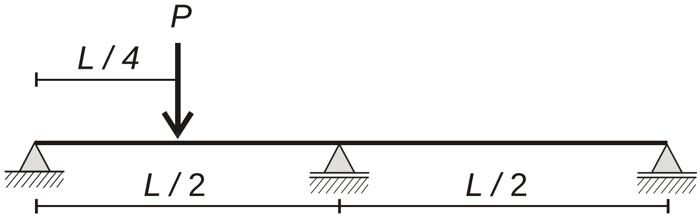
2ª Prova de EDI-49 Concreto Estrutural II
Prof. Flávio Mendes
Junho de 2009
Duração prevista: até 3 horas.

Esta prova tem seis (6) questões e duas (2) páginas. Consulta permitida somente ao formulário básico. A interpretação das questões faz parte da prova. Justifique cientificamente suas afirmações.

1ª Questão Considere a viga esquematizada na figura seguinte. Determine uma trajetória de um cabo de protensão $e(x)$ e sua respectiva força de protensão F tal que a viga não sofra qualquer deslocamento vertical quando submetida somente à carga concentrada P e à força de protensão F.



Observação: lembrar que uma viga isostática de comprimento L sem balanços, submetida a uma carga concentrada Q, de cima para baixo, a uma distância a do apoio da esquerda ($0 < a < L$) fica submetida a um momento fletor

$$M(x) = \begin{cases} \dfrac{Q\,(L-a)\,x}{L}; & 0 \leq x \leq a \\ \dfrac{Q\,a\,(L-x)}{L}; & a \leq x \leq L \end{cases} .$$

2ª Questão Considerando o ELU para seções transversais de concreto protendido na fase final pede-se:

a) Monte as equações de equilíbrio para a FNS supondo três camadas de barras (duas camadas com armadura ordinária, A_{s1} e A_{s2} com distâncias à borda superior d_1 e d_2, respectivamente, e uma camada com armadura ativa A_p com distância d_p, sendo $d_1 > d_p > d_2$).

b) Considerando conhecidos todos os dados da seção transversal, da armadura de protensão e do carregamento, discuta o problema de verificação do ELU.

3ª Questão Calcule a perda da força de protensão por atrito (usar $\mu = 0,2$ e $k = \mu/50$) para uma viga isostática, de altura unitária ($h = 1$) e comprimento $L = 10$, com armadura pós-tracionada e cuja trajetória da força de protensão seja dada por

$$e(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{4x}{L} - 1\right); & 0 \leq x \leq \dfrac{L}{2} \\ \dfrac{1}{4}; & \dfrac{L}{2} \leq x \leq L \end{cases} .$$

Considere a força de protensão aplicada na extremidade esquerda, na extremidade direita e nas duas extremidades.

Observação: lembrar que a lei de atrito é dada por

$$F = F_o\, e^{-\mu\,\Delta\theta - k\,\Delta x}$$

onde $\Delta\theta$ é a variação angular e Δx a distância entre os pontos do cabo com F e F_o.

$\boxed{4^{\underline{a}}\ \text{Questão}}$ Explique como é, que conseqüências traz e por que é necessária a decalagem do diagrama de momentos fletores de uma viga.

$\boxed{5^{\underline{a}}\ \text{Questão}}$ Descreva como fará (fez) a verificação da Estabilidade Global no projeto de seu edifício e quais eventuais adequações podem ser (foram) necessárias na estrutura.

$\boxed{6^{\underline{a}}\ \text{Questão}}$ Considere um pilar com seção transversal quadrada, com 19 cm de lado, armada duplamente simétrica com $4\phi 10$ (quatro barras com 10 mm de diâmetro), cobrimento de 2 cm, aço CA-50 e concreto C30. Qual é o maior esforço normal que este pilar resiste? Esta seção transversal e esta armadura parecem razoáveis? Justifique.

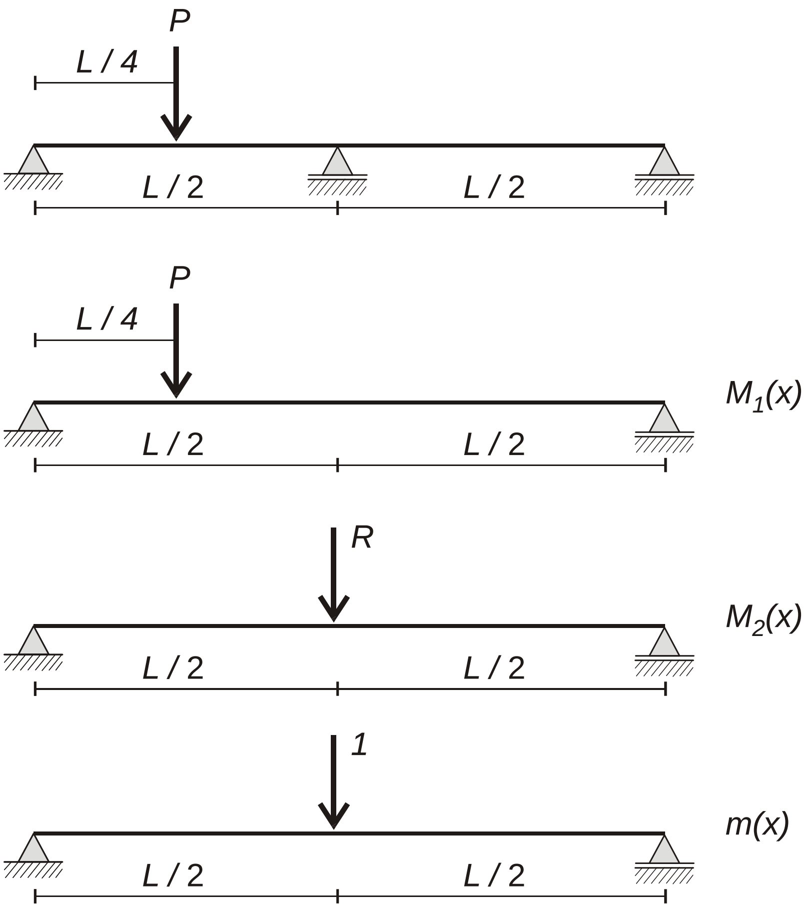
Questão	1	2	3	4	5	6
Valor	3,0	2,0	2,0	2,0	1,0	2,0

A nota máxima da prova é dez (10,0).

/F_MN/SWP3.5

Alguns resultados numéricos e comentários

$\boxed{1^{\underline{a}}\ \text{Questão}}$ Utilizando, por exemplo, o Teorema da Carga Unitária, pode-se calcular o diagrama de momentos fletores devido à atuação da carga concentrada P. Uma seqüência possível de resolução está esquematizada na figura seguinte.



É fácil ver que

$$M_1(x) = \begin{cases} \dfrac{3Px}{4}; & 0 \leq x \leq L/4 \\[2ex] \dfrac{P(L-x)}{4}; & L/4 \leq x \leq L \end{cases}$$

$$M_2(x) = \begin{cases} \dfrac{Rx}{2}; & 0 \leq x \leq L/2 \\[2ex] \dfrac{R(L-x)}{2}; & L/2 \leq x \leq L \end{cases}$$

e que $m(x) = M_2(x)$ para $R = 1$. Aplicando o T.C.U. já com a consideração de rigidez (EI) constante tem-se

$$\int_0^L M_1 m \, dx + \int_0^L M_2 m \, dx = 0.$$

Deve-se dividir as integrais nos domínios das funções, ou seja,

$$\int_0^{L/4} M_1 m \, dx + \int_{L/4}^{L/2} M_1 m \, dx + \int_{L/2}^{L} M_1 m \, dx + 2\int_0^{L/2} M_2 m \, dx = 0.$$

Isto resulta em

$$\frac{PL^3}{512} + \frac{11PL^3}{1.536} + \frac{PL^3}{192} + \frac{RL^3}{48} = 0$$

e, portanto,

$$R = -\frac{11P}{16}.$$

Somando os momentos $M_1(x)$ e $M_2(x)$ para esta reação de apoio tem-se, finalmente, o momento fletor total devido à carga P que será chamado de $M_T(x)$.

$$M_T(x) = \begin{cases} \dfrac{13Px}{32}; & 0 \leq x \leq L/4 \\ \dfrac{P(8L - 19x)}{32}; & L/4 \leq x \leq L/2 \\ -\dfrac{3P(L - x)}{32}; & L/2 \leq x \leq L \end{cases}.$$

É interessante observar que o máximo deste diagrama vale $13PL/128$ (que ocorre em $x = L/4$) e mínimo (de módulo menor que o máximo) de $-3PL/64$ (que ocorre no apoio $x = L/2$).

Para que a viga fique sem flechas é necessário que o momento fletor gerado pelo cabo (M_{ef}) anule o momento fletor gerado pelo carregamento, ou seja,

$$M_T + M_{ef} = 0.$$

Mas o cabo pode gerar momentos hiperestáticos (M_h), ou seja,

$$M_{ef} = -F\,e(x) + M_h.$$

Se, a menos de escala, for adotado o próprio diagrama de momentos M_T para gerar $e(x)$ garante-se, pelo teorema visto em sala, que o momento hiperestático se anulará, ou seja, pode-se fazer

$$M_{ef} = -F\,e(x) = -M_T,$$

ou seja,

$$e(x) = M_T/F.$$

Sem considerar outros fatores, o ajuste da força de protensão F pode ser feito adequando-se a escala de $e(x)$ dentro das eventuais restrições da seção transversal.

Observações: Curiosamente vários alunos dobraram o valor do carregamento com a força de protensão fazendo $M_T = M_{ef}$. Outros esqueceram de considerar na resposta o momento hiperestático da força de protensão. Por fim alguns não perceberam que o ajuste de escala deve ser feito com a própria força e não com outro fator.

2ª Questão

a) Esperava-se um esquema das forças, deformações e tensões e os equilíbrios de força e de momento na seção transversal.

b) Curiosamente vários alunos não atacaram a questão, "esquecendo" de comentar como as armaduras passivas poderiam ser tratadas, se é que seriam, realmente, necessárias...

3ª Questão Esperava-se, para cada caso de aplicação da força de protensão, um gráfico com $F(x)$ ainda que aproximado por retas e somente com os valores importantes assinalados ($x = 0$; $x = 5$ e $x = 10$). Notar que não há simetria e que o caso da força nas duas extremidades é feito com a sobreposição dos dois primeiros casos.

4ª Questão Questão teórica amplamente discutida durante as aulas.

5ª Questão Questão teórica amplamente discutida durante as aulas.

6ª Questão Supondo compressão centrada pode-se mostrar que o esforço normal resistente pode ser dado por

$$N_d = 1,4N_k = \sigma_{cd}\,(A_c - A_s) + \sigma_s\,A_s.$$

Considerando o Pólo 2, tem-se a tensão $\sigma_s = 420$ MPa. A área total de armadura é $A_s = \pi$ cm^2 e a tensão no concreto $\sigma_{cd} = 0,85\,f_{ck}/1,4 = 18,2142$ MPa. Fazendo a conta obtem-se $N_k = 55,9$ tf (erro grave seria responder com o valor de N_d).

Deve-se ressaltar, entretanto, que o valor do esforço normal não considera excentricidades e desvios, o que, por norma, não é aceitável, ou seja, este valor, de fato, é um máximo teórico inatingível. Desaprumo ou falta de retilinidade do pilar, além de desvios do ponto de aplicação do esforço normal, farão com que esta carga seja, certamente, diminuída. Como não foi fornecida a esbeltez do pilar (ou seu comprimento e suas condições de apoio), considerações mais detalhadas não podem ser feitas.

Com relação à seção transversal, a bitola aparenta estar ok, já que é a mínima, as dimensões da seção estão ok (o lado tem a dimensão mínima) e a taxa de armadura $\rho = A_s/A_c \simeq 0,87\%$ parece ok (perto da mínima e abaixo da máxima).