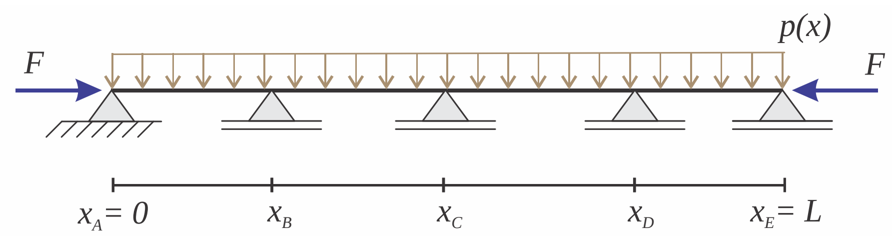
2ª Prova de EDI-49 Concreto Estrutural II
Prof. Flávio Mendes
Junho de 2012
Duração prevista: até 4 horas.

Esta prova tem oito (8) questões e três (3) laudas. Consulta permitida somente ao formulário básico. A interpretação das questões faz parte da prova. Justifique cientificamente suas afirmações.

1ª Questão Monte, detalhadamente, as equações que levam à determinação do momento fletor total $M(x)$ da viga protendida submetida a um carregamento distribuído $p(x)$ e a uma força de protensão F com trajetória $e(x)$ para $0 \leq x \leq L$.



2ª Questão Considerando o estudo do atrito entre cabo e bainha, deduza a expressão para o cálculo da pressão de contato entre estes dois elementos. É possível utilizar esta expressão para, sistematicamente, transformar uma trajetória protendida em um carregamento equivalente aplicado à peça? Discuta e comente as eventuais vantagens e desvantagens desta transformação para a análise da viga.

3ª Questão Pode-se alterar a magnitude de algumas perdas progressivas da força de protensão controlando-se as tensões nos elementos (considere, por exemplo, a relaxação). Discuta as vantages e desvantagens de praticar níveis subótimos de tensão, frente à capacidade última do material, com o objetivo de diminuir tais perdas. Há outras perdas que poderiam ser endereçadas nesta questão? Comente.

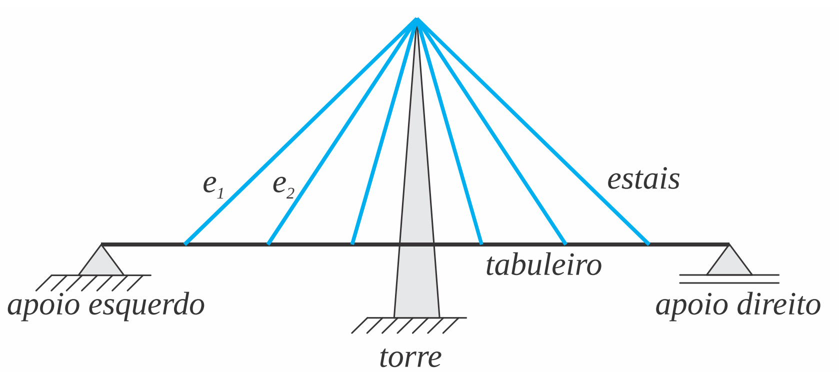
4ª Questão O que entende por "dimensionar uma viga ao cisalhamento"?

5ª Questão Considerando o Modelo Biela e Tirante, discuta detalhadamente como pode ser dimensionada a armadura de um bloco de fundações sobre duas estacas. Faça um esboço de uma armadura típica.

Dados para as próximas questões

A **viga**, citada nas próximas questões, tem seção transversal "T" (largura da alma $b_w = 20$ cm, altura total $h = 110$ cm, largura da mesa $b_f = 120$ cm, altura da mesa $h_f = 12$ cm) e é simplesmente apoiada, sem balanços, com comprimento total $L = 12$ m, feita com concreto C35 e submetida a um carregamento uniformemente distribuído p. Considere, simplificadamente e quando aplicável, um cobrimento $c = 3$ cm para a armadura de cisalhamento (CA-25, $f_{ywk} = 250$ MPa, com barras $\phi_t 8$) e armadura passiva de flexão com camada única de CA-50 ($f_{yk} = 500$ MPa) e barras $\phi 20$.

6ª Questão A figura representa, fora de escala, uma ponte estaiada simétrica com seis estais e_i ($i = 1 \ldots 6$) uniformemente espaçados e dois apoios diretos (admita que a torre sustente diretamente os estais mas não o tabuleiro). Considerando que cada estai seja protendido, discuta possíveis critérios para a escolha de suas seções transversais. Você seria capaz de, considerando aço CP-210 RB, fazer uma escolha de estai para a **viga** submetida somente ao peso próprio ($p = g$)? Comente e justifique.



7ª Questão Pode-se dimensionar os estribos para o cisalhamento pela Treliça Clássica de Mörsch com

$$\frac{A_{st}}{s} = \frac{V_d - V_c}{0,9\, f_{ywd}\, d}$$

onde A_{st} é a área de armadura transversal, s é o seu espaçamento (de centro a centro), V_d é o esforço cortante de cálculo, f_{ywd} é a tensão de escoamento de cálculo do aço da armadura transversal, d é a altura útil da seção (lembrar que $d = h - d'$ e $d' = c +\ \phi_t + \phi/2$) e, para este caso, admita

$$V_c = 203 \text{ kN}.$$

Dimensione e faça um esboço (na seção transversal e no perfil longitudinal) da armadura de cisalhamento para a **viga** submetida a $p = 53$ kN/m com barras $\phi_t 8$ (lembrar que o peso específico do concreto armado pode ser dado por $\gamma_{\text{con}} = 0,025$ MN/m^3). Ressalta-se que, neste caso, a armadura mínima de cisalhamento é atendida com estribos espaçados de 25 cm.

8ª Questão Suponha que a **viga** seja de concreto protendido pré-tracionado com

- Armadura ativa: $13\phi 15,2$ CP-210 RB (13 cordoalhas com diâmetro nominal de 15,2 mm)
- Armadura passiva: $6\phi 20$ CA-50 (6 barras com diâmetro de 20 mm)
- Módulo secante do concreto: $E_{cs} = 0,85 \times 5600\sqrt{f_{ck}}$ com E_{cs} e f_{ck} em MPa
- Estimativas da perda de protensão: 14%
- Posicionamento da armadura ativa: $d'_p = 20,0$ cm ($d_p = h - d'_p = 90,0$ cm)
- Posicionamento da armadura passiva: $d' = 4,8$ cm ($d = h - d' = 105,2$ cm)
- Peso específico do concreto: $\gamma_{\text{con}} = 0,025$ MN/m^3
- Coeficientes usuais de ponderação da segurança

Considerando o ELU na fase final, quantas vezes esta **viga** suportaria seu peso próprio?

Algumas notações

$$\overline{\mu} = \frac{M_d}{\sigma_{cd}\, b\, d_p^2} \qquad \overline{\omega}_p = \frac{A_p\ f_{ptd}}{b\, d_p\, \sigma_{cd}} \qquad \overline{\omega}_s = \frac{A_s\ f_{yd}}{b\, d_p\, \sigma_{cd}} \qquad \overline{\eta} = \frac{R_{cc}}{\sigma_{cd}\, b\, d_p} \qquad \overline{\eta}_a = \overline{\eta}\, \frac{a}{d_p}$$

$$\alpha_p = \frac{\sigma_p}{f_{ptd}} \qquad \alpha_s = \frac{\sigma_s}{f_{yd}} \qquad \overline{\delta}_f = \frac{h_f}{d_p} \qquad \overline{\delta}_w = \frac{b_w}{b_f} \qquad \kappa_x = \frac{x}{d_p} \qquad \sigma_{cd} = 0,85\, \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

Equações de equilíbrio ELU

(FNS, Armaduras ativa e passiva)

$$\overline{\eta} = \overline{\omega}_p\, \alpha_p + \overline{\omega}_s\, \alpha_s$$

$$\overline{\mu} = \overline{\eta} - \overline{\eta}_a + \overline{\omega}_s\, \alpha_s\, \left(\frac{d}{d_p} - 1\right)$$

Funções $\overline{\eta}$ e $\overline{\eta}_a$ para seção "T" (Diagrama retangular simplificado - RS)
Base de referência: b_f

$$\overline{\eta} = \begin{cases} 0,8\, \kappa_x & 0,8\, x \text{ na mesa} \\ \left(1 - \overline{\delta}_w\right)\, \overline{\delta}_f + 0,8\, \overline{\delta}_w\, \kappa_x & 0,8\, x \text{ na alma} \end{cases} \tag{0.1}$$

$$\overline{\eta}_a = \begin{cases} 0,32\, \kappa_x^2 & 0,8\, x \text{ na mesa} \\ \left(1 - \overline{\delta}_w\right)\, \dfrac{\overline{\delta}_f^2}{2} + 0,32\, \overline{\delta}_w\, \kappa_x^2 & 0,8\, x \text{ na alma} \end{cases} \tag{0.2}$$

Efeito secundário da transferência da força de protensão à peça

(CP, armadura aderente)

$$\varepsilon_{p2} = 1000\, \frac{F_d}{E_{cs}} \left(\frac{1}{A_c} + \frac{e^2}{I}\right)$$

onde e é a excentricidade da força de protensão, I é o momento de inércia da seção, A_c é a área da seção e F_d é a força de protensão de cálculo.

Questão	1	2	3	4	5	6	7	8
Valor	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	2,0	2,0	3,0

A nota máxima da prova é dez (10,0).

/F$_{\mathrm{M}}$N/SWP3.5

Alguns resultados e comentários

$\boxed{1^{\underline{a}}\text{ Questão}}$ Esperava-se a montagem das equações que permitissem o cálculo do momento fletor em cada ponto considerando o carregamento $p(x)$, a força de protensão F com excentricidade $e(x)$ e, naturalmente, as reações de apoio. Utilizando como sistema principal a viga isostática somente com os apoios A e E o carregamento $p(x)$ causa o momento fletor $M_{0p}(x)$ dado por

$$M_{0p}(x) = \left(1 - \frac{x_p}{L}\right) x \int_0^L p(x)\, dx - \int_0^x u\, p(u)\, du$$

$$x_p = \frac{\int_0^L x\, p(x)\, dx}{\int_0^L p(x)\, dx}$$

que, somado ao momento primário da força de protensão, leva a

$$M_0(x) = M_{0p}(x) - F\, e(x)\,.$$

O momento fletor de cada uma das reações de apoio internas, com $i = B$, C e D, é dado por

$$M_i(x) = \begin{cases} \dfrac{R_i\, x\, (L - x_i)}{L} & 0 \le x \le x_i \\ \dfrac{R_i\, x_i\, \overline{x}}{L} & 0 \le \overline{x} \le L - x_i \end{cases}$$

onde x é a abscissa a partir do apoio A da direita e $\overline{x}$ é a abscissa a partir do apoio E da esquerda. A aplicação de três cargas unitárias nos pontos dos apoios $i = B$, C e D fornece os momentos fletores

$$m_i(x) = M_i(x)/R_i.$$

A imposição de que os deslocamentos nos apoios sejam nulos, com o auxílio do Teorema da Carga Unitária, dá, finalmente, o sistema de três equações

$$\int_0^L \frac{M_0(x)\, m_i(x)}{EI}\, dx + \sum_{k=B,C,D} \int_0^L \frac{M_k(x)\, m_i(x)}{EI}\, dx = 0$$

com a variação do índice $i = B$, C e D (naturalmente as integrais anteriores devem ser divididas convenientemente para cada reação de aopio). Após a obtenção das reações o momento fletor total é facilmente calculado com

$$M(x) = M_0(x) + \sum_{i=B,C,D} M_i(x)\,.$$

$\boxed{2^{\underline{a}}\text{ Questão}}$ A equação esperada seria

$$p = \frac{F}{R}$$

que permite, sim, transformar a trajetória em um carregamento equivalente para fins de análise. Maiores comentários eram esperados.

$\boxed{3^{\underline{a}}\text{ Questão}}$ Esperava-se a comparação entre o maior gasto de material, frente aos níveis menores de solicitações, com uma possível economia com a queda das perdas da força de protensão. A fluência também parece ser influenciada desta maneira.

$\boxed{4^{\underline{a}}\text{ Questão}}$ Sinteticamente: calcular a armadura transversal, verificar a compressão no concreto e fazer a decalagem do diagrama de momentos fletores.

$\boxed{5^{\underline{a}}\text{ Questão}}$ Esperava-se a identificação das regiões “B” e “D”, esquematização de uma treliça (preferencialmente a mais simples possível) e esboço de uma armadura, consistente com a treliça. Em geral a armadura inferior, “ligando” as estacas, é a mais comum. A dedução da expressão da área de armadura, ainda que genérica, seria bem-vinda.

A viga

Algumas características da **viga** serão necessárias para as questões seguintes:
$A_c = 3\,400$ cm^2
$y_t = 641/17 \simeq 37,7059$ cm
$I = 4\,097\,039$ cm^4
$g = \gamma_{\text{con}}\, A_c = 8,5$ kN/m
$M_g = \dfrac{g\,L^2}{8} = 153$ kN m
$d' = 30 + 8 + 20/2 = 48$ mm
$d = h - d' = 1052$ mm

$\boxed{6^{\underline{\text{a}}}\text{ Questão}}$ Questão "aberta", permitindo a discussão ampla de conceitos de engenharia. Em geral os critérios ficaram restritos a que os cabos combatessem as flechas do tabuleiro, variando as considerações dos carregamentos. Poucos alunos chegaram a uma escolha da seção transversal e à consideração do nível de protensão dos estais.

$\boxed{7^{\underline{\text{a}}}\text{ Questão}}$ O cortante máximo está nos apoios e vale

$$V_d = 1,4\,V_k = 516,6 \text{ kN}.$$

Utilizando a fórmula fornecida e considerando o aço CA-25 obtem-se

$$\frac{A_{st}}{s} = 15,2362 \text{ cm}^2/\text{m}$$

que é atendida com 16 estribos por metro (considerando dois ramos de 8 mm de diâmetro), indicando um espaçamento de $100/16 = 6,25$ cm. Esta é a armadura máxima mas, considerando o enunciado, a armadura mínima é atendida com estribos a cada 25 cm que é necessário para um cortante mínimo

$$V_{d,\min} = 285,8 \text{ kN},$$

que é alcançado nas seções a $2,68$ m dos apoios. No trecho central, então, utilizam-se estribos com o espaçamento de 25 cm e, nas regiões até $2,6875$ m dos apoios utiliza-se o espaçamento calculado de $6,25$ cm. Eram esperados esboços consistentes.

$\boxed{8^{\underline{\text{a}}}\text{ Questão}}$ A equação de forças deveria ser resolvida e, por hipóteses ou após tentativas, a solução deveria ser encontrada no Pólo 3,5, com a linha neutra cortando a alma. Alguns parâmetros calculados

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\text{pré}} &= 6,2578 - 0,7967 = 5,4611\\ \overline{\omega}_p &= 0,1483\\ \overline{\omega}_s &= 0,03571\end{aligned}$$

A solução encontrada foi

$$k_x = 0,4426$$

que, de fato, resolve a equação de forças (conferir!). Alguns cálculos adicionais, a título de conferência, são fornecidos:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\text{ELU}} &= 4,4081\\ \varepsilon_p &= 9,8692\\ \alpha_p &= 0,9062\\ \varepsilon_s &= 5,7437\\ \alpha_s &= 1\\ \overline{\eta} &= 0,1701\\ \overline{\eta}_a &= 0,03822.\end{aligned}$$

O momento fletor resistente seria de $M_k = 0,3243$ MN·m que permite que a viga sustente uma carga adicional de $1,1$ vezes seu peso próprio.