1ª Prova de EDI-38 Concreto Estrutural I
Prof. Sérgio Gustavo Ferreira Cordeiro
Setembro de 2018
Prova individual e sem consulta.
A interpretação das questões faz parte da prova.
Justifique cientificamente suas afirmações e comente, criticamente, todos os resultados obtidos.
Duração da prova: 4 horas e 30 minutos.
Sugere-se utilizar até 1 hora e 30 minutos para esta parte da prova.

PARTE TEÓRICA

1ª Questão Explique a diferença entre aplicar coeficientes de ponderação para as ações (F) e aplicar coeficientes de ponderação para as solicitações (S), no intuito de garantir que os requisitos de segurança sejam atendidos.

2ª Questão Considerando o diagrama tensão-deformação do concreto, explique por que a máxima tensão de compressão normalizada é de $\sigma_{cd} = 0,85\, f_{cd}$ e não, simplesmente, f_{cd}. Explique por que, no caso do aço, a tensão de escoamento de projeto, f_{yd}, não é corrigida por nenhum fator.

3ª Questão Apresente as equações de equilíbrio dimensionais de forças e de momentos para uma seção transversal qualquer (mas com um eixo de simetria) com armadura dupla e solicitada por uma Flexão Normal Simples (FNS). Apresente a seção e as distribuições de deformações e de tensões (ilustrando as forças equivalentes). Explique o significado de cada um dos termos das equações de equilíbrio, explicitando as dependências em relação à profundidade da linha neutra x. Descreva como deduzir a expressão de $R_{cc}\, a$ (em função da profundidade da linha neutra x) para uma seção retangular, considerando o diagrama tensão-deformação não-linear definido para os concretos do Grupo II. Considere a seção trabalhando no domínio 3 do ELU. Enfatize as mudanças de variáveis e limites de integração.

$$\sigma_c = \begin{cases} 0 & \varepsilon \leq 0 \\ \sigma_{cd}\left[1 - \left(1 - \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{c2}}\right)^n\right] & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{c2} \\ \sigma_{cd} & \varepsilon \geq \varepsilon_{c2} \end{cases} \qquad (0.1)$$

Questão	1	2	3
Valor	1,5	1,5	2,0

$/S_{GF}C/$SWP3.5

Alguns resultados e comentários (sucintos):

$\boxed{\mathbf{1^{\underline{a}}\ Questão}}$ Espera-se uma argumentação diferenciando a aplicação de coeficientes da ponderação para as ações ($\mathrm{F}_d = \gamma_F\, \mathrm{F}_k$) seguida da determinação das solicitações de cálculo a partir da análise estrutural, ou seja, $\mathrm{S}_d =$ efeito da análise estrutural (F_d), da aplicação direta de coeficientes de ponderação para a determinação das solicitações de cálculo, ou seja, $\mathrm{S}_d = \gamma_F\, \mathrm{S}_k$. Também é importante mencionar que, de maneira geral, a aplicação de coeficientes de ponderação para as ações sempre leva, após a correta análise estrutural, aos valores de solicitações de cálculo corretos para o dimensionamento. Já a aplicação de coeficientes de ponderação diretamente para as solicitações só leva a solicitações de cálculo adequadas para o dimensionamento no caso de problemas onde a resposta estrutural das solicitações depende linearmente das ações. Quando adota-se a ponderação das solicitações por γ_F de maneira direta , pode-se chegar a solictações de cálculo contra a segurança, ou ainda, antieconômicas, a depender da relação $\mathrm{S}_d =$ efeito da análise estrutural (F_d) e do coeficiênte γ_F, que pode ser maior ou menor que a unidade. Por fim, é interessante mencionar que os coeficientes de ponderação das ações são propostos de maneira a levar em conta a natureza aleatória das mesmas e também a probabilidade de ações distintas atuarem simultaneamente em uma estrutura. Portanto, é mais coerente definir coeficientes de ponderação para as ações do que coeficientes de ponderação para as solicitações.

$\boxed{\mathbf{2^{\underline{a}}\ Questão}}$ Espera-se uma argumentação sobre como o comportamento reológico do concreto, ou seja, como os efeitos da maturação e da fluência, e o efeito escala podem influenciar a ruptura das estruturas de concreto ao longo do tempo (Efeito Rüsch). Uma ilustração gráfica da influência da intensidade e da duração do carregamento na resposta da deformação de corpos de prova de concreto enriquece a resposta. Espera-se também uma argumentação sobre a composição do valor $0,85\, f_{cd} \simeq 0,75\,.1,2\,.0,95\, f_{cd}$. A parcela $0,75$ está associada ao fenômeno da fluência isoladamente e, segundo Rüsch, a aplicação de uma tensão constante menor ou igual à $0,75$ da tensão de ruptura rápida garante que não ocorrerá a ruptura por deformação excessiva ao longo do tempo. A parcela $1,2$ está associada ao fenômeno da maturação, ou seja, aumento do $f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c$ ao longo do tempo. Por fim, a parcela $0,95$ está associada ao efeito escala , que considera que a resistência dos corpos de prova é maior que a resistência das estruturas uma vez que suas dimensões são reduzidas em relação às dimensões das peças estruturais. Não espera-se uma argumentação no sentido de que a ponderação $0,85\, f_{cd}$ tem alguma relação com a imposição semi-probabilistica da segurança a partir dos Estados Limites. Por fim, deve-se argumentar que os efeitos do comportamento reológico do aço são desprezíveis quando comparados aos do concreto. Além disso, o efeito escala também não é significativo uma vez que o aço pode ser considerado um material (aproximadamente) homogêneo tanto na escala dos ensaios laboratoriais quanto na escala das estruturas. Sendo assim, a tensão de escoamento de projeto, f_{yd}, não precisa ser corrigida por nenhum fator.

$\boxed{\mathbf{3^{\underline{a}}\ Questão}}$ As equações de equilíbrio de forças e de momentos para uma seção transversal qualquer (mas com um eixo de simetria), com armadura dupla e solicitada por uma Flexão Normal Simples (FNS) são:

Equilíbrio de forças: $R_{cc} + R_{sc} = R_{st}$

Equilíbrio de momentos em relação à fibra da armadura de tração: $M_d = R_{cc}\,(d-a) + R_{sc}\,(d-d_c) = R_{cc}d - R_{cc}a + R_{sc}\,(d-d_c)$

em que:

d e d_t são as distâncias do C.G. da camada de armadura de tração às fibras de concreto mais comprimida e mais tracionada, respectivamente;

$R_{cc} = \iint\limits_A \sigma_c\,[\varepsilon\,(x)]\, dA$ é a resultante de forças de compressão no concreto;

$R_{cc}.a = \iint\limits_A \sigma_c\,[\varepsilon\,(x)]\, \xi dA$ é a resultante de momentos das tensões no concreto em relação à fibra mais comprimida;

$R_{st} = A_{st}\varepsilon_{st}\,(x)$ é a força de tração na armadura de tração;

$R_{sc} = A_{sc}\varepsilon_{sc}\,(x)$ é a força de tração na armadura de compressão;

A descrição da dedução da expressão de $R_{cc}\,a$, em função da profundidade da linha neutra x, para uma seção retangular, considerando o diagrama tensão-deformação não-linear e a seção trabalhando no domínio 3 do ELU, deve chegar até o passo em que os procedimentos são puramente algébricos. Ou seja, deve-se chegar até:

$$R_{cc}a = b\,\sigma_{cd}\,x^2\,/\,\varepsilon_{cu}^2 \left\{ \int_0^{\varepsilon_{c2}} \left[1-(1-\varepsilon\,/\,\varepsilon_{c2})^n\right](\varepsilon_{cu}-\varepsilon)\,d\varepsilon + \int_{\varepsilon_{c2}}^{\varepsilon_{cu}} (\varepsilon_{cu}-\varepsilon)\,d\varepsilon \right\}$$

em que:
b é a largura da seção retangular;
ε_{c2}, ε_{cu} e n são parâmetros do diagrama tensão-deformação não-linear;
$\sigma_{cd} = 0,85\,f_{ck}/\gamma_c$ é a máxima tensão de compressão no concreto;
x é a distância entre a fibra mais comprimida de concreto e à linha neutra;
ε é a deformação em uma fibra qualquer da seção;

1ª Prova de EDI-38 Concreto Estrutural I

Sérgio Gustavo Ferreira Cordeiro

Setembro de 2018

Consulta livre a materiais didáticos e utilização de softwares gerais liberada. Utilização de programas e planilhas previamente confeccionados pelo próprio aluno liberada (obrigatória a entrega de cópia eletrônica específica para cada questão junto com a resolução).

A interpretação das questões faz parte da prova.

Justifique cientificamente suas afirmações e comente, criticamente, todos os resultados obtidos.

Faça sempre um esboço da seção com a(s) armadura(s), das deformações na(s) fibra(s) da(s) armadura(s) e da linha neutra.

Duração da prova: 4 horas e 30 minutos.

Sugere-se utilizar até 3 horas para esta parte da prova.

PARTE NUMÉRICA

Considere os seguintes dados:

- Coeficiente de ponderação das ações: $\gamma_F = 1,40$.
- Aço CA-50 ($f_{yk} = 500$ MPa; $\gamma_s = 1,15$; $E_s = 210$ GPa).
- Diâmetros comerciais das barras de aço CA-50: ϕ12,5 mm, ϕ16 mm, ϕ25 mm e ϕ32 mm.
- Considere que o cobrimento c da armadura seja sempre de $0,02$ m (distância entre a superfície da peça e a superfície da camada de barras mais próxima, lembrar que $d_t = c + \phi\,/\,2$).
- Concreto C55 com diagrama não-linear ($f_{ck} = 55$ MPa, $\sigma_{cd} = 0,85\,f_{ck}/\gamma_c$ e $\gamma_c = 1,40$).
- Seção retangular com base $b = 0,30$ m e altura total $h = 0,50$ m.

4ª Questão Calcule o maior momento fletor que pode ser aplicado à seção (em kN·m) considerando:

a) Armadura inferior de 4ϕ32 mm.

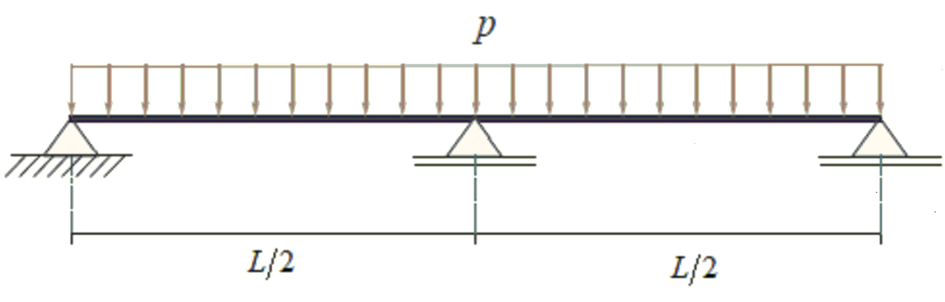
b) Armadura inferior de 5ϕ25 mm e armadura superior de 2ϕ16 mm.

5ª Questão Considere uma viga simplesmente apoiada, sem balanços, de vão $L = 10$ m, que está submetida a um carregamento uniformemente distribuido p.

a) Dimensione a armadura de flexão mínima necessária na seção mais solicitada, para um carregamento $p = 25$ kN / m. Detalhar a armadura e desenhar um esboço do arranjo.

b) Repetir o item **a)** para um carregamento $p = 35$ kN / m.

c) Considere a seguinte situação: Após ensaiar os corpos de prova, verificou-se que não se tratava de um concreto C55. O concreto utilizado foi na realidade classificado como C45. Visando reduzir as flechas para limites normativos aceitáveis, a viga foi escorada, antes da aplicação do carregamento p, com um apoio indeslocável no meio do vão. A nova configuração estrutural da viga é esquematizada a seguir, sendo que, neste caso, a reação no apoio interno vale $5\,p\,L\,/\,8$, para cima.



Considerando o carregamento $p = 35$ kN/m, verifique se o arranjo de armadura detalhado no item **b)** é suficiente para garantir a segurança no ELU. Redimensione a armadura de flexão na seção do apoio interno para a nova solicitação e compare com a armadura detalhada no item **b)**.

Questão	4a	4b	5a	5b	5c
Valor	1,0	1,0	0,5	1,0	1,5

$/S_{GF}C/$SWP3.5

Alguns resultados e comentários (sucintos):

$\boxed{\text{4ª Questão}}$

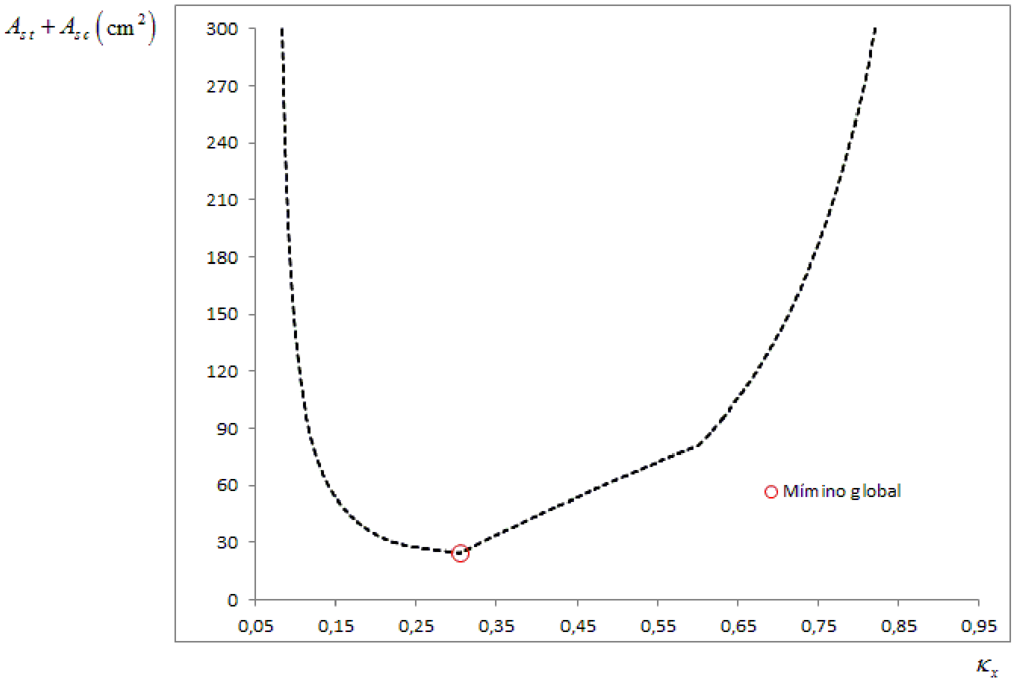
a) Problema clássico de verificação, duas equações a duas incógnitas (momento e linha neutra). Resolvendo obtem-se $M_k = 389,97$ kN·m para uma linha neutra $\kappa_x = 0,4043$ (Domínio 3: $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 3,125$) que está além do limite de ductilidade permitido para concretos do Grupo II $(0,35)$. Para ficar aquém do ELU, pode-se responder $M_k < 389,97$ kN·m, evitando-se a ruptura ($\varepsilon_{st} = -4,60$ e $\varepsilon_{sc} = 2,69$).

b) Problema clássico de verificação, duas equações a duas incógnitas (momento e linha neutra). Resolvendo obtem-se $M_k = 322,89$ kN·m para uma linha neutra $\kappa_x = 0,2560$ (Domínio 3: $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 3,125$) que está aquém do limite de ductilidade permitido para concretos do Grupo II $(0,35)$. Nesse caso, pode-se responder $M_k = 322,89$ kN·m, que corresponde a uma ruptura no ELU ($\varepsilon_{st} = -9,08$ e $\varepsilon_{sc} = 2,39$).

$\boxed{\text{5ª Questão}}$

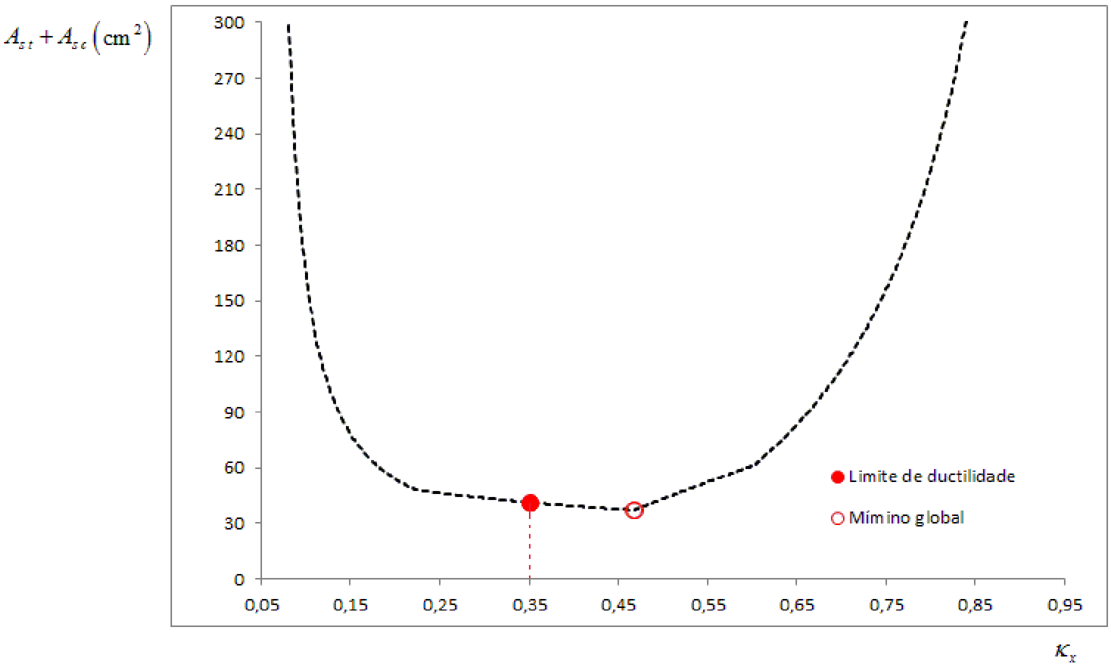
a) Problema clássico de dimensionamento com armadura simples, duas equações a duas incógnitas (área da armadura de tração e linha neutra) para $M_d = \gamma_F \, .p\, L^2 \,/\, 8 = 437,5$ kN·m. Resolvendo obtem-se $A_{st} = 24,45$ cm^2 para uma linha neutra $\kappa_x = 0,3050$ (Domínio 3: $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 3,125$) que está aquém do limite de ductilidade permitido para concretos do Grupo II $(0,35)$.

Deve-se questionar se o detalhamento da seção com armadura simples resulta na mínima área de armadura de flexão. Nesse caso é necessário avaliar o problema considerando o dimensionamento com armadura dupla, e determinar o mínimo $A_{st} + A_{sc}$ em um problema com duas equações e três incógnitas (área da armadura de tração, área da armadura de compressão e linha neutra). A figura a seguir ilustra as soluções de $A_{st} + A_{sc}$ que equilíbram a seção em função da linha neutra κ_x.



A mínima área de armadura dupla resulta $A_{st}+A_{sc} = 24,45$ cm^2 para uma linha neutra $\kappa_x = 0,3050$, sendo que resultou A_{st} aproximadamente igual a $24,45$ cm^2 e A_{sc} aproximadamente igual a 0 cm^2. Ou seja, a resposta é a mesma obtida para o problema com armadura simples. Considerando as bitolas comerciais disponíveis, a mínima armadura de tração adotada é de $5\phi 25$ mm, que é cosistente com valor $d_t = c + \phi \,/\, 2 = 2 + 1,25 = 3,25$ cm utilizado para no dimensionamento e resulta uma quantidade aceitável de barras para o detalhamento.

b) Problema clássico de dimensionamento com armadura simples, duas equações a duas incógnitas (área da armadura de tração e linha neutra) para $M_d = \gamma_F . p\, L^2 \,/\, 8 = 612,5$ kN·m. Resolvendo obtem-se $A_{st} = 37,18$ cm^2 para uma linha neutra $\kappa_x = 0,4674$ (Domínio 3: $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 3,125$) que está além do limite de ductilidade permitido para concretos do Grupo II $(0,35)$. Nesse caso deve-se adotar o detalhamento da seção com armadura dupla. Novamente, o problema do dimensionamento (ótimo) com armadura dupla consiste em determinar o mínimo $A_{st} + A_{sc}$ em um sistema com duas equações e três incógnitas (área da armadura de tração, área da armadura de compressão e linha neutra). A figura a seguir ilustra as soluções de $A_{st} + A_{sc}$ que equilíbram a seção em função da linha neutra κ_x.



A mínima área de armadura dupla resulta $A_{st} + A_{sc} = 37,19$ cm^2 ($A_{st} = 37,19$ cm^2 e $A_{sc} = 0,00$ cm^2) para uma linha neutra $\kappa_x = 0,4674$ (Domínio 3: $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 3,125$) que está além do limite de ductilidade permitido para concretos do Grupo II $(0,35)$. Nesse problema, a solução ótima de dimensionamento que equilibra a seção mais solicitada e respeita o limite de ductilidade é de $A_{st} = 34,59$ cm^2 e $A_{sc} = 6,75$ cm^2 para uma linha neutra limite $\kappa_x = 0,35$ (Domínio 3: $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 3,125$). As armaduras de tração e compressão adotadas para o dimensionamento foram de A_{st} de $5\phi 32$ mm e A_{sc} de $4\phi 16$ mm, que são consistentes com os valores $d_t = c + \phi_t \,/\, 2 = 2 + 1,6 = 3,6$ cm e $d_c = c + \phi_c \,/\, 2 = 2 + 0,8 = 2,8$ cm utilizados para no dimensionamento e resultam quantidades aceitáveis de barras para o detalhamento.

c) Primeiramente é necessário obter o esforço momento fletor para a nova configuração estrutural da viga. Após a análise estrutural, têm-se que o máximo momento fletor positivo ocorre nas seções à $3L/16$ das extremidades da viga, e seu valor resulta: $M_d = \gamma_F \,. [1,5\, p\, L \,/\, 8 \,. (3L \,/\, 16) - p.(3\, L \,/\, 16) \,. (3L/32)] = \gamma_F .\, \left(9p\, L^2 \,/\, 512\right) = 1,4 \,.61,523 = 86,133$ kN·m. Já o máximo momento fletor negativo ocorre na seção do apoio interno e resulta: $M_d = \gamma_F \,. [1,5\, p\, L \,/\, 8 \,. (L \,/\, 2) - p\, L \,/\, 2 \,. (L/4)] = \gamma_F .\, \left(-p\, L^2 \,/\, 32\right) = -1,4 \,.109,375 = -153,125$ kN·m. Para os máximos momentos positivos, o detalhamente adotado no item **b)** garante os requesitos de segurança do

ELU, uma vez que o mesmo foi dimensionado para um momento fletor $M_d = 612,5$ kN·m, que é maior do que $M_d = 86,133$ kN·m. Para o máximo momento fletor negativo, as armaduras dimensionadas no item **b)** invertem sua função na resposta mecânica do concreto armado. Ou seja, a armadura $4\phi16$ mm é a armadura de tração ($A_{st} = 8,04$ cm^2) ao passo que a armadura $5\phi32$ mm é a armadura de compressão ($A_{st} = 40,21$ cm^2). Com a inversão dos papéis das armaduras, é possível tratar o problema com valores positivos de momentos. Considerando essa nova situação, é possivel fazer a verificação da seção do apoio interno. Trata-se de um problema clássico de verificação, duas equações a duas incógnitas (momento e linha neutra). Resolvendo obtem-se $M_k = 111,23$ kN·m para uma linha neutra $\kappa_x = 0,0962$ (Domínio 2a: $\varepsilon_{st} = 10$) que está aquém do limite de ductilidade permitido para concretos do Grupo I $(0,45)$. Nesse caso, pode-se responder que a seção é verificada pois o momento resistente $M_k = 111,23$ kN·m é maior que o momento atuante obtido com a análise estrutural $M_k = M_d \,/\, \gamma_F = 109,375$ kN·m. A segunda parte do item **c)** trata de um problema clássico de dimensionamento com armadura simples, duas equações a duas incógnitas (área da armadura de tração e linha neutra) para $M_d = 153,125$ kN·m. Resolvendo obtem-se $A_{st} = 7,88$ cm^2 para uma linha neutra $\kappa_x = 0,1454$ (Domínio 2a: $\varepsilon_{st} = 10$) que está aquém do limite de ductilidade permitido para concretos do Grupo I $(0,45)$. A armadura de tração adotada para o dimensionamento (posicionada próxima à face superior da viga) pode ser $A_{st} = 4\phi16$ mm, que é cosistente com o valor $d_t = c+\phi\,/\,2 = 2+0,8 = 2,8$ cm utilizado para o dimensionamento. Ao comparar o dimensionamento do item **b)** com o dimensionamento da seção do apoio interno do item **c)**, pode-se quantificar o desperdício de área de aço como a razão da diferença entre a área dimensionada no item **b)** $\left(A_{st} + A_{sc} = 8,04 \text{ cm}^2 + 40,21 \text{ cm}^2\right)$ e a área mímina necessária ($A_{st} = 8,04$ cm^2 e $A_{sc} = 0$), pela área mínima necessária ($A_{st} = 8,04$ cm^2 e $A_{sc} = 0$). Em termos percentuais, o disperdício resulta $(48,25 - 8,04)\,/\,8,04 = 500\%$.