



1ª Prova de EDI-49 Concreto Estrutural II

Prof. Flávio Mendes Neto

Abril de 2010

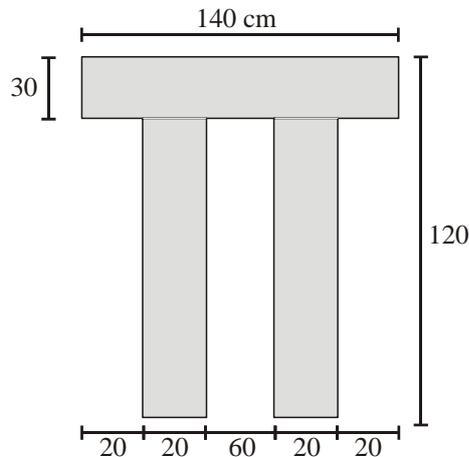
Consulta permitida somente ao Formulário Básico. A interpretação das questões faz parte da prova. Justifique cientificamente suas afirmações e comente, criticamente, todos os resultados obtidos.

(duração máxima: 4 h 0 min)

1ª Questão Considere uma viga de concreto protendido submetida a carregamentos uniformemente distribuídos. Utilize os seguintes dados:

- Seção transversal π , conforme figura seguinte (fora de escala).
- Viga isostática bi-apoiada sem balanços ($L = 3000$ cm).
- Peso específico do concreto: $\gamma_{\text{con}} = 2,5 \times 10^{-8}$ MN/cm³.
- Distância mínima do CG da armadura à borda mais próxima: $d'_{p,\text{min}} = 10$ cm.
- Armadura pré-tracionada.
- Fases de carregamento (considere, **também**, o peso próprio):

Fase	Limites de tensão		Perdas de protensão (%)	Carregamento de utilização (MN/cm)
	Mínimo (MN/cm ²)	Máximo (MN/cm ²)		
(i) Inicial	-0,0008	0,0035	0	0,0000
(f) Final	-0,0012	0,0057	11	0,0004



Pede-se:

- Calcule a mínima força de protensão inicial necessária (e respectiva excentricidade) para a seção do meio do vão.
- Esboce uma trajetória viável para a armadura de protensão.

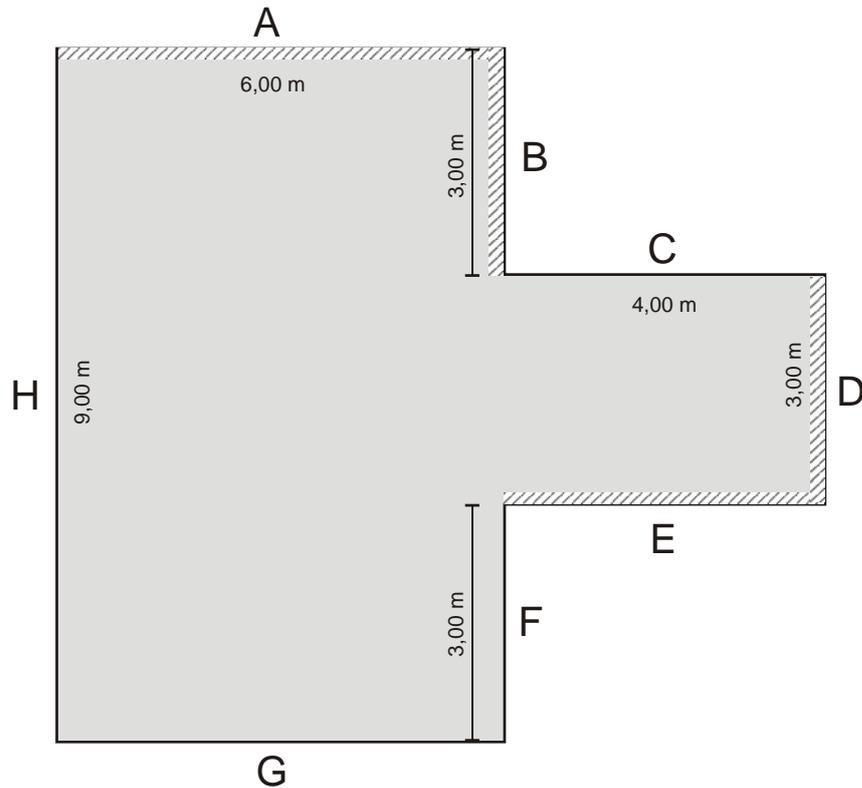
2ª Questão Considere uma viga contínua simétrica de comprimento total L com dois tramos (três apoios), sem balanços e com um cabo de protensão cuja trajetória seja dada por

$$e(x) = \frac{4(e_2 - e_1)x(L-x)}{L^2} + e_1,$$

onde $0 \leq x \leq L$ e e_1 e e_2 são excentricidades arbitrárias. Esta trajetória é concordante?

3ª Questão Considerando a flexão de vigas contínuas de edifícios residenciais, discuta as vantagens e desvantagens de considerar uma armadura constante ao longo de toda a viga. Comente, ainda, se é melhor utilizar o ferramental da FNS ou da FNC para dimensionar ou verificar esta armadura.

4ª Questão A figura seguinte representa a planta de uma laje com os lados A, B, D e E engastados e os lados C, F, G e H simplesmente apoiados. Considerando um carregamento uniformemente distribuído p atuando sobre toda a laje, quais são as reações de apoio da laje nas vigas?



Questão	1a	1b	2	3	4
Valor	3,3	2,2	3,3	1,0	2,2

Observação: a nota máxima da prova é dez (10,0).

Alguns resultados numéricos:

1ª Questão

a) Características geométricas da seção transversal:

$$\text{Área} = 7\,800,000000 \text{ cm}^2$$

$$\text{Inércia} = 9\,723\,461,538462 \text{ cm}^4 (I_{xx})$$

$$Y_b = 77,307692 \text{ cm } Y_t = 42,692308 \text{ cm}$$

$$k_b = 29,199584 \text{ cm } k_t = 16,125144 \text{ cm}$$

$$W_b = 125\,776,119403 \text{ cm}^3 \quad W_t = 227\,756,756757 \text{ cm}^3$$

Fases críticas de carregamento: 2

$$M_i: 219,375000 \text{ MN}\cdot\text{cm}$$

$$M_f: 669,375000 \text{ MN}\cdot\text{cm}$$

Inequações (vide notas de aula)

e (cm) 1/F (1/MN)

$$e \geq 118,754104 \frac{1}{F_i} - 16,125144 \text{ [reta II(a)]}$$

$$e \leq 659,591418 \frac{1}{F_i} - 16,125144 \text{ [reta II(b)]}$$

$$e \leq 401,580405 \frac{1}{F_i} + 29,199584 \text{ [reta II(c)]}$$

$$e \geq -577,773649 \frac{1}{F_i} + 29,199584 \text{ [reta II(d)]}$$

$$e \geq 582,520963 \frac{1}{F_i} - 16,125144 \text{ [reta II(a')]}$$

$$e \leq 1557,639192 \frac{1}{F_i} - 16,125144 \text{ [reta II(b')]}$$

$$e \leq 1059,194503 \frac{1}{F_i} + 29,199584 \text{ [reta II(c')]}$$

$$e \geq -706,560128 \frac{1}{F_i} + 29,199584 \text{ [reta II(d')]}$$

$$e \geq -32,692308 \text{ [reta III (a)]}$$

$$e \leq +67,307692 \text{ [reta III (b)]}$$

Região viável:

e (cm) 1/F (1/MN)

$$1/F = 0,036630 \quad e = 8,035714 \text{ reta } i = \text{II(b)} \text{ reta } j = \text{II(d)}$$

$$1/F = 0,126492 \quad e = 67,307692 \text{ reta } i = \text{II(b)} \text{ reta } j = \text{III (b)}$$

$$1/F = 0,039063 \quad e = 6,629943 \text{ reta } i = \text{II(d)} \text{ reta } j = \text{II(a')}$$

$$1/F = 0,143227 \quad e = 67,307692 \text{ reta } i = \text{II(a')} \text{ reta } j = \text{III (b)}$$

$$\text{Força mínima de protensão : } F_i = 6,981915 \text{ MN } 1/F_i = 0,143227 \text{ 1/MN}$$

$$\text{Excentricidade correspondente : } 67,307692 \text{ cm}$$

Tensões na seção crítica:

$$F = 6,981915 \text{ MN } e = 67,307692 \text{ cm}$$

$$\text{** Fase } i: \sigma_b = 0,002887 \text{ MN/cm}^2 \quad \sigma_t = -0,000205 \text{ MN/cm}^2$$

$$\text{** Fase } f: \sigma_b = -0,001200 \text{ MN/cm}^2 \quad \sigma_t = 0,001899 \text{ MN/cm}^2$$

b) Trajetória viável

Mantendo $F_i = 6,981915$ e mudando os momentos

Dividindo uma viga isostática em 10 trechos: (aproveitando a simetria)

$$\text{Trecho 0 : } x/L = 0,000000 \quad M(1) = 0,000000 \quad M(2) = 0,000000$$

$$-30,536791 \leq e \leq 46,925813 \text{ cm}$$

$$\text{Trecho 1 : } x/L = 0,100000 \quad M(1) = 78,975000 \quad M(2) = 240,975000$$

$$-1,634470 \leq e \leq 58,237180 \text{ cm}$$

$$\text{Trecho 2 : } x/L = 0,200000 \quad M(1) = 140,400000 \quad M(2) = 428,400000$$

$$28,527726 \leq e \leq 67,034910 \text{ cm}$$

$$\text{Trecho 3 : } x/L = 0,300000 \quad M(1) = 184,275000 \quad M(2) = 562,275000$$

$$50,072152 \leq e \leq 67,307692 \text{ cm}$$

$$\text{Trecho 4 : } x/L = 0,400000 \quad M(1) = 210,600000 \quad M(2) = 642,600000$$

$$62,998807 \leq e \leq 67,307692 \text{ cm}$$

$$\text{Trecho 5 : } x/L = 0,500000 \quad M(1) = 219,375000 \quad M(2) = 669,375000$$

$$67,307692 \leq e \leq 67,307692 \text{ cm}$$

Esperava-se um esboço de uma trajetória que, a princípio, atendesse às restrições das seções em $x = 0$ e $x = L/2$.

2ª Questão

Utilizando o Teorema da Carga Unitária supondo a aplicação de uma carga momento \overline{M} no apoio central e utilizando a simetria, os seguintes momentos podem ser obtidos

$$M_p(x) = -F \cdot e(x)$$

$$M_h(x) = 2 \frac{\overline{M}x}{L}$$

para $0 \leq x \leq L/2$. Impondo a rotação nula neste apoio pode-se escrever

$$\int_0^{L/2} M_p m dx + \int_0^{L/2} M_h m dx = 0,$$

onde

$$m = M_h|_{\overline{M}=1}$$

é o momento para a carga momento unitária. Resolvendo a integração obtém-se

$$-\frac{FL(5e_2 + e_1)}{24} + \frac{\overline{M}L}{6} = 0,$$

ou seja,

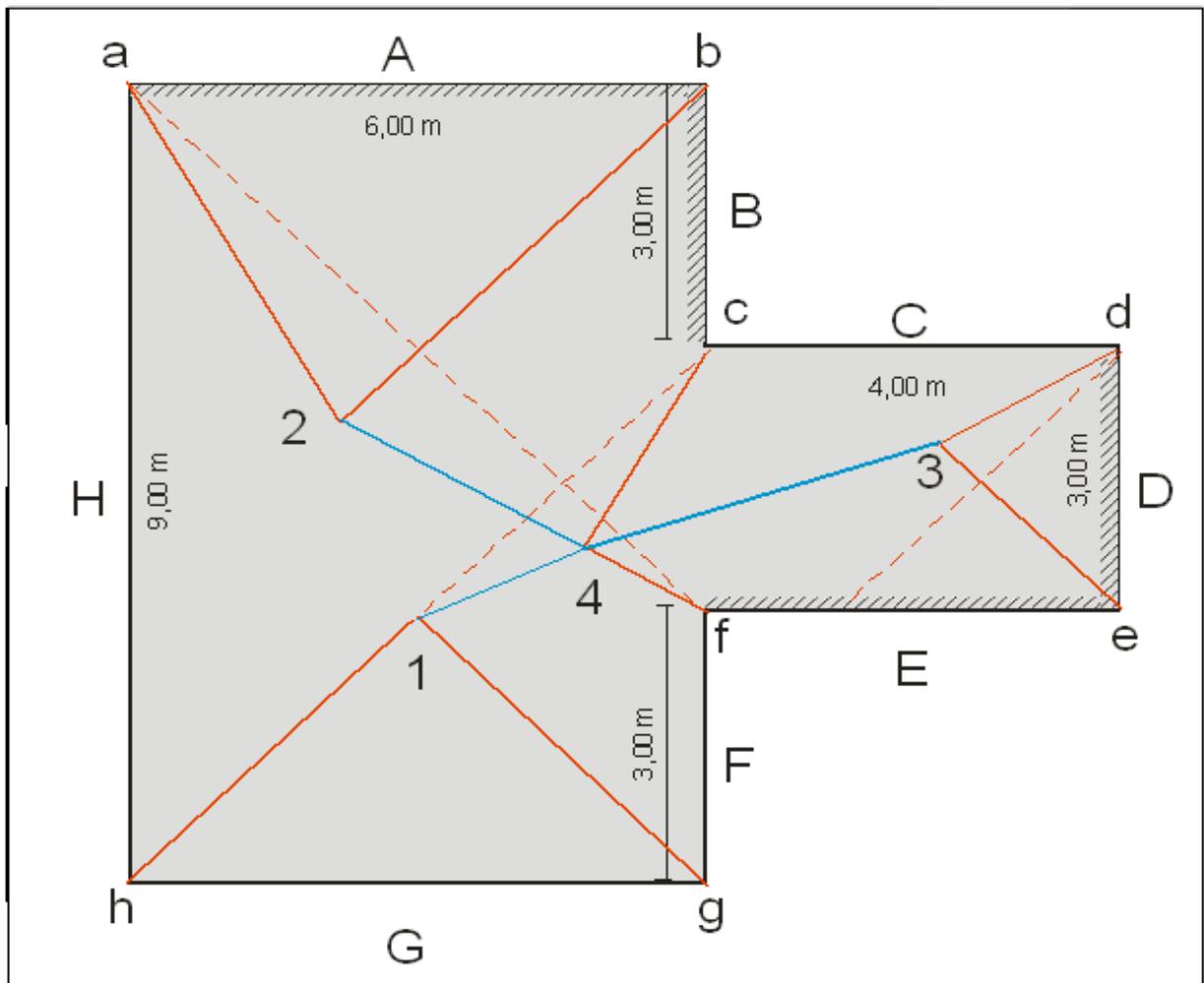
$$\overline{M} = \frac{F(5e_2 + e_1)}{4}.$$

Conclui-se, portanto, que o cabo só será concordante quando $e_1 = e_2 = 0$ (solução trivial) ou $e_1 = -5e_2$. Fora destes casos o cabo não será concordante, ou seja, haverá momentos hiperestáticos da força de protensão.

3ª Questão Os pontos chaves a serem abordados são:

- A armadura constante é a favor da segurança já que dimensiona-se pelo máximo.
- Pelo mesmo motivo anterior ela é contra a economia.
- A armadura constante é de execução mais simples do que uma variável.
- Se a armadura ainda for duplamente simétrica serve, indistintamente, a momentos positivos e negativos e pode produzir alguma economia nas seções críticas.
- O ferramental mais adequado é o da FNC já que pode admitir a existência de várias camadas de barras, comprimidas ou tracionadas.

4ª Questão Utilizando a técnica das “charneiras plásticas” uma possível configuração de áreas contribuintes é mostrada na figura seguinte. Os pontos 1, 2 e 3 são obtidos com a aplicação imediata do conceito. O ponto 4 é obtido com uma extensão do conceito, explicado com mais detalhes em sala de aula. O fechamento das áreas se dá com os segmentos azuis (1-4, 2-4 e 3-4). Notar que em alguns vértices foram construídas bissetrizes tracejadas, para ressaltar o ângulo adotado para a repartição das áreas (um ângulo menor que a bissetriz é de 30° enquanto um maior é de 60°). Nos vértices sem linhas tracejadas foram utilizadas as próprias bissetrizes dos ângulos retos.



Áreas	m ²
ab2	11,4
bc42	9,5
cd34	5,3
de3	2,9
ef43	5,8
gf41	5,6
gh1	9,0
a241h	16,6
Total	66,0

Viga	Compr (m)	Fator (m)
A	6	1,90
B	3	3,15
C	4	1,32
D	3	0,95
E	4	1,46
F	3	1,88
G	6	1,50
H	9	1,84

Na figura anterior são listados os valores das áreas de influência, os comprimentos e os fatores de carga de cada viga. O fator é expresso em metros e deve ser multiplicado pela carga p uniformemente distribuída na área [Força/unidade de área], resultando na reação da viga [Força/unidade de comprimento].

A título de curiosidade, por se tratar de método simplificado, realizou-se uma análise por elementos finitos (concreto C25, laje de 10 cm, coeficiente de Poisson 0,2 e elemento *Plate Quad*) levando aos fatores médios:

Viga	A	B	C	D	E	F	G	H
Fator (m)	1,98	2,05	2,07	0,80	2,05	1,85	1,54	1,59