



## Exame final de EDI-38 Concreto Estrutural I

Prof. Flávio Mendes Neto

Dezembro de 2016

*Absolutamente sem consulta. A interpretação das questões faz parte da prova.*

*Justifique cientificamente suas afirmações e comente, criticamente, todos os resultados obtidos.*

Durações sugeridas: parte teórica 2 h; parte numérica 2 h

*O aluno só receberá as questões práticas depois que entregar a resolução desta parte teórica.*

### PARTE TEÓRICA

**1ª Questão** Lembrando da definição e da utilidade de uma curva de interação para a FNC (plano  $N_d \times M_d$ ), qual seria o conceito equivalente para a FOC? Além disso, descreva os dados necessários e os passos básicos para a obtenção de uma curva de um “Diagrama de Roseta” para a FOC (curva no plano  $M_{dx} \times M_{dy}$  para uma curva de nível do esforço normal  $N_d$ ). Construir esta curva é mais simples do que fazer o dimensionamento tradicional?

**2ª Questão** Admita que esta disciplina, EDI-38 Concreto Estrutural I, seja reformulada e o único assunto a ser apresentado, referente à análise e dimensionamento de seções transversais, seja a nFOC. Descreva, tecnicamente mas sem muito detalhamento, os assuntos, os exemplos, os exercícios e as avaliações que imagina seriam ideais. Haveria necessidade de “particularização” dos itens para as flexões simples e composta? O assunto da verificação da estabilidade também poderia ser incluído nesta nova abordagem? Como?

Questão	1	2
Valor	2,0	3,0

/F<sub>M</sub>N/SWP3.5

## Alguns resultados e comentários

**1ª Questão** Na FNC a curva de interação é o lugar geométrico dos esforços aplicados ( $N_d \times M_d$ ) que esgotam a capacidade resistente da seção em relação ao ELU. O conceito equivalente na FOC é uma superfície, no espaço  $N_d \times M_{dx} \times M_{dy}$ . De fato, a curva de interação na FNC é uma curva de nível desta superfície para um dos momentos nulos (com a convenção usual seria para  $M_{dy}$  nulo). Notar que a resposta desta questão não é o “Diagrama de Roseta” uma vez que, se assim fosse, a curva de interação para a FNC seria, de fato, um ponto e não uma curva (uma vez que um dos esforços aplicados é considerado com valor constante  $N_d$  ou  $M_d$ ).

Era esperada a descrição do processo de construção do “Diagrama de Roseta”, assunto apresentado e discutido com detalhes em sala de aula.

O dimensionamento tradicional passa por resolver o sistema de equações na “força bruta” que, como se sabe, pode ser bastante difícil consideradas as não linearidades introduzidas pela seção, pelo ELU e pelos diagramas tensão-deformação. Esperava-se uma discussão, técnica, sobre os pontos importantes.

**2ª Questão** Esperava-se uma apresentação, técnica e sucinta, da nFOC (esforços resistentes, verificação e dimensionamento). Após isso, considerações sobre a adequação da ideia proposta e eventuais complementações. A verificação da estabilidade precisaria ser esclarecida com relação à questão da “Estabilidade Oblíqua” (com a deformada sendo descrita por uma curva reversa) ou de, simplesmente, utilizar o ferramental mais geral para estudar os mesmos problemas de EDI-38.



## Exame final de EDI-38 Concreto Estrutural I

Prof. Flávio Mendes Neto

Dezembro de 2016

*Consulta livre (menos a seres humanos, próximos ou distantes), utilização de softwares gerais liberada. Utilização de programas e planilhas previamente confeccionados pelo próprio aluno liberada (é obrigatória a entrega de cópia eletrônica ao final da prova, aplicada especificamente a cada item resolvido). A interpretação das questões faz parte da prova.*

*Justifique cientificamente suas afirmações e comente, criticamente, todos os resultados obtidos.*

*Sempre explicita a **distribuição de deformações** na documentação da solução.*

*Caso pertinente, faça, em cada problema, uma escolha de bitola coerente com os resultados.*

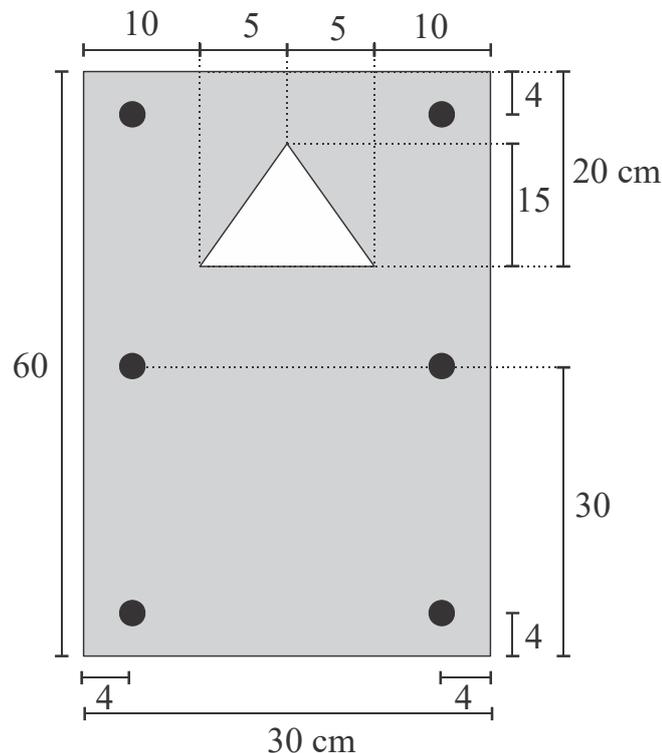
Parte numérica: duração sugerida de 2 h

### PARTE NUMÉRICA

Considere os seguintes dados:

- Coeficiente de ponderação das ações:  $\gamma_F = 1,40$ .
- Aço CA-50 ( $f_{yk} = 500$  MPa;  $\gamma_s = 1,15$ ;  $E_s = 210$  GPa).
- Diâmetros das barras a serem considerados (mm): 10; 12,5; 16; 20; 22; 25; 32 e 40.
- Concreto C75, diagrama t&d não-linear ( $f_{ck} = 75$  MPa,  $\sigma_{cd} = 0,85 f_{ck}/\gamma_c$  e lembrar que  $\gamma_c = 1,40$ ).

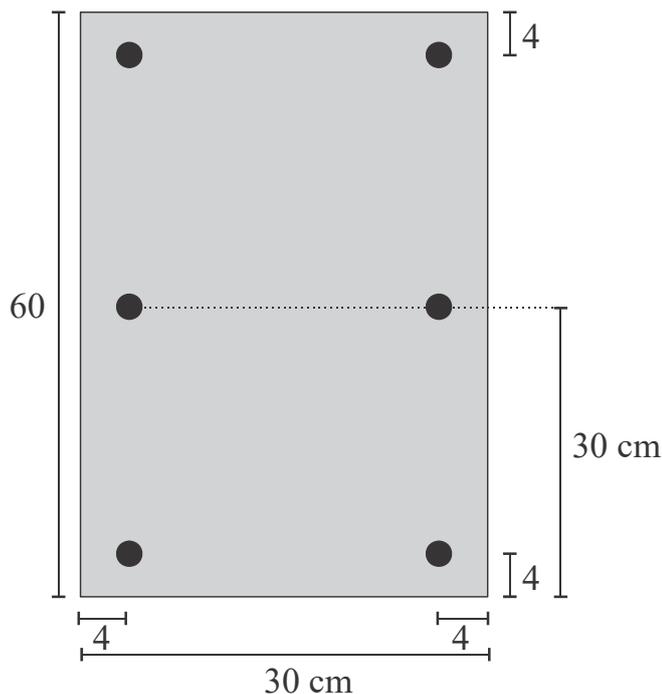
**3ª Questão** Considere uma seção transversal retangular com um vazio triangular, conforme a figura (todas as cotas em centímetros):



a) Dimensione a bitola (constante) das seis barras quando a seção estiver submetida aos esforços, consistentes com a regra da “mão-direita”,  $N_k = 0,22$  MN;  $M_{xk} = -0,24$  MN·m e  $M_{yk} = -0,05$  MN·m. Faça um esboço da linha neutra na seção.

b) Considerando os dois diagramas do concreto (bloco retangular e curva não linear), calcule e compare os esforços resistentes da seção para uma linha neutra tradicional definida por  $\beta_x = x/h_\varphi = 0,98$  (medida usualmente) e  $\varphi = 252^\circ$  (idem). Admita que a armadura seja constituída por barras  $\phi 25$ .

4ª Questão Considere um pilar engastado-livre com comprimento geométrico total de  $L = 8$  m e seção transversal (constante) retangular  $30 \times 60$  cm, armada com três camadas de duas barras  $\phi 20$ , duplamente simétrica, com  $d' = 4$  cm conforme figura. Admita que os únicos esforços existentes sejam aplicados na extremidade livre do pilar: força normal de compressão de 2,5 MN e uma carga momento de 50 kN·m (vetor momento no plano da seção transversal e perpendicular à maior dimensão da seção).



- Analise o equilíbrio deste pilar por Diferenças Finitas e comente sobre a adequação do projeto.
- Agora com o processo do Pilar Padrão, e considerados todos os outros dados constantes, calcule qual o maior comprimento  $L$  (em metros) possível para este pilar.

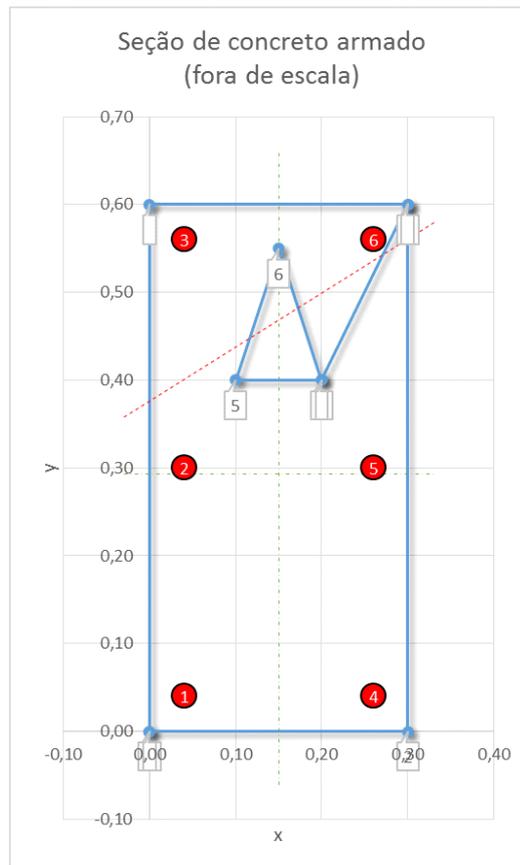
Questão	3a	3b	4a	4b
Valor	2,0	1,0	2,0	1,0

Observação: embora as questões numéricas somem 6 pontos, e as teóricas 5, a nota máxima da prova é 10 (eventuais “excessos” serão desconsiderados)

Alguns resultados e comentários

3ª Questão

a) Dimensionando-se para os esforços de cálculo obtém-se uma área total  $A_s = 25,4883 \text{ cm}^2$ , para uma distribuição de deformações caracterizada por  $(\varepsilon_o; \kappa_x; \kappa_y) = (-2,0432; -11,6560 \text{ m}^{-1}; -7,1916 \text{ m}^{-1})$ . A bitola mais próxima é  $6\phi 25$  (fornecendo  $A_s = 29,4524 \text{ cm}^2$ ) e um cálculo de verificação obtém a deformada  $(\varepsilon_o; \kappa_x; \kappa_y) = (-1,0409; -7,2638 \text{ m}^{-1}; -5,2459 \text{ m}^{-1})$ . A linha neutra é ilustrada na figura seguinte, fora de escala.

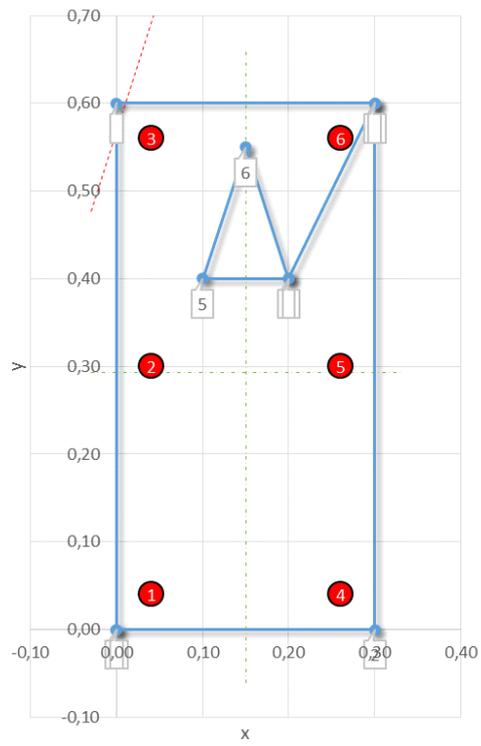


b) A linha neutra dada também pode ser representada como  $(\varepsilon_o; \kappa_x; \kappa_y) = (1,2936; 1,7535 \text{ m}^{-1}; 5,3968 \text{ m}^{-1})$  e, com o diagrama não linear, os esforços resistentes são calculados sem maiores dificuldades fornecendo  $(N_k; M_{xk}; M_{yk}) = (4,0519 \text{ MN}; 0,1489 \text{ MN m}; 0,1243 \text{ MN m})$ . Convém salientar que neste caso  $\sigma_{cd} = 0,85 f_{cd} = 45,5357 \text{ MPa}$  e os parâmetros que definem o diagrama são  $\varepsilon_{c2} = 2,4681$ ;  $n = 1,4118$  e  $\varepsilon_{cu} = 2,6177$ .

Para o diagrama retangular simplificado a tensão máxima vale  $\sigma_{cd}^* = 0,9\bar{\alpha}_c f_{cd} = 0,9 \times 0,7438 \times 53,5714 = 35,8594 \text{ MPa}$ . A profundidade deste diagrama vale  $\bar{\lambda}x$  com  $\bar{\lambda} = 0,7375$  para o concreto C75 em questão. Usando procedimento ilustrado na apostila de EDI-38 não é difícil chegar nos esforços  $(N_k; M_{xk}; M_{yk}) = (4,2234 \text{ MN}; 0,1494 \text{ MN m}; 0,1041 \text{ MN m})$ , apresentando variações de +4,2%; +0,3% e -16,3% (a variação no módulo foi de +4,2%).

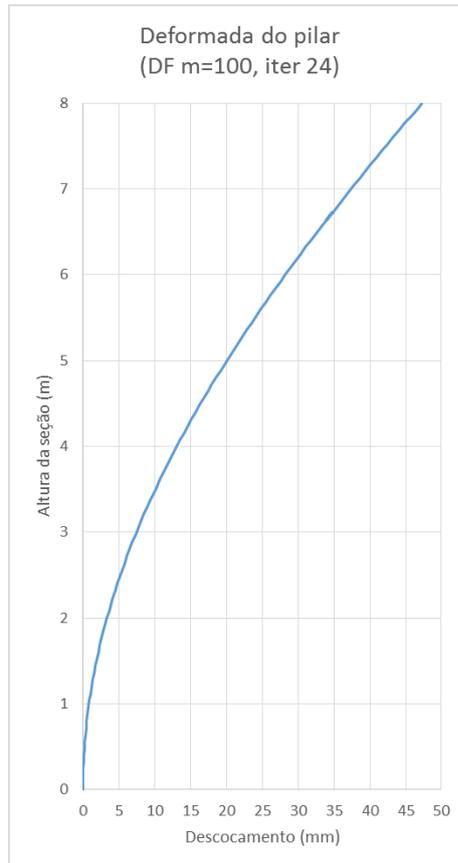
Note que os esforços resistentes da armadura são os mesmos nos dois cálculos, variando apenas a parcela resistente do concreto, naturalmente. A título de ilustração os esforços da armadura são  $(N_{sk}; M_{sxk}; M_{syk}) = (0,5472 \text{ MN}; 0,02634 \text{ MN m}; 0,02673 \text{ MN m})$ . A seguir a figura com a LN (e não  $\bar{\lambda}x$ ) em destaque passando pelo canto superior esquerdo da seção.

Seção de concreto armado  
(fora de escala)

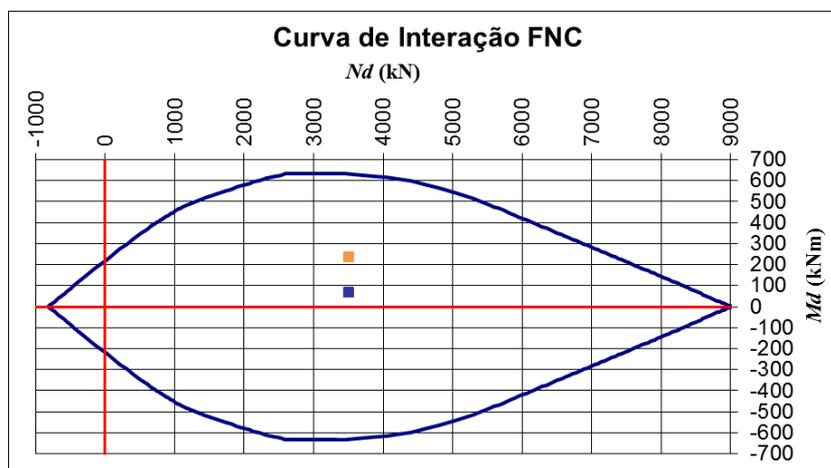


#### 4ª Questão

a) Utilizando o processo das Diferenças Finitas observa-se o equilíbrio do pilar com uma flecha máxima de 47,3 mm. A distribuição de deformações da seção crítica, antes do ELU, pode ser caracterizada por  $(\varepsilon_o; k) = (0,7417; 1,6949 \text{ m}^{-1})$  ou, alternativamente, por  $(\varepsilon_t; \varepsilon_b) = (1,2502; 0,2333)$ . A deformada do pilar, obtida após 24 iterações dividindo-se o pilar em 100 trechos (variação entre flechas sucessivas de 0,02%), é mostrada na figura seguinte.



A título de ilustração mostra-se, na figura seguinte, o Diagrama de Interação da seção transversal com destaque para os esforços de primeira ordem e totais, mostrando que há espaço para otimizações da estrutura.



Ainda a título de ilustração plotou-se, no gráfico do item seguinte, o ponto de equilíbrio da seção crítica (indicado com DF. Notar que nesse gráfico a abscissa é  $hk$  e não simplesmente  $k$ ). Também foi feita a análise de equilíbrio por Pilar Padrão, chegando no equilíbrio ilustrado pela reta tracejada, com curvatura um pouco menor que DF.

b) Considerando todos os dados constantes, com exceção do comprimento  $L$  do pilar, vê-se que o equilíbrio extremo é alcançado com a tangência entre a reta de momentos externos e a curva de momentos resistentes. Essa tangência é obtida numericamente para  $L = 8,8945$  m e a seção crítica fica submetida a uma distribuição de deformações caracterizada por  $(\varepsilon_o; k) = (0,7563; 2,8836 \text{ m}^{-1})$  ou, alternativamente, por  $(\varepsilon_t; \varepsilon_b) = (1,6214; -0,1088)$ . A flecha, por Pilar Padrão, é de 92,46 mm. Este equilíbrio está ilustrado no gráfico seguinte, junto com alguns comentários sobre o item anterior. É interessante observar que este equilíbrio não é possível, com aquele comprimento de pilar. Utilizando-se Diferenças Finitas, o comprimento máximo é de 8,7750 m, fornecendo uma flecha de 105,33 mm.

