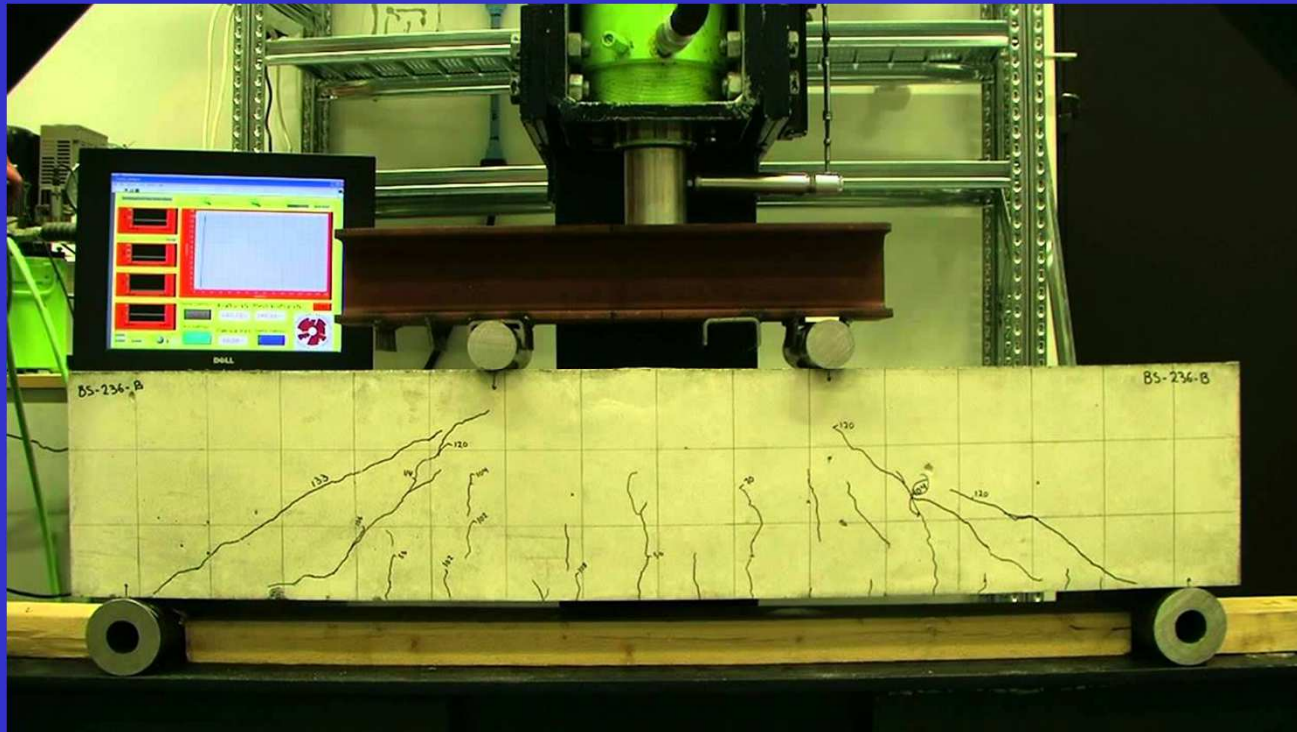


Introdução

Motivação

Modelagem do comportamento não-linear de peças estruturais de concreto



Modelo 2D de viga de concreto armado

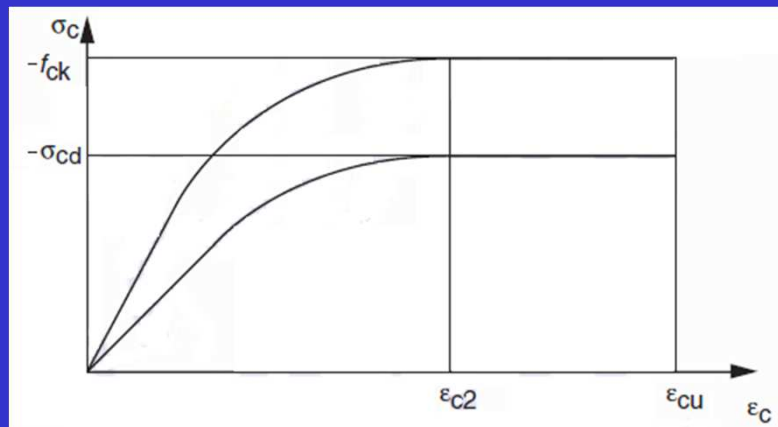
Introdução

Exercício 1 – Viga de concreto

Diagrama (simplificado) tensão-deformação do concreto:

$$f_{ck} = 30 \text{ MPa} \quad f_{cd} = f_{ck} / 1.4 \quad \sigma_{cd} = 0.85 f_{cd}$$

$$\epsilon_{c2} = -2 \text{ (por mil)} \quad \epsilon_{cu} = -3.5 \text{ (por mil)}$$



$$\sigma(\epsilon) = \begin{cases} -\sigma_{cd} & -3.5 \leq \epsilon \leq -2 \\ -\sigma_{cd} [1 - (1 + \epsilon/2)^2] & -2 \leq \epsilon \leq 0 \\ 0 & \epsilon > 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -3.5 &\leq \epsilon \leq -2 \\ -2 &\leq \epsilon \leq 0 \\ \epsilon &> 0 \end{aligned}$$



10 m/s²

$U = 0$



$L = 300 \text{ cm}$

$h = 60 \text{ cm}$

Seção transversal

$h = 60 \text{ cm}$

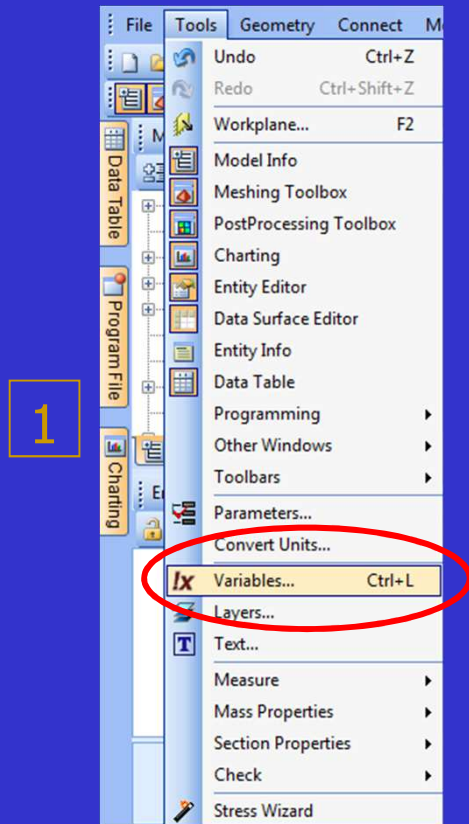


$t_w = 20 \text{ cm}$

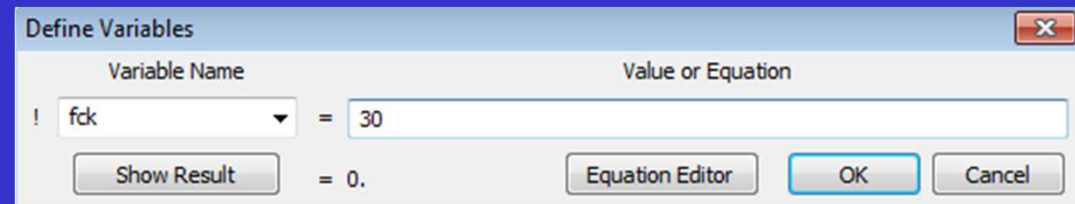
Modelo 2D de viga de concreto armado

Modelagem

Parâmetros 2



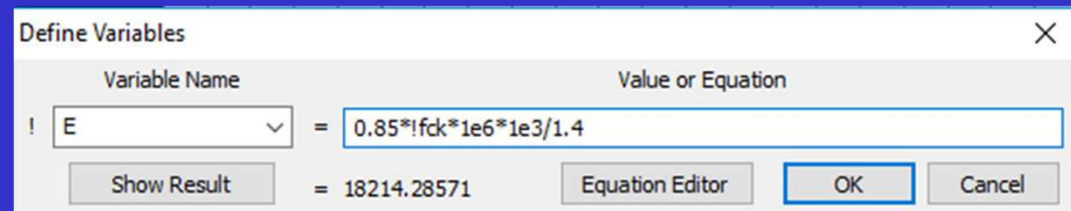
2



$$D(\varepsilon) = \frac{d\sigma(\varepsilon)}{d\varepsilon} = \begin{cases} 0 & \varepsilon \leq -2 \text{ ou } \varepsilon > 0 \\ \sigma_{cd}(1 - \varepsilon/2) & -2 \leq \varepsilon \leq 0 \end{cases}$$

Derivada $D(\varepsilon)$ é descontínua em $\varepsilon=0$: Inconsistência!
Adota-se $D(\varepsilon=0^-) = E$ para inicializar a busca não-linear.

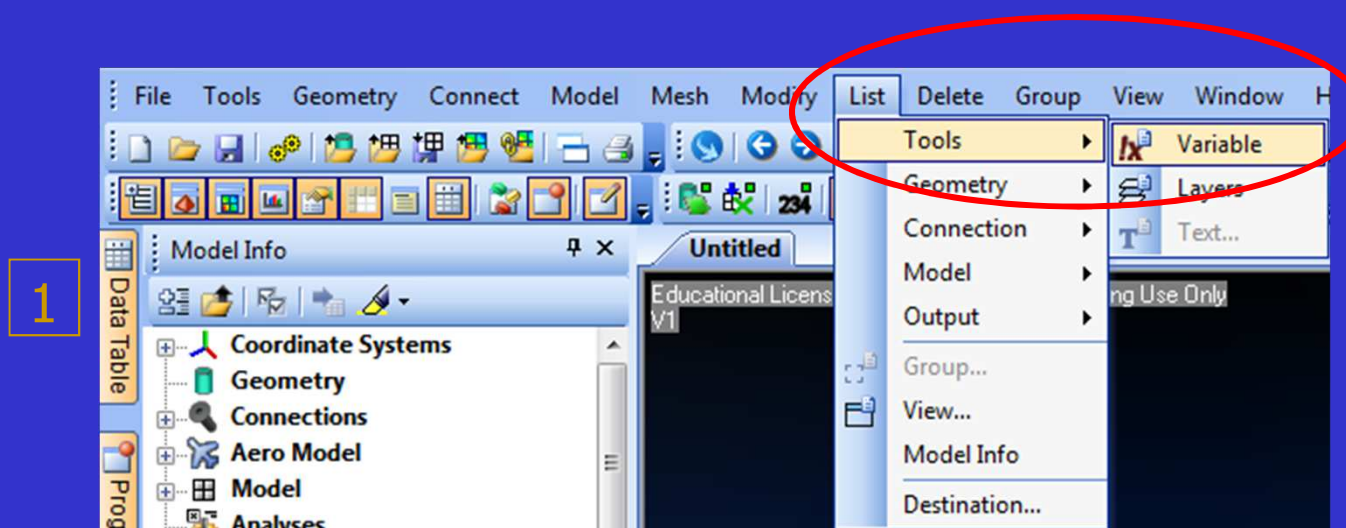
3



Modelo 2D de viga de concreto armado

Modelagem

Parâmetros



List Variables		
Variable	Stored Value	Defining Equation
E	18214285714.	$0.85 * f_{ck} * 1e6 * 1e3 / 1.4$
fck	30.	30

Modelo 2D de viga de concreto armado

Modelagem

Geometria

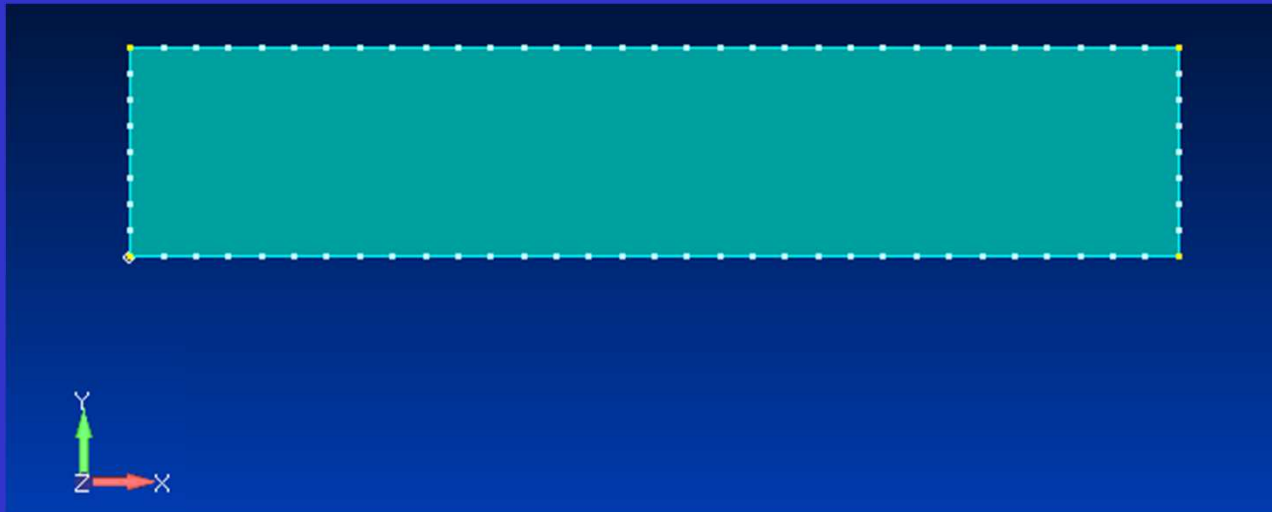
- Superfícies

Geometry : Surface : Corners :

ID1 (0.,0.,0.) ID2 (3.,0.,0.) ID3 (3.,0.6,0.) ID4 (0.6,0.,0.)

- refinamento

Mesh : Mesh Control : Size Along Curve : Cr5 Cr7: (32 el), Cr6 Cr8: (8 el)



Modelo 2D de viga de concreto armado

Modelagem

Função

• Função Tensão-Deformação

Model : Function: Title : Tensão-Deformação Concreto : Type : 13..Stress Vs. Strain :

Single Value :

Copiar coordenadas dos pontos do diagrama:

Diagrama (simplificado) tensão-deformação do concreto:

$$\sigma(\varepsilon) = \begin{cases} -\sigma_{cd} & -3.5 \geq \varepsilon \\ -0.99 \sigma_{cd} & -3.5 \leq \varepsilon \leq -2 \\ -0.99 \sigma_{cd} [1 - (1 + \varepsilon/2)^2] & -2 \leq \varepsilon \leq 0 \\ 0 & \varepsilon > 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -3.5 &\geq \varepsilon \\ -3.5 &\leq \varepsilon \leq -2 \\ -2 &\leq \varepsilon \leq 0 \\ \varepsilon &> 0 \end{aligned}$$



Concreto - Bloco de notas	
Arquivo	Editar
Formatar	Exibir
Ajuda	
-0.00351	-1821428.571
-0.0035	-1821428.571
-0.002	-1803214.286
-0.0019	-1798706.25
-0.0018	-1785182.143
-0.0017	-1762641.964
-0.0016	-1731085.714
-0.0015	-1690513.393
-0.0014	-1640925
-0.0013	-1582320.536
-0.0012	-1514700
-0.0011	-1438063.393
-0.001	-1352410.714
-0.0009	-1257741.964
-0.0008	-1154057.143
-0.0007	-1041356.25
-0.0006	-919639.2857
-0.0005	-788906.25
-0.0004	-649157.1429
-0.0003	-500391.9643
-0.0002	-342610.7143
-0.0001	-175813.3929
0	0

Modelo 2D de viga de concreto armado

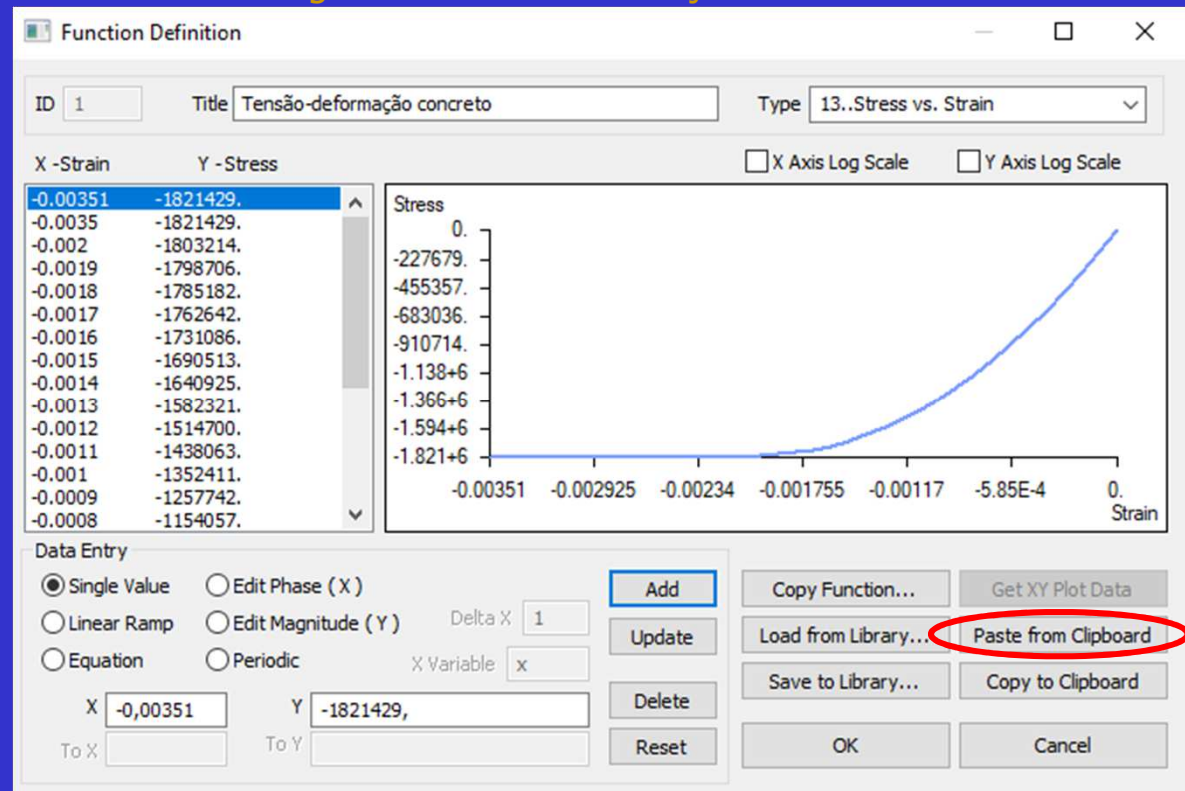
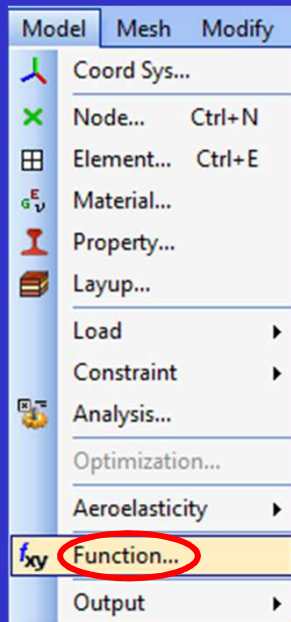
Modelagem

Função

- Função Tensão-Deformação

Model : Function: Title : Tensão-Deformação Concreto : Type : 13..Stress Vs. Strain :
Single Value :

Diagrama tensão-deformação multilinear:



Modelo 2D de viga de concreto armado

Modelagem

Materiais e Propriedades

- Material Elástico Não-Linear

Model : Material : Title : Concreto

General : E : $E_n : 0.2$ & $d : 2500$

Nonlinear : Nonlinear Elastic

Function : 1. Tensão-Deformação Concreto

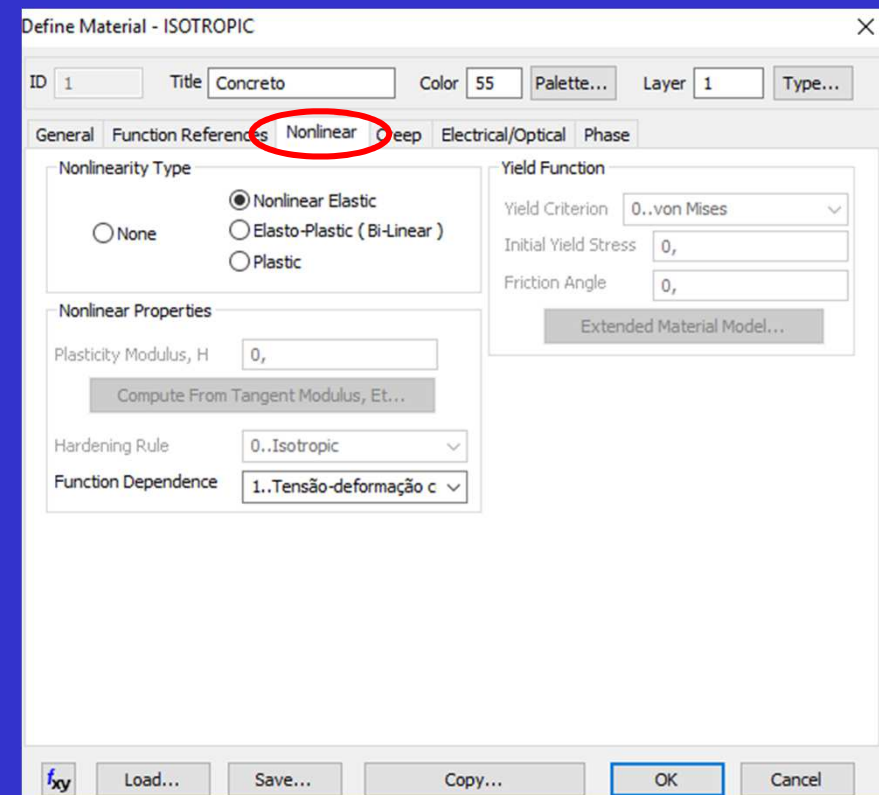
- Propriedade

Model : Property : Plate

Title : Elementos planos

Material : Concreto

Thicknesses : $20e-2$



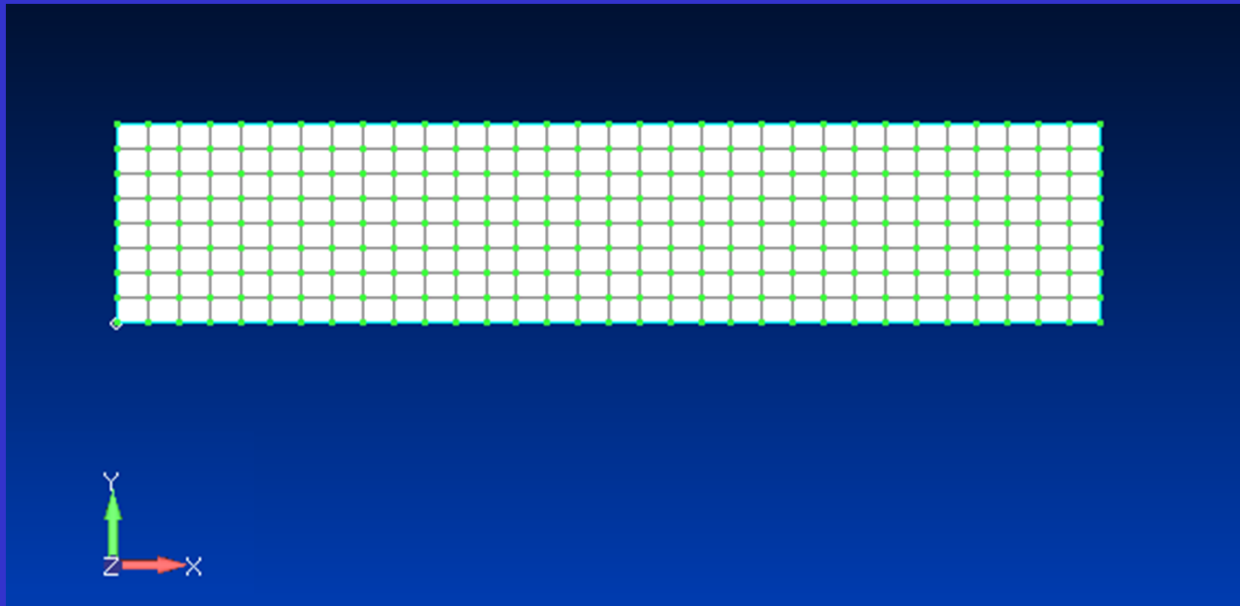
Modelo 2D de viga de concreto armado

Modelagem

Malha

- nós & elementos

Mesh : Geometry : Surface : Select all : Property : Elementos planos



Modelo 2D de viga de concreto armado

Modelagem

Condições de Contorno

- carregamento

Model : Load : Create Set : New: Title : Peso Próprio

Model : Load : Body : Ay: -10×10

- restrições

Model : Constraint : Create Set : New: Title : Engaste

Model : Constraint : On Curve : Select Cr 8 : Fixed



Modelo 2D de viga de concreto armado

Análise & Pós-Processamento

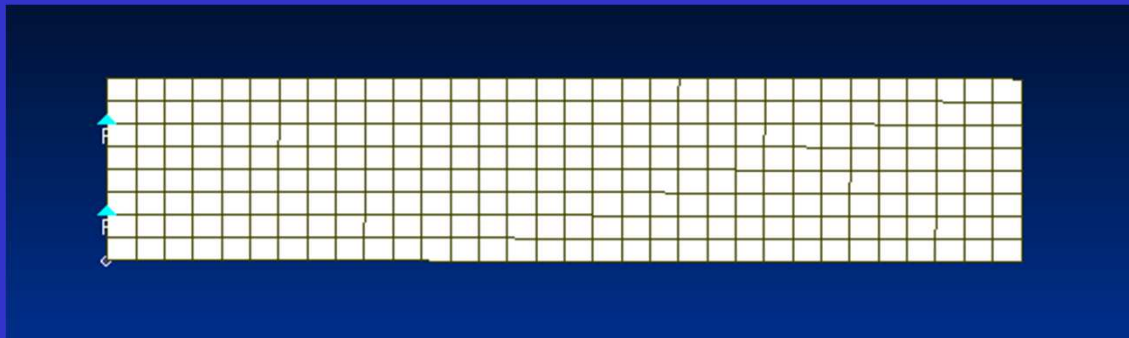
SOL 101

- solução linear

Model : Analysis : New : Title : Linear : Static : Analyze

- configuração deformada

View : Select : Deform : Total Translation (Scale deformation : 1)



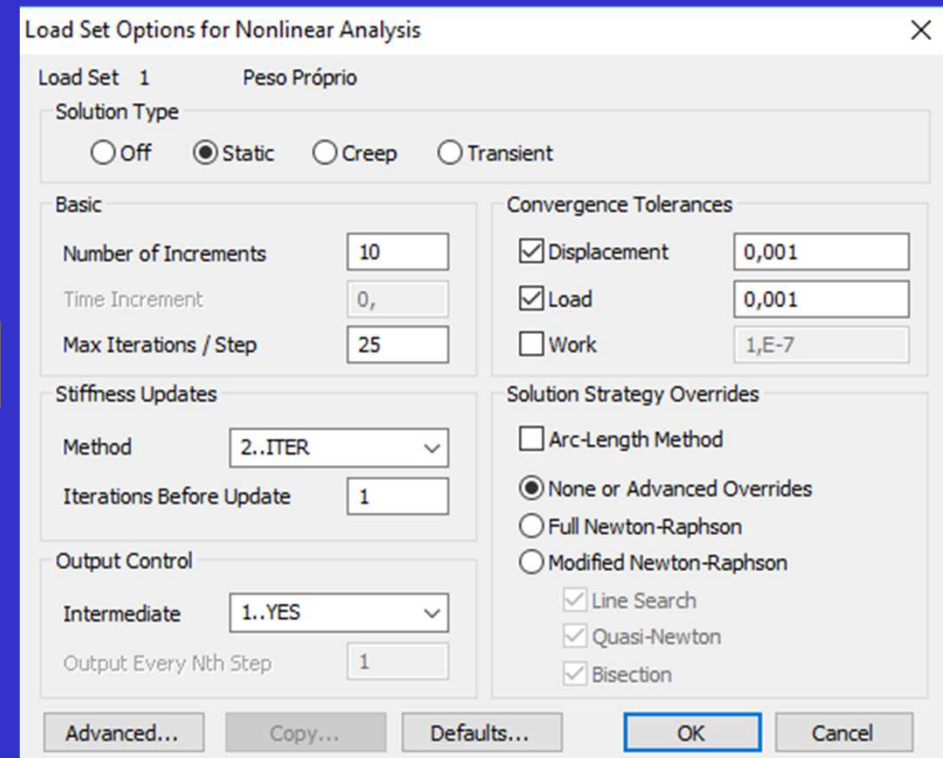
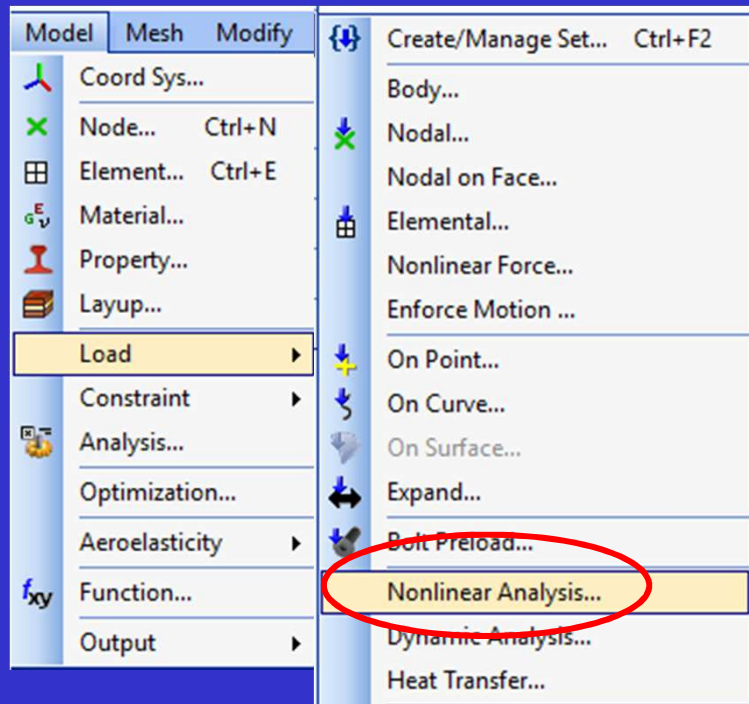
Equilíbrio na configuração praticamente indesejada. (linearidade geométrica)

No entanto, é necessário uma análise não linear devido ao modelo constitutivo adotado. (não linearidade física)

Análise & Pós-Processamento

Análise Não-Linear

- Configurações de análise não-linear



Modelo 2D de viga de concreto armado

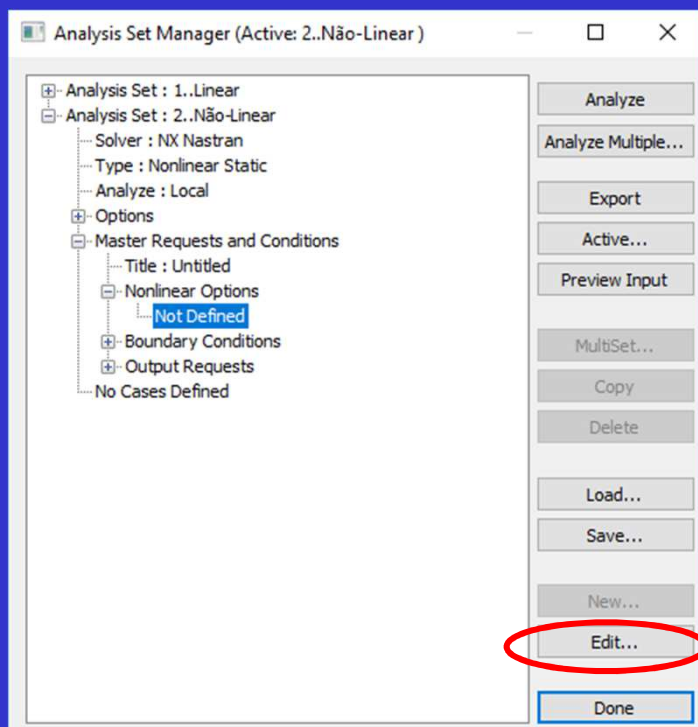
Análise & Pós-Processamento

SOL 101

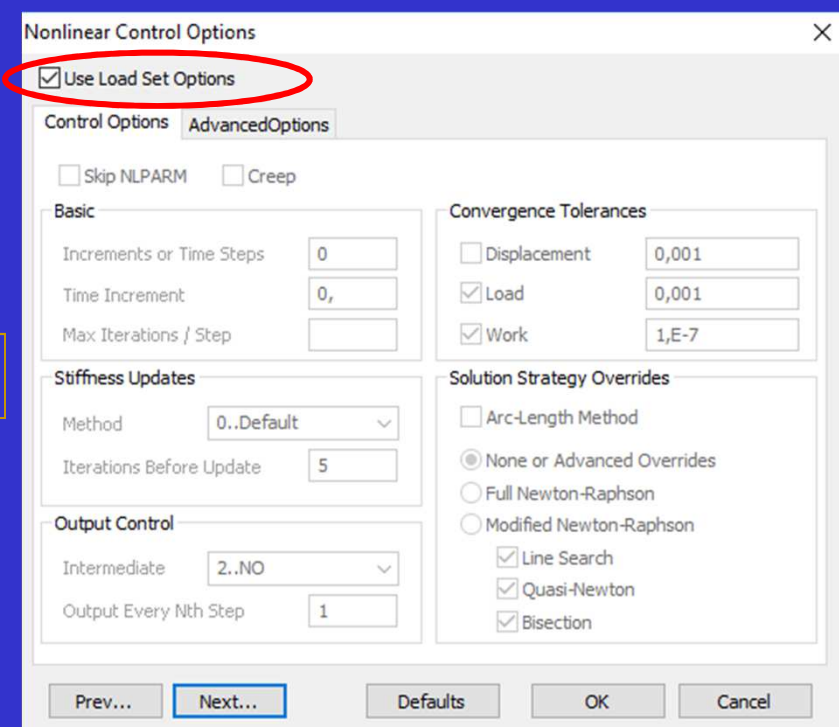
- solução não-linear

Model : Analysis : New : Title : Não-Linear : Nonlinear Static :

1



2



Modelo 2D de viga de concreto armado

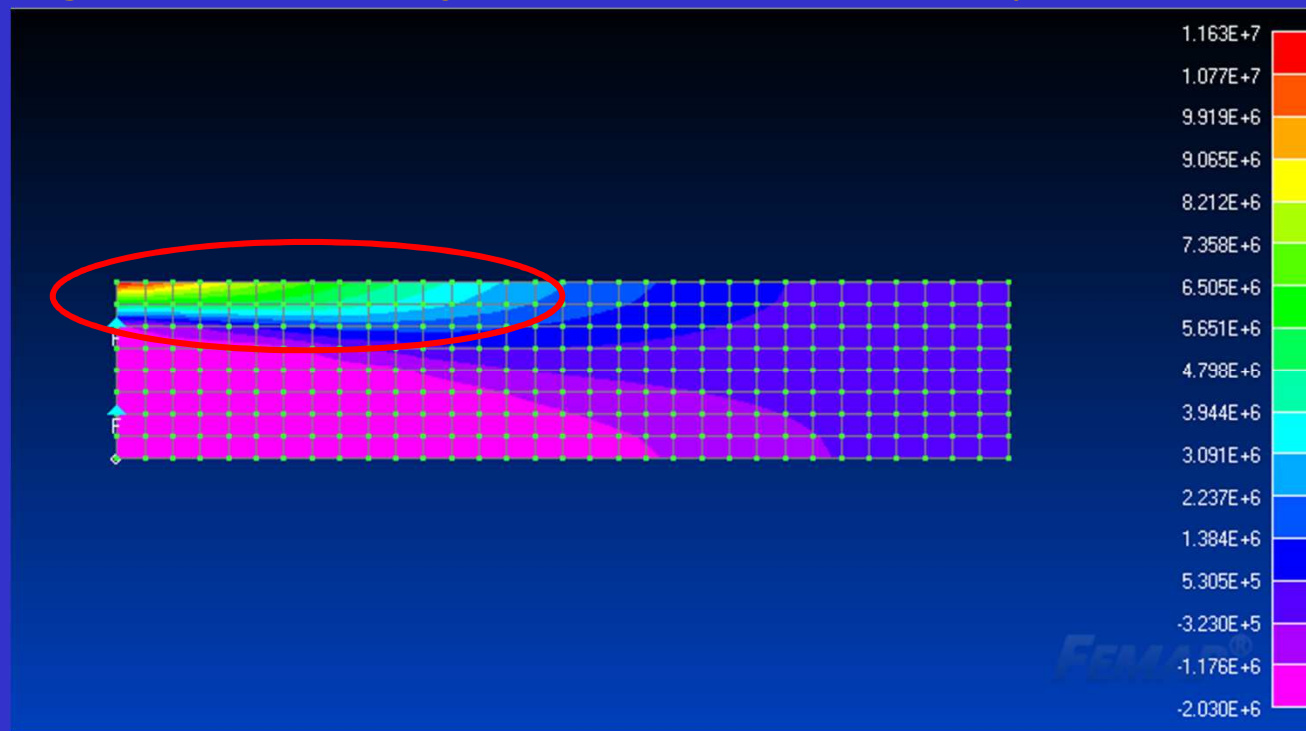
Análise & Pós-Processamento

SOL 101

- Distribuição das tensões normais na direção X

View : Select : Deformed countour data : (7020 Plate Top X Normal Stress)

Diagrama tensão-deformação inconsistente: Concreto não suporta tensões de tração!!!



Modelo 2D de viga de concreto armado

Modelagem

Função

• Função Tensão-Deformação

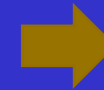
Model : Function: Title : Tensão-Deformação Concreto : Type : 13..Stress Vs. Strain :

Single Value :

Copiar coordenadas dos pontos do diagrama:

Diagrama (simplificado) tensão-deformação do concreto:

$$\sigma(\epsilon) = \begin{cases} -\sigma_{cd} & -3.5 \geq \epsilon \\ -0.99 \sigma_{cd} & -3.5 \leq \epsilon \leq -2 \\ -0.99 \sigma_{cd} [1 - (1 + \epsilon/2)^2] & -2 \leq \epsilon \leq 0 \\ \frac{0.99 \sigma_{cd}}{10} [1 - (1 - \epsilon/2)^2] & 0 \leq \epsilon \leq 2 \\ \frac{0.99 \sigma_{cd}}{10} & 2 \leq \epsilon \leq 10 \end{cases}$$



Concreto - Bloco de notas		
Arquivo	Editar	Formatar Exibir Ajuda
-0.0013	-1582320.536	
-0.0012	-1514700	
-0.0011	-1438063.393	
-0.001	-1352410.714	
-0.0009	-1257741.964	
-0.0008	-1154057.143	
-0.0007	-1041356.25	
-0.0006	-919639.2857	
-0.0005	-788906.25	
-0.0004	-649157.1429	
-0.0003	-500391.9643	
-0.0002	-342610.7143	
-0.0001	-175813.3929	
0	0	
0.0001	17581.33929	
0.0002	34261.07143	
0.0003	50039.19643	
0.0004	64915.71429	
0.0005	78890.625	
0.0006	91963.92857	
0.0007	104135.625	
0.0008	115405.7143	
0.0009	125774.1964	
0.001	135241.0714	
0.0011	143806.3393	
0.0012	151470	
0.0013	158232.0536	
0.0014	164092.5	
0.0015	169051.3393	
0.0016	173108.5714	
0.0017	176264.1964	
0.0018	178518.2143	
0.0019	179870.625	

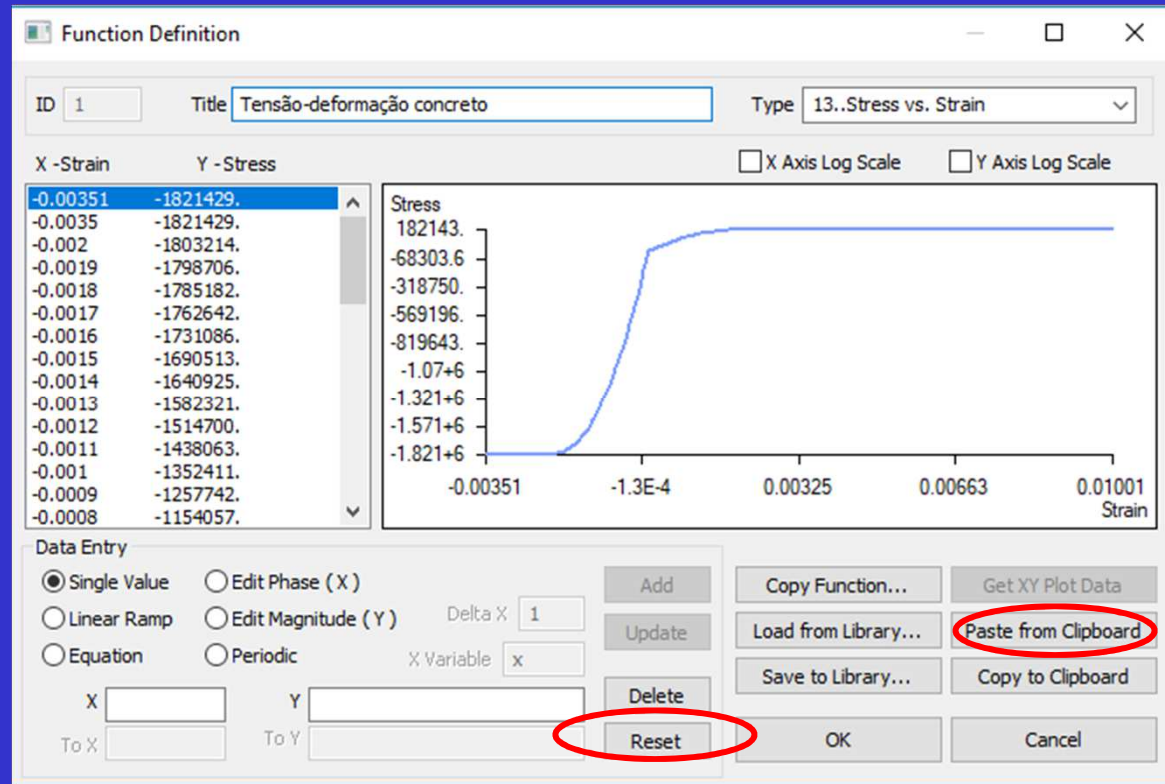
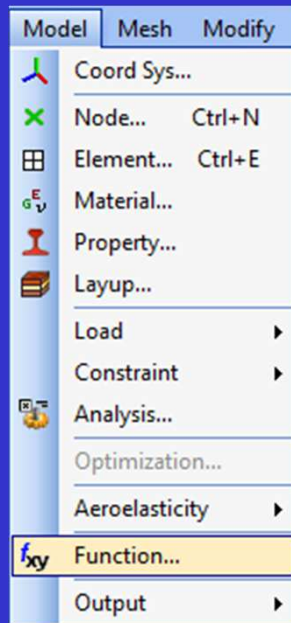
Modelo 2D de viga de concreto armado

Modelagem

Função

- Função Tensão-Deformação

Model Info : Functions : Tensão-Deformação Concreto : Edit



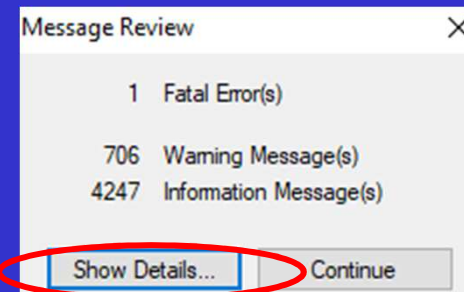
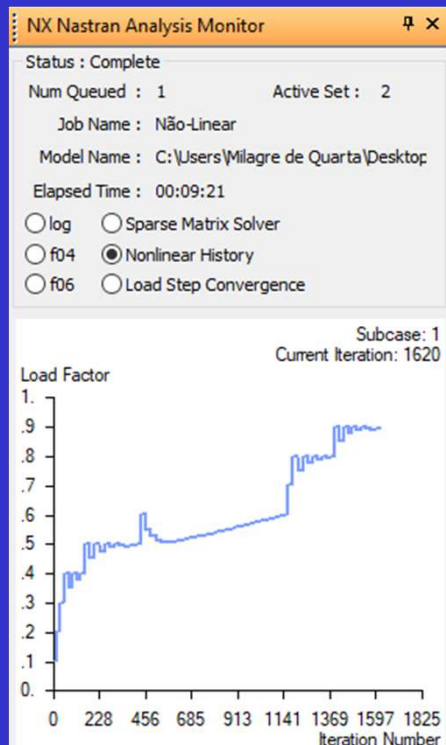
Modelo 2D de viga de concreto armado

Análise & Pós-Processamento

SOL 101

- solução não-linear

Model : Analysis : New : Title : Não-Linear : Nonlinear Static : Analyze



1

```
** USER FATAL MESSAGE 4551 (NCONVG)
*** STOPPED PROBLEM DUE TO FAILED CONVERGENCE
User information:
A solution is not possible. Review NLPARM requests and modify
to select a better solution approach.
^^^
^^^ USER INFORMATION MESSAGE 9210 (NLSTATIC)
^^^ NONLINEAR STATIC ANALYSIS COMPLETED.
```

Tensões de tração atingiram o patamar: A análise não terminou!!!

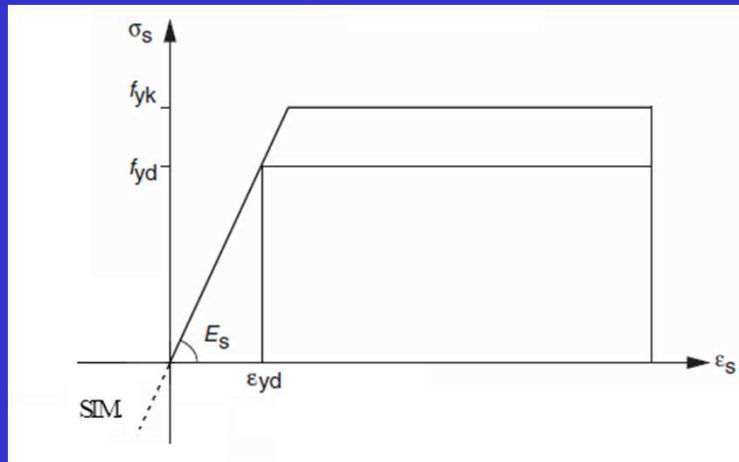
Modelo 2D de viga de concreto armado

Introdução

Exercício 2 – Viga de concreto armado

Diagrama (simplificado) tensão-deformação do aço:

$$f_{yk} = 500 \text{ MPa} \quad f_{yd} = f_{yk} / 1.4$$

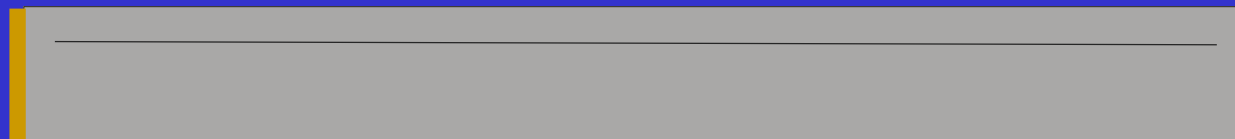


$$\sigma(\varepsilon) = \begin{cases} -f_{yd} & \varepsilon \leq -\varepsilon_{yd} \\ f_{yd} \varepsilon / \varepsilon_{yd} & ||\varepsilon|| \leq \varepsilon_{yd} \\ f_{yd} & \varepsilon \geq \varepsilon_{yd} \end{cases}$$



10 m/s²

$U = 0$



$L = 300 \text{ cm}$

Seção transversal

$h = 60 \text{ cm}$



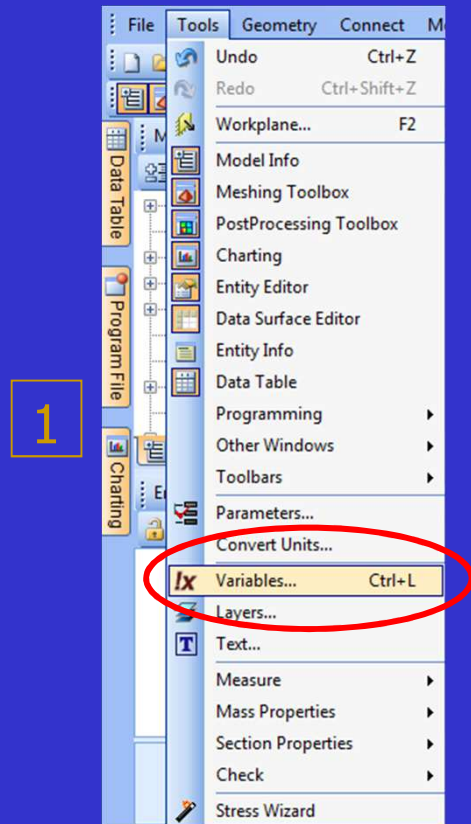
$A_s = 10 \text{ cm}^2$

$t_w = 20 \text{ cm}$

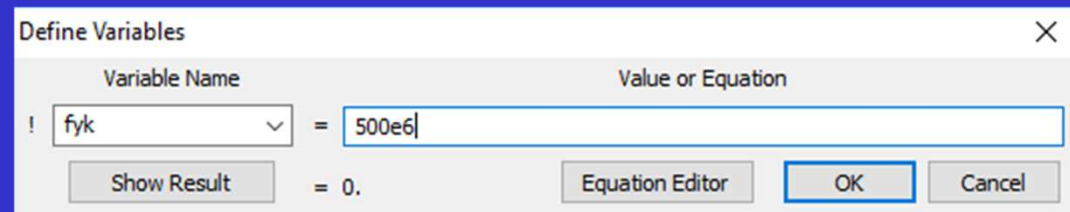
Modelo 2D de viga de concreto armado

Modelagem

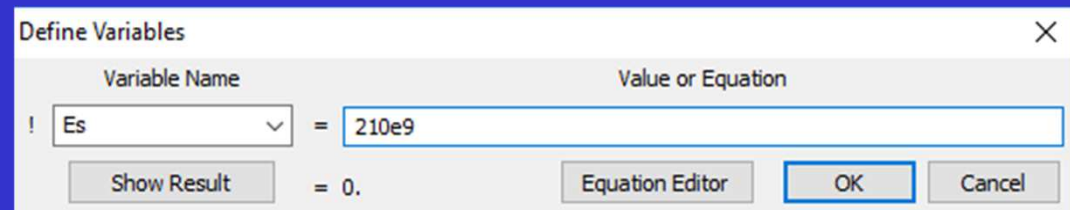
Parâmetros



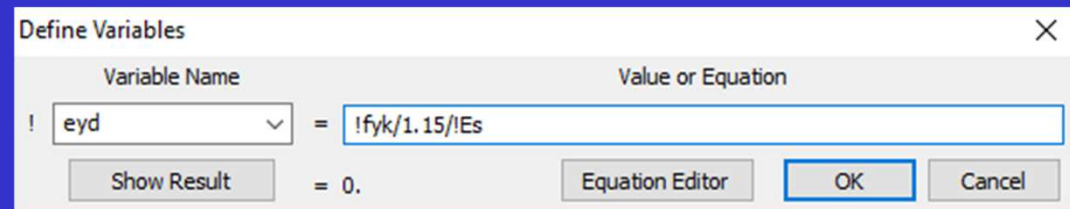
2



3



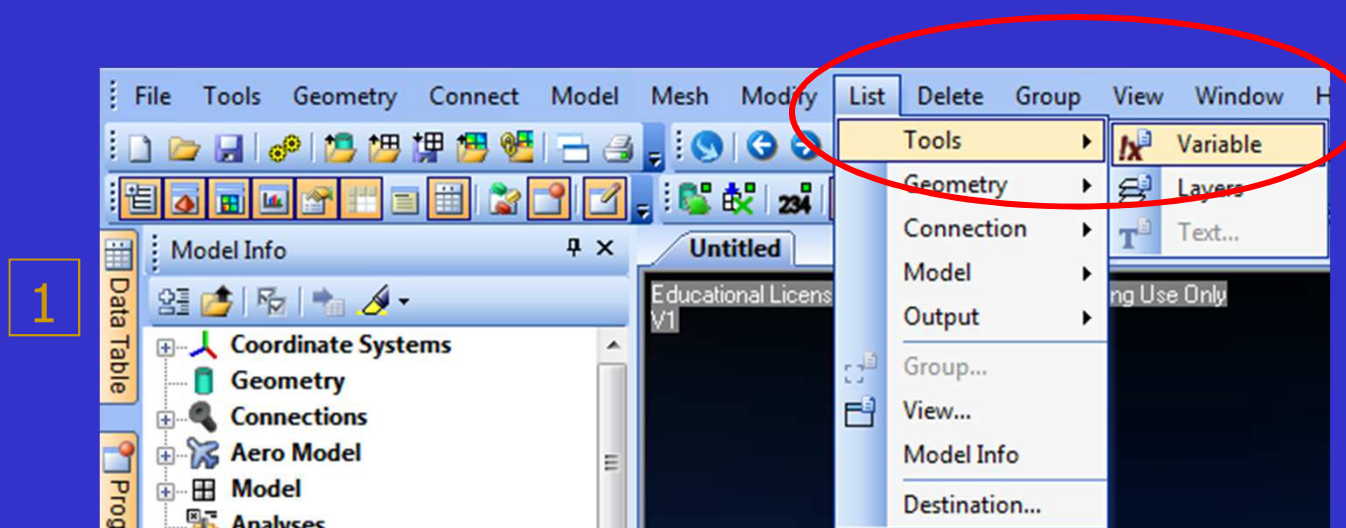
4



Modelo 2D de viga de concreto armado

Modelagem

Parâmetros



List Variables		
Variable	Stored Value	Defining Equation
Es	2.1E+11	210e9
eyd	0.0020704	!fyk/1.15/!Es
fyk	500000000.	500e6

Modelo 2D de viga de concreto armado

Modelagem

Função

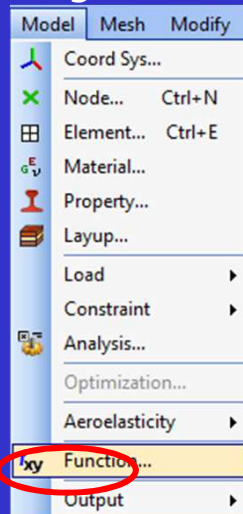
• Função Tensão-Deformação

Model : Function: Title : Tensão-Deformação Aço : Type : 13..Stress Vs. Strain :

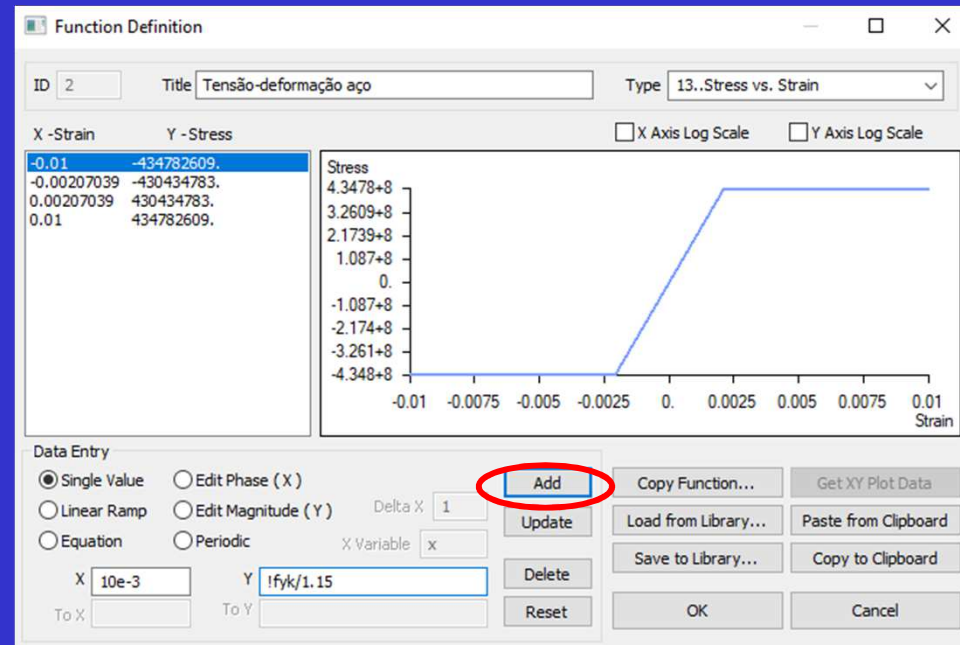
Single Value :

Diagrama tensão-deformação multilinear:

1



2



{X, Y} = (-10e3 , -!fyk/1.15) Add

{X, Y} = (-!eyd , -0.99*!fyk/1.15) Add

{X, Y} = (!eyd , 0.99*!fyk/1.15) Add

{X, Y} = (10e3 , !fyk/1.15) Add

Modelo 2D de viga de concreto armado

Modelagem

Materiais e Propriedades

- Material Elástico Não-Linear

Model : Material : Title : Aço

General : E : 2.1×10^5 N/mm²

Nonlinear : Nonlinear Elastic

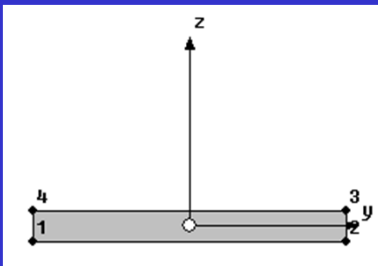
Function : 1. Tensão-Deformação Aço

- Propriedade

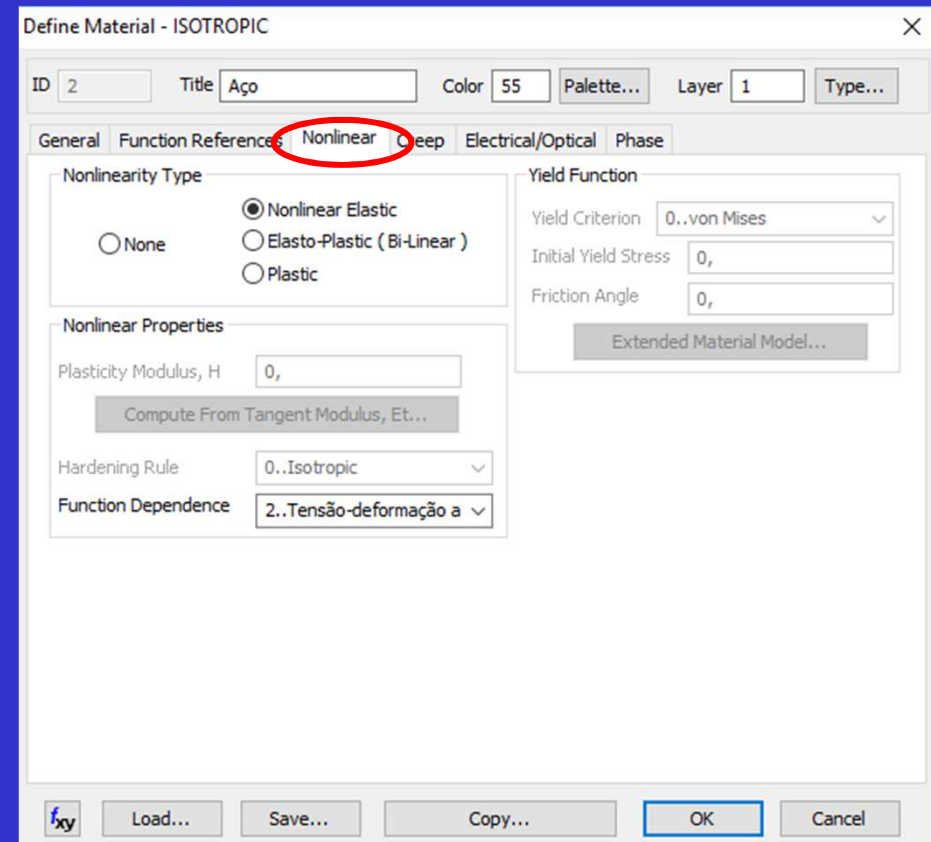
Model : Property : Beam

Title : Barra & Rectangular Bar

Height : 1e-2 & Width : 10e-2



$A_s = 10 \text{ cm}^2$



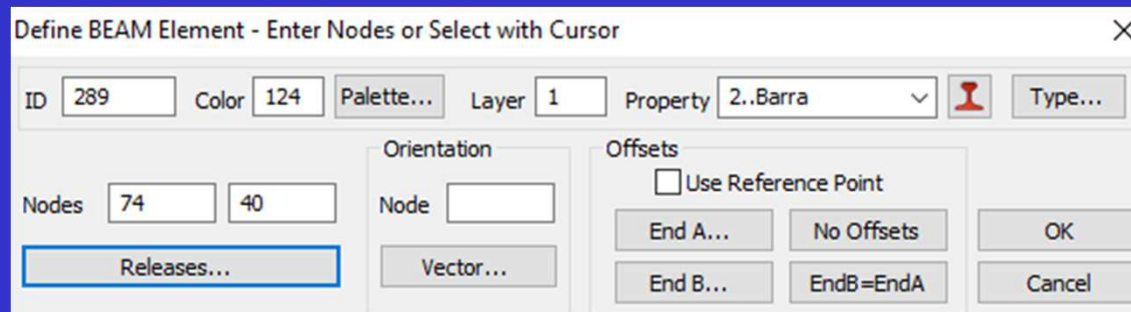
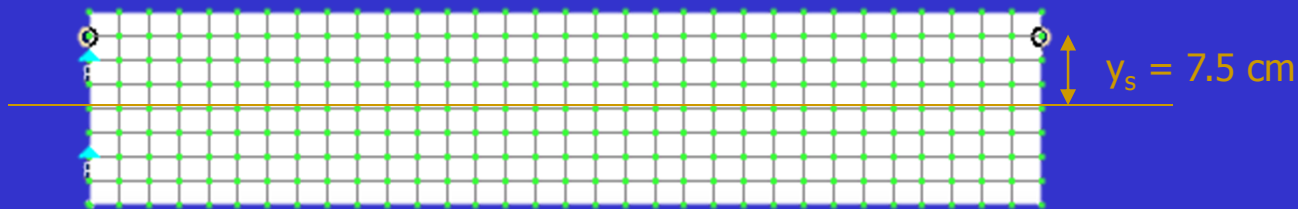
Modelo 2D de viga de concreto armado

Modelagem

Malha

- nós & elementos

Model : Element : Nodes : 74, 40 : Property : Barra



Vector : Method (Locate) : $\{v\} = \{Tip\} - \{Base\} = (0.,0.,-1.) - (0.,0.,0.)$

Modelo 2D de viga de concreto armado

Modelagem

Malha

- nós & elementos

Group : Create/Manage : New Group : Title : Armadura : Done :

Group : Element : Property : ID = 2

Mesh : Remesh : Refine : Group = Armadura : & Per Elem = 32

Group : Element : Property : ID = 2

Group : Node : On Element : Group = Armadura



Show Full Model

Tools : Check : Coincident Nodes : Select All : Ok

Show Full Model
Check Coincident Nodes
328 Node(s) Selected...
31 Node(s) Merged.

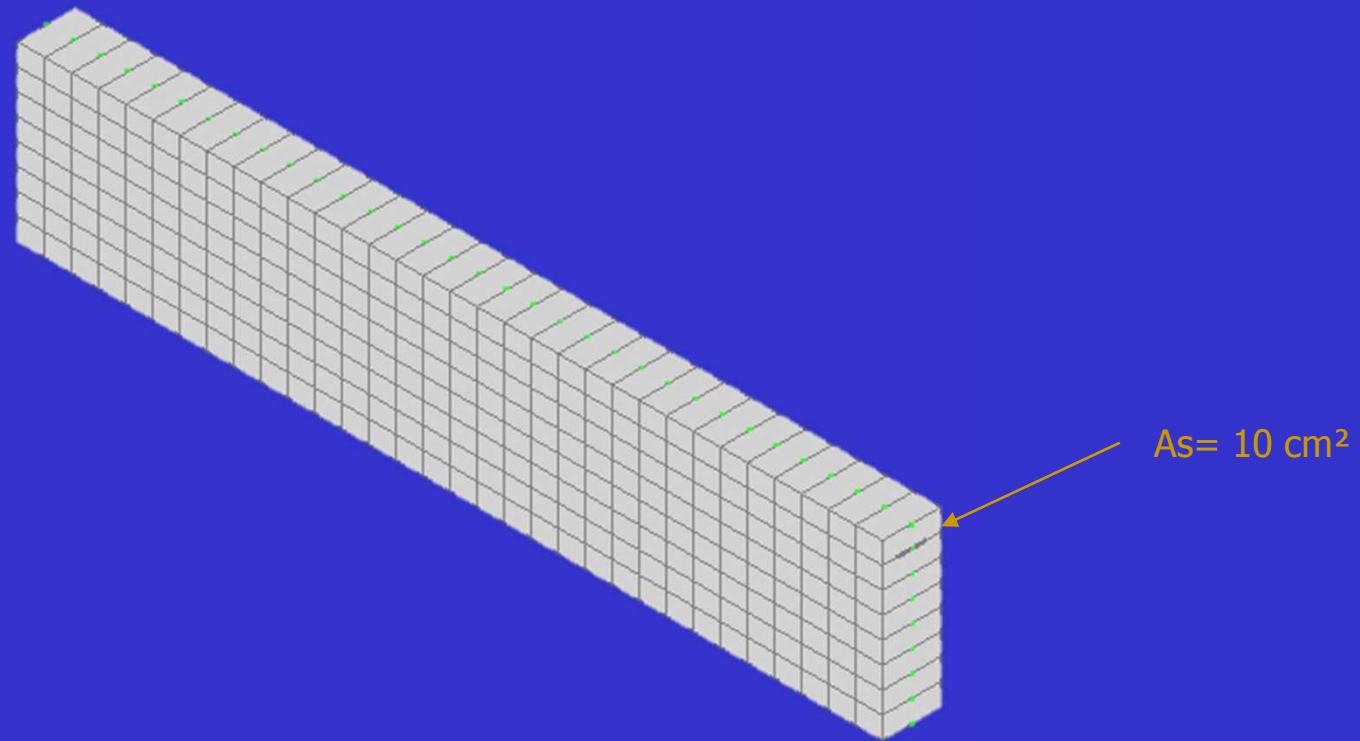
Modelo 2D de viga de concreto armado

Modelagem

Malha

- nós & elementos

View : Options : Element- Orientation/Shape : Show Cross Section



Modelo 2D de viga de concreto armado

Análise & Pós-Processamento

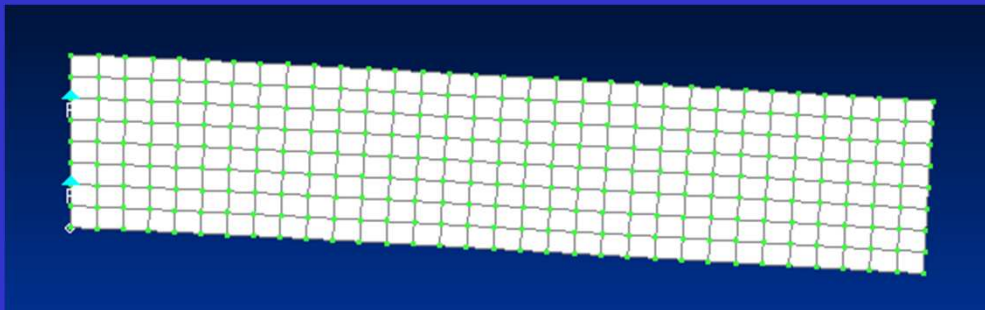
SOL 101

- solução não-linear

Model : Analysis : New : Title : Não-Linear : Nonlinear Static : Analyze

- configuração deformada

View : Select : Deform : Total Translation (Scale deformation : 1)



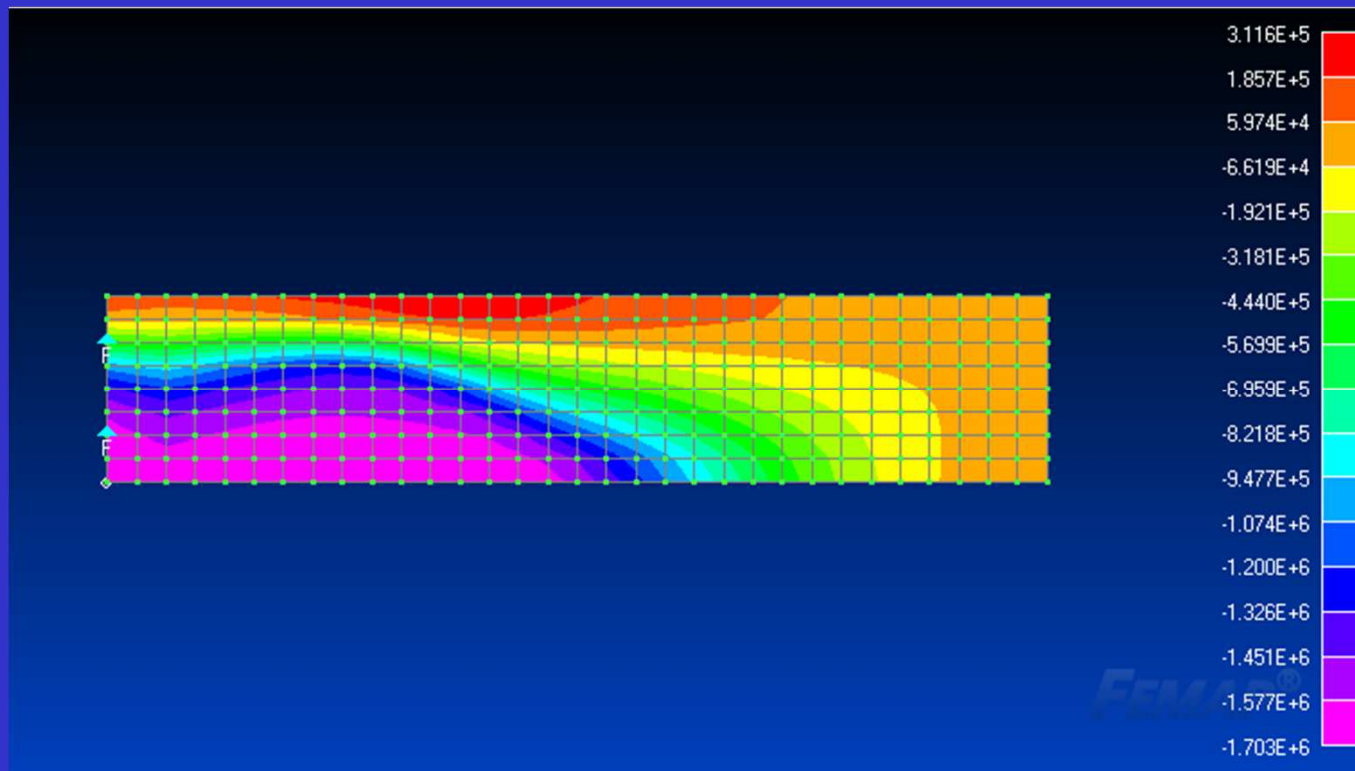
Na análise não-linear o equilíbrio é satisfeito para a configuração deformada (não-linearidade geométrica) e também leva em conta de forma simplificada a não-linearidade física dos materiais com os diagramas tensão-deformação.

Análise & Pós-Processamento

SOL 101

- Distribuição das tensões normais na direção X

View : Select : Deformed countour data : (7020 Plate Top X Normal Stress)



Modelo 2D de viga de concreto armado

Exercício – Casa

Au boulot!

Para o modelo não-linear de viga de concreto armado, pede-se:

- (1) As distribuições da norma do vetor deslocamento;
- (2) As distribuições de tensões e de deformações principais;
- (3) Considerando que o concreto fissa para $\varepsilon > 1$ (por mil), indique qual região da viga está fissurada;
- (4) Nesse exemplo, a não-linearidade geométrica deve ser considerada junto com a não-linearidade física?
- (5) Por que a análise não-linear com um diagrama tensão-deformação bi linear para o concreto não convergiu em sala de aula?