



## Exame final de EDI-38 Concreto Estrutural I

Prof. Flávio Mendes Neto

Dezembro de 2014

*Absolutamente sem consulta. A interpretação das questões faz parte da prova.*

*Justifique cientificamente suas afirmações e comente, criticamente, todos os resultados obtidos.*

Durações máximas: parte teórica 2 h; parte numérica 3 h

*O aluno só receberá as questões práticas depois que entregar a resolução desta parte teórica.*

### PARTE TEÓRICA

**1ª Questão** Esquematize, no plano  $N \times M$  (força normal na abscissa e momento fletor na ordenada), a curva crítica de projeto no ELUi considerando um pilar típico cujo comprimento varie de zero até infinito.

**2ª Questão** Explique como poderia ser feita a verificação da estabilidade de um pilar isostático submetido a FNC utilizando o *Solver* com:

- Coluna modelo (Pilar Padrão)
- Diferenças Finitas

*Observações:* é fundamental citar a função objetivo, as restrições e as variáveis utilizadas. Não considere a utilização de programação com VBA. Admita, por fim, que todos os cálculos deverão ser feitos na própria planilha, em uma ou mais abas (não há “fontes” de dados externas).

**3ª Questão** A FOC tradicional, em geral, é aplicada com a utilização de curvas de interação (curvas de nível de  $N_d$  no plano  $M_{dx} \times M_{dy}$ ).

- Descreva como obter uma destas curvas numericamente.
- Descreva como equacionar numericamente o problema de dimensionamento clássico e quais seriam as dificuldades para sua implantação e funcionamento.

Questão	1	2	3	Práticas
Valor	1,0	2,0	2,0	5,0

## Alguns comentários

**1ª Questão** A curva crítica caracteriza-se pelos pares extremos de solicitação  $(N, M)$ . Para o comprimento nulo  $\ell \rightarrow 0$  esta curva é a própria curva de interação, no ELU, da seção transversal considerada. Para comprimentos crescentes, no limite com  $\ell \rightarrow \infty$ , a curva acaba se degenerando em um único ponto  $(0, M_{FNS})$ , onde  $M_{FNS}$  é o máximo momento fletor resistido pela seção considerada em Flexão Normal Simples, sem a aplicação conjunta de força normal. Para um valor intermediário de comprimento teríamos a curva típica de projeto, completamente contida na curva do ELU. Há, ainda, um detalhe de uma certa intersecção da curva de projeto com o ELU dependendo da carga crítica, em compressão centrada, do pilar considerado: se a carga crítica, em compressão centrada, resultar em um encurtamento superior a  $2^\circ/\infty$  a curva de projeto será limitada, inferiormente, pela curva do ELU.

### **2ª Questão**

a) Problema de equacionamento trivial bastando, para isso, incluir os momentos de segunda ordem nas equações de equilíbrio.

b) Uma abordagem, sem VBA, seria a de formular, simultaneamente, todos os equilíbrios das seções discretizadas de uma vez, colocando como função objetivo o equacionamento de todas as resistências internas e externas de uma só vez, além de forçar a flecha máxima arbitrada a ser igual à flecha calculada no todo do pilar.

### **3ª Questão**

a) Problema discutido em sala de aula, havendo a apresentação de detalhes na apostila.

b) Idem.



## Exame final de EDI-38 Concreto Estrutural I

Prof. Flávio Mendes Neto

Dezembro de 2014

*Consulta livre (menos a seres humanos, próximos ou distantes), utilização de softwares gerais liberada. Utilização de programas e planilhas previamente confeccionados pelo próprio aluno liberada. A interpretação das questões faz parte da prova. Justifique cientificamente suas afirmações e comente, criticamente, todos os resultados obtidos.*

Parte numérica: duração máxima de 3 h

### PARTE NUMÉRICA

Considere os seguintes dados:

- Coeficiente de ponderação das ações:  $\gamma_F = 1,40$ .
- Aço CA-50 ( $f_{yk} = 500$  MPa;  $\gamma_s = 1,15$ ;  $E_s = 210$  GPa).
- Diâmetros comerciais a serem considerados (mm): 10; 12,5; 16; 20; 22; 25; 32 e 40.
- Concreto C40, diagrama parabólico-retangular ( $f_{ck} = 40$  MPa e lembrar que  $\gamma_c = 1,40$ ).

4ª Questão Considere uma seção esboçada pelas coordenadas do concreto

$i$	$x_i$ (cm)	$y_i$ (cm)
1	87	150
2	87	133
3	159	9
4	15	9
5	87	133
6	87	150
7	0	0
8	174	0
9	87	150

e das barras de armadura

$i$	$x_{si}$ (cm)	$y_{si}$ (cm)
1	10	5
2	165	5
3	87	140
4	87	5
5	49	75
6	126	75

Pede-se:

- Com a linha neutra “clássica” definida por  $\varphi = 52^\circ$  e  $x = 45$  cm, calcule os esforços resistentes com o diagrama RS e metodologia “tradicional” considerando que todas as barras sejam  $\phi 16$ .
- Dimensione a bitola (constante) das barras quando a seção estiver submetida aos esforços, consistentes com a regra da “mão-direita”,  $N_k = 1,823$  MN;  $M_{xk} = -0,6429$  MN·m e  $M_{yk} = 0,7429$  MN·m;

5ª Questão Considere um pilar engastado-livre com comprimento total de 3 m e seção transversal quadrada de lado 30 cm armada de forma duplamente simétrica com  $4\phi 16$  (considere um cobrimento das barras de 2 cm).

- Qual a maior força normal pode ser aplicada a este pilar considerando apenas a compressão centrada?
- Análise a estabilidade em FNC deste pilar quando submetido somente às seguintes cargas características concentradas em sua extremidade:  $N_k = 0,94$  MN e  $M_k = 0,023$  MN·m. Caso haja equilíbrio, qual a flecha máxima do pilar?

Questão	Teóricas	4	5
Valor	5,0	2,5	2,5

/F<sub>MN</sub>/SWP3.5

Alguns resultados numéricos e comentários

4ª Questão

a) As coordenadas da seção e das barras deveriam ser transladadas para o CG da seção bruta de concreto, antes de mais nada. Cuidado ainda deveria ser tomado com a consideração da tensão de cálculo do concreto que deveria ser dada por  $\sigma_{cd} = 0,80 f_{cd} = 22,8571 \text{ MN/m}^2$ . A altura da seção, girada, é de  $h_\varphi = 160,9062 \text{ cm}$ , resultando em  $\beta_x = 0,2797$  (a ordenada do corte, no sistema girado, é de  $26,0063 \text{ cm}$ ). Os esforços resistentes de cálculo são (diagrama RS)

	Concreto	Armadura	Total
$N_d$ (MN)	3,9583	-0,03353	3,9248
$M_{dx}$ (MN·m)	-1,3462	-0,1770	-1,5232
$M_{dy}$ (MN·m)	1,1328	0,1329	1,2656

A resposta final seria dada pelo terno resistente característico:  $N_k = 2,8274 \text{ MN}$ ,  $M_{kx} = -0,9616 \text{ MN}\cdot\text{m}$  e  $M_{ky} = 0,8091 \text{ MN}\cdot\text{m}$ . Com a notação da FOC estes momentos poderiam ser representados pelas excentricidades  $e_x = -38,8095 \text{ cm}$  e  $e_y = 32,2467 \text{ cm}$  (formando um ângulo de  $140,2769^\circ$  no sentido trigonométrico).

*Observação:* uma tentativa válida de resolução, sem utilizar o diagrama RS, seria com a metodologia da nFOC. O problema passaria a ser a determinação da distribuição de deformações, que deveria estar no ELU, para a mesma “linha neutra” do problema proposto. Não é difícil calcular o terno que caracteriza a distribuição de deformações  $(\varepsilon_o; k_x; k_y) = (-1,3324; -0,04788; -0,06128)$  fornecendo os esforços resistentes (diagrama PR, com  $\sigma_{cd} = 0,85 f_{cd}$ ) característicos:  $N_k = 2,9725 \text{ MN}$ ,  $M_{kx} = -0,9584 \text{ MN}\cdot\text{m}$  e  $M_{ky} = -1,1313 \text{ MN}\cdot\text{m}$ . Note que foi utilizada convenção de momentos consistente aqui.

b) É absolutamente imprescindível ponderar os esforços, levando a  $N_d = 2,5522 \text{ MN}$ ,  $M_{dx} = -0,9001 \text{ MN}\cdot\text{m}$  e  $M_{dy} = 1,0401 \text{ MN}\cdot\text{m}$ . O dimensionamento pode ser feito com a metodologia da nFOC levando a uma área de armadura total  $A_s = 8,7236 \text{ cm}^2$ . Pode-se escolher a barra  $\phi 16$  levando a uma distribuição de deformações  $(\varepsilon_o; k_x; k_y) = (-0,7665; -0,01996; 0,02912)$ .

5ª Questão

a) Naturalmente não se esperava que um erro frequente fosse cometido com a confusão de cobrimento ( $c$ ) e o CG da barra/camada ( $d'$ ) quando, na verdade, sabe-se que não são iguais:  $d' = c + \phi/2$  (onde  $\phi$  é o diâmetro da barra considerada). Esta diferença poderia influenciar sensivelmente o resultado ( $\delta = 7/75 \simeq 0,09\bar{3}$ ).

É fácil calcular a carga máxima da seção transversal no ELU, levando a  $\nu_{ELU} = 1,1545$ , e, com isso, obtém-se um limitante superior para a resposta procurada.

Outra questão é o cálculo da carga crítica por diferenças finitas e aproximações sucessivas, com a utilização de imperfeições decrescentes, pois sabe-se que pilares de concreto são sensíveis a imperfeições e pode-se ficar moderadamente contra a economia, ainda que a favor da segurança (sem considerar erros de cálculo, naturalmente). A título de exemplo, com uma imperfeição  $e/h = 10^{-3}$ , poderia ser obtida uma carga crítica, adimensional,  $\nu_{cr} = 0,9759$  (com  $m = 10$  divisões do pilar) ou  $\nu_{cr} = 0,9765$  (com  $m = 100$ ).

A solução poderia ser obtida com metodologia discutida na apostila ( $\ell_{e,\text{lim}}/h = 10,4518$ ;  $\varepsilon_c = 1,3394$ ) ou com a nFNC, introduzindo a rigidez à flexão da seção ( $\widehat{EI} = 7,9280 \text{ MN}\cdot\text{m}^2$ ) na equação de equilíbrio de forças e da carga crítica, fornecendo  $\nu_{cr} = 0,9944$  que corresponde a  $N_{k,cr} = 1,5525 \text{ MN}$  (claro que é impensável responder com um valor de cálculo e não com o característico).

b) Os esforços deveriam ser ponderados ( $\nu = 0,6021$  e  $\mu = 0,0491$ ) e poderia ser utilizada a metodologia da Coluna Modelo levando a uma flecha máxima  $f = 1,2390 \text{ cm}$  (na seção crítica, da base, teríamos  $\theta = 1,019$ ) ou o processo das diferenças finitas  $f = 1,7484 \text{ cm}$  ( $hk = 1,2616$ ), para  $m = 100$  divisões do pilar. A conclusão era a mesma: pilar tem equilíbrio (que, de fato, é estável pois este problema não apresenta o instável).