

## 1<sup>a</sup> Prova de EDI-49 Concreto Estrutural II

Prof. Flávio Mendes Neto Abril de 2012

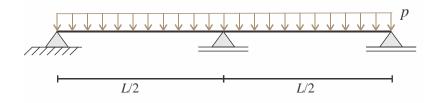
Consulta permitida somente ao Formulário Básico. A interpretação das questões faz parte da prova. Justifique cientificamente suas afirmações e comente, criticamente, todos os resultados obtidos. Esta prova tem 2 folhas e 3 questões.

(duração máxima: 3 h 0 min)

1ª Questão Considere a viga contínua esquematizada a seguir com um cabo de protensão cuja trajetória seja dada por

$$e(x) = \frac{1}{1875}x(10-x)(28x^2 - 280x + 625),$$

onde  $0 \le x \le L = 10$ .



Determine o diagrama de momentos fletores totais (carregamento e protensão) quando F = p = 1 (faça um esboço).

Observação: considere que todos os parâmetros estejam expressos em unidades consistentes.

2ª Questão Considere uma viga constante de concreto protendido submetida a carregamentos uniformemente distribuídos. Utilize os seguintes dados:

- Seção transversal retangular constante, com base b = 30 cm e altura h.
- Viga isostática bi-apoiada sem balanços (L=2000 cm).
- Peso específico do concreto:  $\gamma_{\rm con} = 2,5 \times 10^{-8} \ {\rm MN/cm^3}$ .
- Distância mínima do CG da armadura à borda mais próxima:  $d_{p,\min}' = 10$  cm.
- Armadura pré-tracionada (calcule a área com  $A_p = F_i/0, 1463$  com  $F_i$  em MN e  $A_p$  em cm<sup>2</sup>).
- Custo do concreto: R\$ 450,00 por m³. Custo da armadura: R\$ 47100,00 por m³.
- Fases de carregamento (considere, também, o peso próprio):

Fase	Limites	de tensão	Perdas de	Carregamento de	
	Mínimo (MN/cm <sup>2</sup> )	$M$ áximo $(MN/cm^2)$	protensão (%)	utilização (MN/cm)	
(i) Inicial	-0,0002	0,0035	0	0	
(f) Final	-0,0004	0,0045	15	$3,04 \times 10^{-4}$	

## Pede-se:

- a) Considerando  $h=100~{\rm cm}$ e a seção do meio do vão, calcule a mínima força de protensão inicial  $F_i$  (e respectiva excentricidade e) e o custo total da viga.
  - b) Esboce, para a força do item anterior, uma trajetória viável para esta armadura de protensão.
- c) Considerando a seção do meio do vão, calcule a altura h (inteira entre 100 cm e 150 cm) e a força de protensão inicial  $F_i$  (e respectiva excentricidade e) que tornam **mínimo** o custo total da viga.

3º Questão Considere uma laje de concreto armado (borda A engastada e as demais simplesmente apoiadas) e os seguintes dados:

- Coeficiente de ponderação das ações:  $\gamma_F=1,40.$
- Aço CA-60 ( $f_{yk} = 600$  MPa;  $\gamma_s = 1, 15$ ;  $E_s = 210$  GPa). Diâmetros possíveis (mm): 4,2 5,0 6,0 7,0 8,0
- Concreto C30 ( $f_{ck}=30$  MPa,  $\sigma_{cd}=0,85\,f_{ck}/\gamma_c$  e  $\gamma_c=1,40$ ). Peso específico do concreto:  $\gamma_{\rm con}=2,5\times 10^{-8}$  MN/cm<sup>3</sup>.
- Carregamentos uniformemente distribuídos (em kN/m²): permanente, independente do peso próprio  $g_r = 2,0$ ; acidental q = 1,5 (não se esqueça do peso próprio  $g_o$ ).
- Espessura da laje h=12 cm,  $d_v'=3$  cm (para barras na direção dos lados B e D),  $d_h'=2$  cm (para barras na direção dos lados A e C).

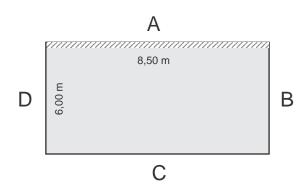
Sabendo que a área de armadura simples tracionada pode ser calculada, simplificadamente, com

$$\overline{\omega}_t = 1 - \sqrt{1 - 2\,\overline{\mu}},$$

desde que  $\overline{\mu} \leq \overline{\mu}_{\lim} = 0,3584$  (para o CA-60), pede-se:

- a) Lembrando que se utiliza  $p^* = 2, 4g + 0, 7q$  para avaliar flechas totais (limitadas a  $\ell_x/250$ ) e  $p^* = 0, 7q$ para avaliar flechas da vibração (limitadas a  $\ell_x/350$ ), esta espessura h está adequada?
  - b) Dimensione, escolha as barras e faça um esboço de todas as armaduras de flexão.
- c) Calcule as reações de apoio da laje nas vigas A, B, C e D (use ângulos do "telhado" de 45º entre apoios iguais e  $60^{\circ}$  para o engaste).

Observação: desconsidere, se for necessário e didaticamente, alguns itens práticos de detalhamento tais como ancoragem, áreas mínima e máxima, espaçamentos mínimo e máximo etc.



## Algumas definições

$$\overline{\mu} = \frac{M_d}{\sigma_{cd} \, b \, d^2} \qquad \overline{\omega}_i = \frac{A_{si} \, f_{yd}}{b \, d \, \sigma_{cd}} \qquad i = c, t \qquad \alpha_i = \frac{\sigma_{si}}{f_{yd}} \qquad f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

$$\overline{\eta} = \frac{R_{cc}}{\sigma_{cd} b d} \qquad \overline{\eta}_a = \frac{R_{cc} a}{\sigma_{cd} b d^2} \qquad \kappa_x = \frac{x}{d} \qquad \kappa_{x, \text{lim}} = \frac{3, 5}{3, 5 + \varepsilon_{yd}} \qquad \delta_c = \frac{d_c}{d}$$

Observação:  $d = h - d_t$ 

## $\frac{\text{Equações de equilíbrio}}{\text{(FNS, Armadura dupla)}}$

$$\overline{\eta} + \overline{\omega}_c \, \alpha_c = \overline{\omega}_t \, \alpha_t$$

$$\overline{\mu} = \overline{\eta} - \overline{\eta}_a + \overline{\omega}_c \, \alpha_c \, \left( 1 - \delta_c \right)$$

Questão	1	2a	2b	2c	3a	3b	3c
Valor	3,0	2,0	1,0	2,0	1,0	2,0	1,0

Observação: a nota máxima da prova é 10,0 (dez).

Alguns resultados e comentários

1ª Questão | Tanto a equação do momento total (a trajetória não é concordante) quanto seu esboço eram esperados. Utilizando a simetria (a simetria da trajetória deveria ser verificada) obtem-se

$$M(x) = \frac{1}{15000}x \left(19900x - 4480x^2 + 224x^3 - 21425\right)$$

- b) Além de, eventualmente, um esboço da Região Limite [RL] (ver notas de aula), esperava-se uma trajetória em particular (ou seja, a [RL] não é considerada resposta suficiente).
- c) Numericamente pode-se obter a solução que minimiza o custo com  $h=129~{\rm cm}$  ( $F_i=3,0596~{\rm MN}$  e e = 42,7496 cm com um custo de R\$ 5.434,22).

Ainda que não fizesse parte da quastão, é interessante notar que se a base da seção pudesse ser alterada, uma solução ainda melhor seria obtida com  $b=29~\mathrm{cm}$  e  $h=140~\mathrm{cm}$ , contrariando, mais uma vez, a ideia de que a menor altura levaria a uma viga mais barata ( $F_i = 2,3831$  MN e e = 53,3743 cm com um custo de R\$ 5.173,79

3ª Questão a) As flechas devido às cargas total e acidental são 1,7625 cm e 0,1418 cm, respectivamente. Atendem aos limites impostos (2,4000 cm e 1,7143 cm, respectivamente).

- b) Era esperado um esboço, em planta, das armaduras positivas e negativas. A armadura positiva horizontal poderia ser de  $10\phi 5$  e a vertical de  $19\phi 5$ , enquanto a negativa, vertical, poderia ser de  $43\phi 5$  (combatendo, respectivamente, os seguintes momentos fletores em kN·m/m: 5,8065; 11,9795 e 25,34). As armaduras, por metro, são "grosseiras" e servem apenas como indicadores, sendo possíveis várias outras respostas igualmente
- c) As reações, em kN/m, são:  $R_A=18,34;\ R_B=R_D=6,6$  e  $R_C=13,8$ . Um esboço com as áreas de influência das reações seria bem-vindo.

Observação: para a resolução desta questão foi fornecida uma tabela do tipo Czerny aos alunos.