma flexão fora do plano do carregamento e, potencialmente, uma torção. Este fenômeno pode ser causado pelos carregamentos e, também, pela própria força de protensão, com maior intensidade. Em casos extremos pode ser causada uma “flambagem lateral com torção”.

e) As soluções apresentadas utilizaram programação (VBA, Matlab e C++) e Excel (*Solver* e planilhas clássicas). Vários alunos resolveram o problema com sucesso. Alguns relatórios não apresentaram o código de programação embora isso fosse, naturalmente, esperado.

As condições de contorno não foram especificadas, fazendo parte da resolução do problema. Restrições artificiais, ou mal justificadas, alteram o problema e prejudicam a solução. Do ponto de vista geométrico as seguintes restrições parecem naturais (incluindo o alojamento da armadura):

$$\begin{aligned}a_e = a_d &\geq 2 d'_{p,\min} \\h_b &\geq 2 d'_{p,\min} \\m &\geq a_e + a_d \\h &\geq h_b.\end{aligned}$$

O enunciado ainda informava que $d'_{p,\min}$ poderia ser alterado na condição de ser um número inteiro entre 4 cm e 10 cm.

É importante notar que este item deveria ser resolvido como o item (a) anterior, ou seja, a seção crítica deveria ser determinada para a fase final como sendo aquela de momento fletor máximo (a seção crítica poderia, portanto, variar e não era, necessariamente, a mesma do item (a) ou a mesma para cada solução apresentada — é importante deixar clara qual a seção crítica dimensionada).

Outro ponto importante, e talvez delicado, é que não havia necessidade de minimizar a força de protensão já que o que se buscava era a seção de mínimo custo. É natural imaginar que estes dois mínimos ocorram juntos mas, uma vez que as dimensões são variáveis e introduzem fortes não linearidades no problema, existe a possibilidade de uma força maior ser compensada por uma seção menor.

A minimização numérica do custo (*Solver* do Excel – GNR) levou à seção crítica $x = 500$ cm com custo total R\$ 4.061,78 (71% para o concreto e 29% para o aço) com as seguintes dimensões: $m = 57,96919$ cm; $h = 138,0474$ cm; $a_e = a_d = h_b = 8$ cm e $d'_p = 4$ cm (este parâmetro foi forçado a assumir valores inteiros). A força de protensão foi $F_i = 1,5892$ MN com $e = 55,5624$ cm. A consideração de m e h inteiros leva a sutis alterações de alguns parâmetros mas o custo final é o mesmo ($F_i = 1,58998$ MN com $e = 55,52761$ cm).

Observar, por fim, que nas restrições impostas foram estabelecidas as tensões extremas dentro dos limites e não o fato de a força de protensão ser mínima, embora, aparentemente, seja.

Seção	Valor
Base m	57,96919
Altura h	138,0474
Alma esq ae	8
Alma dir ad	8
Mesa inf hb	8

Peso espec	2,50E-08
g	6,36E-05

d'p,min	4
---------	---

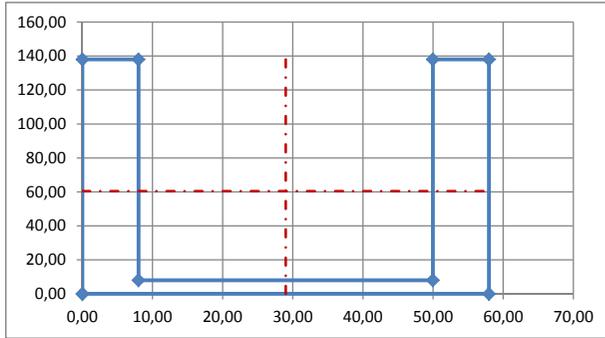
Viga	Valor
L	2500
a	500
b	2000
c	0

Carga Q	Posição
0,3	500

Unidades coerentes (melhor usar MN e cm)

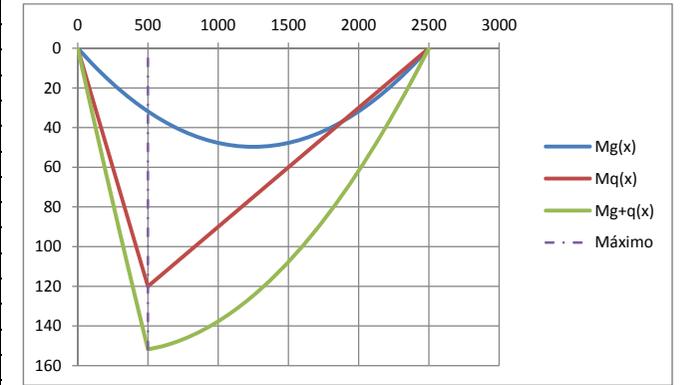
Área	2.544,51
yt	77,60
yb	60,44
Inércia	4.741.774,13
Wt	61.102,41
Wb	78.449,44
kt	30,83
kb	24,01

Vértices	9
----------	---



Seção	x	Mg(x)	Mq(x)	Mg+q(x)
1	0	0,00	0,00	0,00
2	100	7,63	24,00	31,63
3	200	14,63	48,00	62,63
4	300	20,99	72,00	92,99
5	400	26,72	96,00	122,72
6	500	31,81	120,00	151,81
7	600	36,26	114,00	150,26
8	700	40,08	108,00	148,08
9	800	43,26	102,00	145,26
10	900	45,80	96,00	141,80
11	1000	47,71	90,00	137,71
12	1100	48,98	84,00	132,98
13	1200	49,62	78,00	127,62
14	1300	49,62	72,00	121,62
15	1400	48,98	66,00	114,98
16	1500	47,71	60,00	107,71
17	1600	45,80	54,00	99,80
18	1700	43,26	48,00	91,26
19	1800	40,08	42,00	82,08
20	1900	36,26	36,00	72,26
21	2000	31,81	30,00	61,81
22	2100	26,72	24,00	50,72
23	2200	20,99	18,00	38,99
24	2300	14,63	12,00	26,63
25	2400	7,63	6,00	13,63
26	2500	0,00	0,00	0,00

Rq1	Rq2
0,24	0,06



Otimizador			
x	Mg(x)	Mq(x)	Mg+q(x)
500	31,81	120,00	151,81

Fase	Limites tensão		Perdas
	Min	Max	
Inicial	-3,00E-04	3,60E-03	0
Final	-5,00E-04	4,80E-03	18%

Fator Fi/Ap	0,1463
-------------	--------

	Coeficientes		Ang	Lin
	a	b		
Inicial	a	8,2715665	-30,83	
	b	314,2244	-30,83	
	c	50,137124	24,01	
	d	-188,16229	24,01	
Final	a'	137,29473	-30,83	
	b'	644,34602	-30,83	
	c'	222,38733	24,01	
	d'	-172,54291	24,01	

Geométricas	
Mínimo	-73,60
Máximo	56,44

Otimizador	
1/Fi	e
0,629254	55,56238707

Mínimo		Ap
Fi	1,589183919	10,86

Custo	(m^3)	(kg)	(cm^3)
CC	R\$ 456,00	R\$ 0,18	R\$ 0,00046
CP	R\$ 43.210,00	R\$ 5,50	R\$ 0,04321

Tensões	Bottom	Top	OK?
Inicial	0,001345	-0,000300	ok
Final	-0,000500	0,001812	ok

Custo unitário seção		
Concreto	R\$ 1,16	71%
Aço	R\$ 0,47	29%
Total	R\$ 1,62	100%
Custo da viga suposta constante		
Concreto	R\$ 2.888,36	71%
Aço	R\$ 1.173,42	29%
Total	R\$ 4.061,78	100%

Seção	Valor
Base m	58
Altura h	138
Alma esq ae	8
Alma dir ad	8
Mesa inf hb	8

Peso espec	2,50E-08
g	6,36E-05

d'p,min	4
---------	---

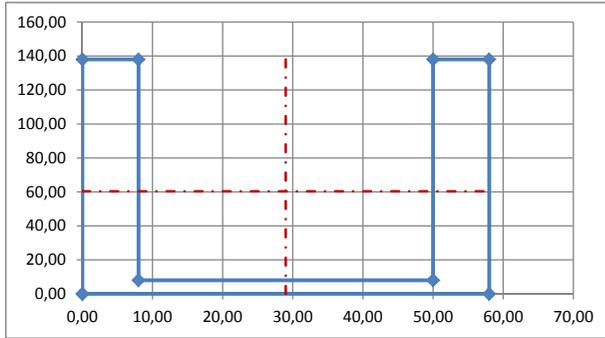
Viga	Valor
L	2500
a	500
b	2000
c	0

Carga Q	Posição
0,3	500

Unidades coerentes (melhor usar MN e cm)

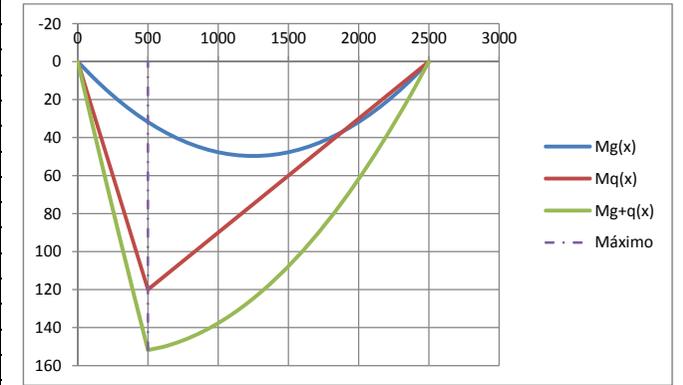
Área	2.544,00
yt	77,58
yb	60,42
Inércia	4.737.993,66
Wt	61.068,50
Wb	78.424,00
kt	30,83
kb	24,00

Vértices	9
----------	---



Seção	x	Mg(x)	Mq(x)	Mg+q(x)
1	0	0,00	0,00	0,00
2	100	7,63	24,00	31,63
3	200	14,63	48,00	62,63
4	300	20,99	72,00	92,99
5	400	26,71	96,00	122,71
6	500	31,80	120,00	151,80
7	600	36,25	114,00	150,25
8	700	40,07	108,00	148,07
9	800	43,25	102,00	145,25
10	900	45,79	96,00	141,79
11	1000	47,70	90,00	137,70
12	1100	48,97	84,00	132,97
13	1200	49,61	78,00	127,61
14	1300	49,61	72,00	121,61
15	1400	48,97	66,00	114,97
16	1500	47,70	60,00	107,70
17	1600	45,79	54,00	99,79
18	1700	43,25	48,00	91,25
19	1800	40,07	42,00	82,07
20	1900	36,25	36,00	72,25
21	2000	31,80	30,00	61,80
22	2100	26,71	24,00	50,71
23	2200	20,99	18,00	38,99
24	2300	14,63	12,00	26,63
25	2400	7,63	6,00	13,63
26	2500	0,00	0,00	0,00

Rq1	Rq2
0,24	0,06



Otimizador			
x	Mg(x)	Mq(x)	Mg+q(x)
500	31,80	120,00	151,80

Fase	Limites tensão		Perdas
	Min	Max	
Inicial	-3,00E-04	3,60E-03	0
Final	-5,00E-04	4,80E-03	18%

Fator Fi/Ap	0,1463
-------------	--------

	Coeficientes		Ang	Lin
	a	b		
Inicial	a	8,2727985	-30,83	
	b	314,12642	-30,83	
	c	50,120549	24,00	
	d	-188,04659	24,00	
Final	a'	137,30244	-30,83	
	b'	644,1893	-30,83	
	c'	222,35884	24,00	
	d'	-172,35218	24,00	

Geométricas	
Mínimo	-73,58
Máximo	56,42

Otimizador	
1/Fi	e
0,628938	55,52760636

Mínimo		Ap
Fi	1,589983078	10,87

Custo	(m^3)	(kg)	(cm^3)
CC	R\$ 456,00	R\$ 0,18	R\$ 0,00046
CP	R\$ 43.210,00	R\$ 5,50	R\$ 0,04321

Tensões	Bottom	Top	OK?
Inicial	0,001345	-0,000300	ok
Final	-0,000500	0,001813	ok

Custo unitário seção		
Concreto	R\$ 1,16	71%
Aço	R\$ 0,47	29%
Total	R\$ 1,62	100%
Custo da viga suposta constante		
Concreto	R\$ 2.887,77	71%
Aço	R\$ 1.174,01	29%
Total	R\$ 4.061,78	100%

Dimensões da seção todas inteiras

2ª Questão

- a) Questão amplamente discutida em sala.
- b) Questão aberta, explorando a capacidade de argumentação técnica e científica do aluno. Este engaste parcial, de fato, existe.
- c) A opção A parece ser muito mais interessante por conta da flexão da viga Y, ainda que seu posicionamento gere uma (pequena?) excentricidade da reação de apoio desta mesma viga Y. Notar que a viga X não traz a tendência de flexão do pilar na direção horizontal (vetor momento horizontal), seja em que caso for (A ou B). A situação B pode, na prática, ser inviável por conta da flexão gerada pela viga Y (vetor momento vertical).