



## Exame final de EDI-38 Concreto Estrutural I

Prof. Flávio Mendes Neto

Dezembro de 2015

*Absolutamente sem consulta. A interpretação das questões faz parte da prova.*

*Justifique cientificamente suas afirmações e comente, criticamente, todos os resultados obtidos.*

Durações sugeridas: parte teórica 2 h; parte numérica 2 h

*O aluno só receberá as questões práticas depois que entregar a resolução desta parte teórica.*

### PARTE TEÓRICA

**1ª Questão** É possível verificar, com o processo das Diferenças Finitas, o equilíbrio de pilares isostáticos cuja seção transversal só possua um eixo de simetria (só para ênfase: a seção transversal não é duplamente simétrica e nem seu formato é especificado), quando submetidos à compressão centrada?

**2ª Questão** Suponha que tenha sido feita uma análise de equilíbrio de um pilar isostático, com Diferenças Finitas sob FNC, quando a seção transversal não possuía qualquer eixo de simetria. Os resultados são muito inconsistentes? Dá para aproveitar algum resultado? Haveria alternativa melhor para a análise?

**3ª Questão** Alguns métodos simplificados de dimensionamento para a FOC admitem que as curvas de interação (curvas de nível em  $N_d$ , plotadas no plano  $M_{dx} \times M_{dy}$ ) tenham envoltórias do tipo

$$(M_{dx})^p + (M_{dy})^p = \text{constante}$$

com  $1 \leq p \leq 2$ , dependendo do formato da seção transversal. Sabendo que a ideia é substituir a curva de interação real pela envoltória e que há forte não linearidade (certo?), há risco destas simplificações ficarem contra a segurança?

Questão	1	2	3
Valor	1,5	2,5	1,0

## Alguns resultados e comentários

**1ª Questão** A assimetria da seção leva o pilar isostático a configurar um problema simples de equilíbrio, sem as múltiplas possibilidades da instabilidade. Ainda por conta da assimetria, tem-se um diagrama momento-curvatura, só para exemplificar o raciocínio, que não passa pela origem do sistema cartesiano  $(1/r; M_d) = (0; 0)$ . As duas afirmações anteriores, que podem ser muito melhor ilustradas e explicadas, permitem que o problema de compressão centrada ( $N_d > 0$  e  $M_d = 0$ ) seja tratado, normalmente, com o método das Diferenças Finitas, partindo, canonicamente, de uma flecha total nula e chegando ao equilíbrio do pilar.

**2ª Questão** A inconsistência dos resultados está ligada à magnitude da assimetria da seção aliada à aplicação dos esforços, observáveis pelo desvio da direção do momento fletor e da linha neutra nas várias seções transversais. No limite seria de se esperar que uma assimetria quase imperceptível, tendendo à zero, levasse a resultados próximos, enquanto fortes assimetrias fizessem com que o problema divergisse, muito, dos resultados mais rigorosos. A alternativa, que poderia ser melhor detalhada e comentada, seria o desenvolvimento do método das Diferenças Finitas para a Flexão Oblíqua Composta, com a análise feita sem o ELU sendo considerado atendido obrigatoriamente.

**3ª Questão** A questão central é como uma curva de interação para a FOC, que é altamente não linear, pode ser melhor, ou pior, aproximada por uma curva analítica simples. O que não fica claro no enunciado, entretanto, mas que é prática comum, é que o parâmetro  $p$  é fixo para uma dada seção transversal, ou seja, não se trata este parâmetro como variável. A questão da constante da curva (presente na equação) deve ser tratada de forma a obter-se uma envoltória que fornecesse resultados sempre seguros, se é que isso seria possível dada a assimetria da seção. A convexidade da curva de interação também poderia afetar a segurança do processo simplificado, forçando o uso de constantes mais a favor da segurança ainda e, conseqüentemente, contra a economia.



## Exame final de EDI-38 Concreto Estrutural I

Prof. Flávio Mendes Neto

Dezembro de 2015

*Consulta livre (menos a seres humanos, próximos ou distantes), utilização de softwares gerais liberada. Utilização de programas e planilhas previamente confeccionados pelo próprio aluno liberada. A interpretação das questões faz parte da prova. Justifique cientificamente suas afirmações e comente, criticamente, todos os resultados obtidos.*

Parte numérica: duração sugerida de 2 h

### PARTE NUMÉRICA

Considere os seguintes dados:

- Coeficiente de ponderação das ações:  $\gamma_F = 1,40$ .
- Aço CA-50 ( $f_{yk} = 500$  MPa;  $\gamma_s = 1,15$ ;  $E_s = 210$  GPa).
- Diâmetros comerciais a serem considerados (mm): 10; 12,5; 16; 20; 22; 25; 32 e 40.
- Concreto C65, diagrama t&d não-linear ( $f_{ck} = 65$  MPa e lembrar que  $\gamma_c = 1,40$ ).

**4ª Questão** Considere uma seção com as seguintes coordenadas do concreto

$i$	$x_i$ (cm)	$y_i$ (cm)
1	0	0
2	10	50
3	30	50
4	40	0
5	20	10

e das barras de armadura

$i$	$x_{si}$ (cm)	$y_{si}$ (cm)
1	4	6
2	36	6
3	14	46
4	26	46
5	9	25
6	31	25
7	20	16

Pede-se:

a) Com a linha neutra “clássica” definida por  $\varphi = 43^\circ$  e  $x = 21$  cm, os esforços resistentes com o diagrama RS e Não Linear são muito distintos? Considere que todas as barras sejam  $\phi 25$ .

b) Dimensione a bitola (constante) das barras quando a seção estiver submetida aos esforços, consistentes com a regra da “mão-direita”,  $N_k = 0,07$  MN;  $M_{xk} = 0,14$  MN·m e  $M_{yk} = -0,021$  MN·m. Faça um esboço da linha neutra na seção.

**5ª Questão** Considere um pilar engastado-livre com comprimento geométrico total de 3,3 m e seção transversal retangular  $30 \times 50$  cm, armada com três camadas de forma duplamente simétrica com  $8\phi 20$  (considere um cobrimento das barras de 3 cm).

a) Qual a maior força normal pode ser aplicada a este pilar considerando, teoricamente, somente uma compressão centrada?

b) Analise a estabilidade em FNC deste pilar quando submetido somente às seguintes cargas características concentradas em sua extremidade (despreze o peso próprio):  $N_k = 0,71$  MN e  $M_{xk} = -0,07$  MN·m. Caso haja equilíbrio, a flecha máxima do pilar é muito diferente quando avaliada por Diferenças Finitas e Pilar Padrão?

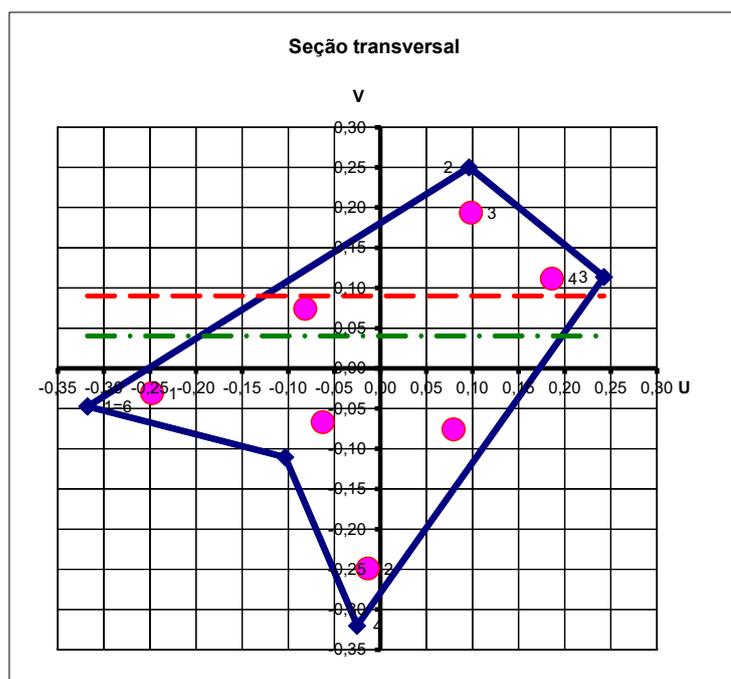
Questão	4a	4b	5a	5b
Valor	1,0	1,5	1,0	1,5

/F<sub>MN</sub>/SWP3.5

Alguns resultados e comentários

4ª Questão

a) Diagrama Retangular Simplificado: a profundidade deste diagrama, para o concreto C65 considerado, é de  $0,7625x$ , oferecendo uma tensão constante de  $32,3839 \text{ MPa}$  ( $0,9 \alpha_c f_{cd}$ ). Lembrar, ainda, que os polos de ruína dependem do tipo de concreto sendo, para este,  $\varepsilon_{cu} = 2,7367$  e  $\varepsilon_{c2} = 2,3571$ . Com metodologia tradicional, ilustrada pela figura seguinte (a linha traço-ponto é a linha neutra e a tracejada simples o limite do bloco de tensões e tem-se  $h_{\varphi} = 0,5703 \text{ m}$  e  $\beta_1 = 0,8752$ ), podem ser obtidos os esforços de cálculo da armadura e do concreto, respectivamente.



São eles (convenção de momentos com “consistência” de índices):

$$\begin{aligned} N_{sd} &= -0,2601 \text{ MN} \\ M_{xsd} &= -0,0477 \text{ MN m} \\ M_{ysd} &= +0,1354 \text{ MN m} \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} N_{cd} &= +1,0078 \text{ MN} \\ M_{xsd} &= -0,0423 \text{ MN m} \\ M_{ysd} &= +0,1590 \text{ MN m} \end{aligned}$$

resultando nos valores totais seguintes, característicos,

$$\begin{aligned} N_k &= +0,5341 \text{ MN} \\ M_{xk} &= -0,0643 \text{ MN m} \\ M_{yk} &= +0,2103 \text{ MN m} \end{aligned}$$

Para o cálculo com a metodologia da nFOC é necessário, primeiramente, determinar o terno de parâmetros que definem a distribuição de deformações

$$(\varepsilon_o; k_x; k_y) = (-0,5226; -9,5310 \text{ m}^{-1}; -8,8878 \text{ m}^{-1}).$$

Desta maneira os esforços característicos obtidos são

$$\begin{aligned} N_k &= +0,5232 \text{ MN} \\ M_{xk} &= -0,2058 \text{ MN m} \\ M_{yk} &= -0,0650 \text{ MN m}, \end{aligned}$$

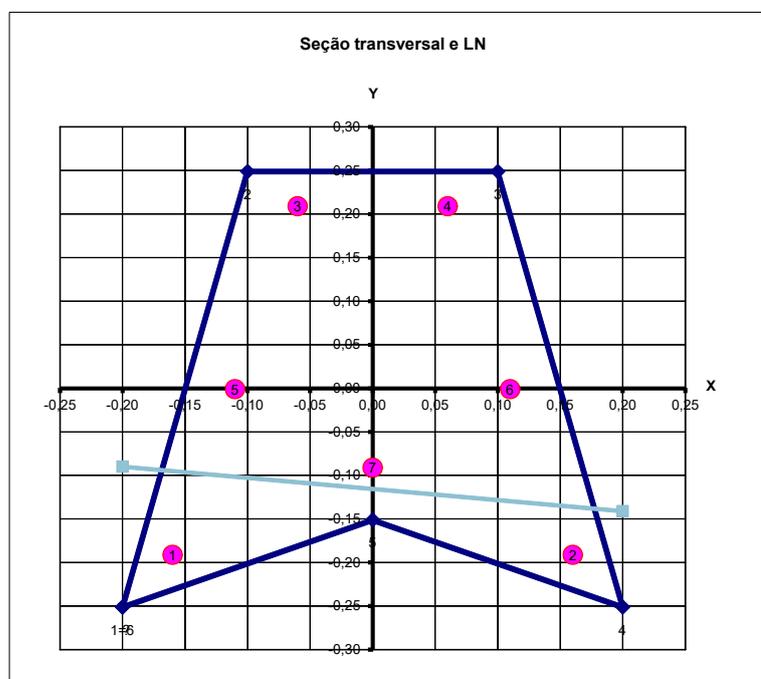
lembrando que, aqui, a convenção é coerente com a “regra da mão direita” (para comparar os dois cálculos deve-se inverter o sinal de  $M_x$  e trocá-lo com  $M_y$ ). As diferenças ficaram abaixo de 3% para cada um dos esforços calculados, neste exemplo em particular (conclusões estas que, naturalmente, não podem ser extrapoladas).

b) Lembrando que os esforços precisam ser ponderados, por falta de informação melhor, deve-se dimensionar para o terno

$$(N_d; M_{dx}; M_{dy}) = (0,098 \text{ MN}; 0,01960 \text{ MN m}; -0,0294 \text{ MN m}).$$

Procedendo com a metodologia da nFOC obtém-se a área total de 25,2930 cm<sup>2</sup> com a distribuição de deformações cuja linha neutra está ilustrada na figura seguinte (a origem está alongada) e pode ser caracterizada por

$$(\varepsilon_o; k_x; k_y) = (-1,9435; 16,8112 \text{ m}^{-1}; -2,1474 \text{ m}^{-1}).$$



Consultando a lista de bitolas disponíveis observa-se que  $\phi 22$  atende e, procedendo-se a um cálculo de verificação, a nova distribuição de deformações é

$$(\varepsilon_o; k_x; k_y) = (-1,6359; 14,7096 \text{ m}^{-1}; -1,9605 \text{ m}^{-1}).$$

### 5ª Questão

a) O cálculo da carga crítica em compressão centrada nunca pode ultrapassar a resistência da seção no ELU que, neste caso, é alcançada com  $\nu = 1,1846$  ( $N_k = 5,0088 \text{ MN}$ ) para uma deformação uniforme de  $\varepsilon_o = 2,3571$ .

Em termos assintóticos, não que esta solução fosse esperada pois apresenta problemas de estabilidade numérica, pode-se obter um indicador de carga crítica, observada com a tabela seguinte:

$e/h$	$\nu_{cr}$
0,1	0,7512
0,01	1,0664
0,001	1,1376

Como esta estimativa é contra a segurança, fica-se ainda na dúvida se a carga crítica é, ou não, aquela definida pelo próprio ELU.

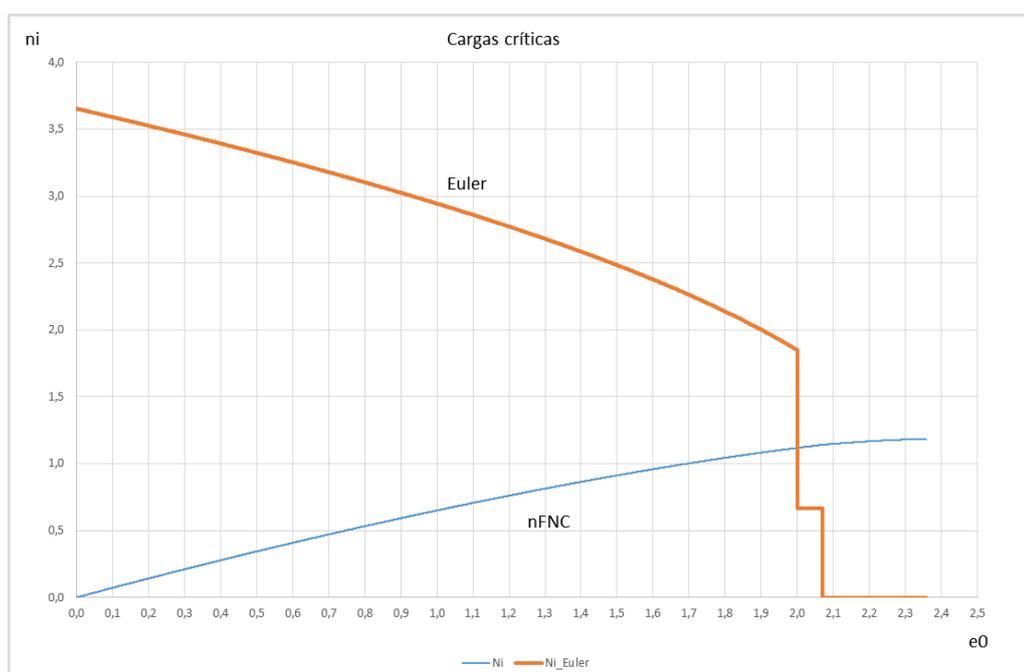
O gráfico a seguir confronta a força normal resistente (nFNC) com a que seria calculada com a expressão de Euler

$$\nu_{\text{Euler}} = 1000\pi^2 \frac{\widehat{EI}_{ad}}{(\ell_e/h)^2}$$

onde  $\widehat{EI}_{ad}$  é a rigidez à flexão adimensional

$$\widehat{EI}_{ad} = \frac{\widehat{EI}}{\sigma_{cd} A_c h^2}$$

$$\widehat{EI} = \iint \sigma(\varepsilon) y^2 dx dy$$



Note que os trechos verticais da curva da carga de Euler não existem e são, de fato, descontinuidades da função representadas pela união de pontos consecutivos existentes. Para esta curva observam-se os valores finais de 1,8497 (acima, portanto, do ELU), 0,6681 (aquele pequeno trecho horizontal) e, por fim, zero.

A conclusão segura a que se pode chegar é que a descontinuidade da rigidez  $\widehat{EI}$  torna o processo de avaliação de carga crítica em compressão centrada indefinido e que não seria seguro optar por qualquer valor. Como, de fato, a norma não permite cálculos em compressão centrada, a recomendação mais conservativa seria a de analisar-se a estabilidade do problema em flexão por uma metodologia mais rigorosa.

b) Fazendo, por simplicidade, o uso de adimensionais tem-se a seção caracterizada por uma taxa de armadura  $\omega = 0,1846$  ( $nc = 3$ ;  $\delta = 0,08$ ;  $p_1 = 0,375$ ) e esforços de primeira ordem constantes e valendo  $\nu = 0,1679$  e  $\mu = 0,0331$ . O pilar tem um parâmetro de esbeltez  $\ell_e/h = 13,2$ .

Com a utilização do processo das Diferenças Finitas (dividindo o pilar em  $m = 100$  trechos) encontra-se o equilíbrio do mesmo com uma curvatura na base  $hk = 0,5808$  e uma flecha total de 6,25 mm ( $100f/h = 1,2498$ ).

A utilização do processo do Pilar Padrão (Coluna Modelo) pode ser observada na figura seguinte e, igualmente, configura uma posição de equilíbrio para uma curvatura  $hk = 0,4691$  e uma flecha total de 4,14 mm ( $100f/h = 0,8282$ ), ficando contra a segurança.

