**2ª Prova de EDI-38 Concreto Estrutural I**

Prof. Flávio Mendes Neto

Outubro de 2013

*Absolutamente sem consulta. A interpretação das questões faz parte da prova.*

*Justifique cientificamente suas afirmações e comente, criticamente, todos os resultados obtidos.*

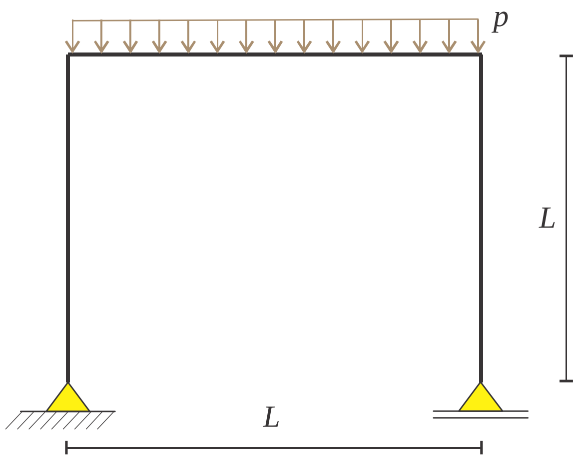
Durações máximas: parte teórica - 30 min; parte numérica 1 h 30 min

PARTE TEÓRICA

1ª Questão É óbvio que uma seção dimensionada para um par de esforços $(N_d, M_d)$ não resiste, isoladamente, aos pares $(N_d, 0)$ ou $(0, M_d)$, certo?

2ª Questão Faça um esboço, justificado, de uma curva de interação, no plano $(N_d, M_d)$, para uma seção de concreto duplamente simétrica somente com uma camada de barras em sua parte inferior $(cg < d_1 < h)$.

3ª Questão Considere uma estrutura como a esquematizada na figura. Discuta como poderia ser a disposição, sob o ponto de vista teórico, da armadura longitudinal de flexão (não se esqueça de apreciar as variações de sinal e de módulo dos esforços aplicados). Haveria alguma mudança na argumentação caso os apoios fossem trocados por engastes perfeitos?




| Questão | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| Valor | 1,0 | 1,0 | 1,0 |

*Todas as questões valem um (1,0) ponto.*

## Adimensionais (FNC)

$$\nu = \frac{N_d}{\sigma_{cd}\, A_c} \qquad \mu = \frac{M_d}{\sigma_{cd}\, A_c\, h} \qquad \omega = \frac{A_s\ f_{yd}}{A_c\, \sigma_{cd}} \qquad \omega_i = \frac{A_{si}\ f_{yd}}{A_c\, \sigma_{cd}} \qquad p_i = \frac{A_{si}}{A_s} = \frac{\omega_i}{\omega} \qquad \alpha_i = \frac{\sigma_{si}}{f_{yd}}$$

$$\eta = \frac{R_{cc}}{\sigma_{cd}\, A_c} \qquad \eta_a = \eta\, \frac{a}{h} \qquad \beta_x = \frac{x}{h} \qquad \beta_i = \frac{d_i}{h} \qquad \delta = \frac{d'}{h} \qquad \beta_{cg} = \frac{cg}{h}$$

## Equações de equilíbrio (FNC)

$$\nu = \eta + \sum_{i=1}^{nc} \omega_i\, \alpha_i$$

$$\nu\, \beta_{cg} - \mu = \eta_a + \sum_{i=1}^{nc} \omega_i\, \beta_i\, \alpha_i$$

Funções $\eta$ e $\eta_a$ para seção retangular (Diagrama PR: parabólico-retangular)

$$\eta = \begin{cases} 0 & \text{Domínio 1} \\ \dfrac{5\,\beta_x^2\ (3\,\beta_1 - 8\,\beta_x)}{3\ (\beta_1 - \beta_x)^2} & \text{Domínio 2a} \\ \dfrac{16\,\beta_x - \beta_1}{15} & \text{Domínio 2b} \\ \dfrac{17\,\beta_x}{21} & \text{Domínios 3, 4 e 4a} \\ \dfrac{125 - 882\,\beta_x + 1029\,\beta_x^2}{21\ (7\,\beta_x - 3)^2} & \text{Domínio 5} \end{cases}$$

$$\eta_a = \begin{cases} 0 & \text{Domínio 1} \\ \dfrac{5\,\beta_x^3\ (4\,\beta_1 - 9\,\beta_x)}{12\ (\beta_1 - \beta_x)^2} & \text{Domínio 2a} \\ \dfrac{171\,\beta_x^2 - 22\,\beta_x\,\beta_1 + \beta_1^2}{300} & \text{Domínio 2b} \\ \dfrac{33\,\beta_x^2}{98} & \text{Domínios 3, 4 e 4a} \\ \dfrac{(5 - 49\,\beta_x)\,(37 - 49\,\beta_x)}{98\ (7\,\beta_x - 3)^2} & \text{Domínio 5} \end{cases}$$

$/F_M N/$SWP3.5

Alguns resultados e comentários

$\boxed{1^{\underline{a}} \text{ Questão}}$ A afirmação é falsa. A justificativa pode se apoiar em uma curva de interação para a FNC, de preferência para uma seção transversal sem dupla simetria, partindo-se de um ponto qualquer da curva para os eixos coordenados. Há situações em que os novos esforços são internos à curva original e há situações em que não são, denotando segurança e insegurança, respectivamente.

$\boxed{2^{\underline{a}} \text{ Questão}}$ A curva da página 173 do livro "Concreto Estrutural Avançado", de nossa autoria, é um exemplo adequado. A justificativa, teórica, para o posicionamento da curva pode se amparar nos esforços resistentes da seção para linhas neutras ilimitadas ($-\infty$ e $+\infty$).

$\boxed{3^{\underline{a}} \text{ Questão}}$ Esperava-se um esboço da armadura, juntamente com o esboço, qualitativo, dos diagramas de esforços (força normal e momento fletor). A princípio, com os apoios apresentados, a barra horizontal estaria sob FNS e as verticais sob FNC (compressão uniforme, de fato). No caso de os apoios serem engastes haveria mudanças de magnitudes e sinais dos esforços, podendo todas as barras ficarem sob FNC com sinais variados.

**2ª Prova de EDI-38 Concreto Estrutural I**

Prof. Flávio Mendes Neto

Outubro de 2013

*Consulta livre (menos a seres humanos, próximos ou distantes), utilização de softwares gerais liberada. Utilização de programas e planilhas previamente confeccionados pelo próprio aluno liberada (entregar cópia eletrônica ao final da prova).*

*A interpretação das questões faz parte da prova.*

*Justifique cientificamente suas afirmações e comente, criticamente, todos os resultados obtidos. Sempre explicite a linha neutra na documentação da solução.*

Parte numérica: duração máxima de 1 h 30 min

PARTE NUMÉRICA

Considere os seguintes dados:

- Coeficiente de ponderação das ações: $\gamma_F = 1,40$.
- Aço CA-25 ($f_{yk} = 250$ MPa; $\gamma_s = 1,15$; $E_s = 210$ GPa).
- Concreto C25, diagrama parabólico-retangular ($f_{ck} = 25$ MPa, $\sigma_{cd} = 0,85\, f_{ck}/\gamma_c$ e $\gamma_c = 1,40$).
- Seção retangular com base $b = 0,19$ m e altura total $h = 0,50$ m.
- Peso específico do aço $\gamma_{\text{aço}} = 78,5$ kN/m$^3$.
- Custo do concreto (por m$^3$): R$ 246,23.
- Custo da forma (por m$^2$): R$ 13,68.
- Custo da armadura (por kg): R$ 3,47.
- Se precisar transformar unidades de força, utilize a equivalência 1 kgf = 10 N.

**4ª Questão** Considere que a seção transversal tenha 4 camadas de barras iguais ($p_i = 0,25$ para $i = 1 \ldots 4$) com posicionamento $\beta_1 = 0,95$; $\beta_2 = 0,90$; $\beta_3 = 0,10$ e $\beta_4 = 0,05$. Dimensione a taxa mecânica de armadura $\omega$ para os seguintes esforços adimensionais:

| Item | $\nu$ | $\mu$ |
|---|---|---|
| a) | -0,095 | 0,000 |
| b) | 0,044 | 0,062 |
| c) | 0,300 | 0,144 |
| d) | 0,567 | 0,158 |
| e) | 1,041 | 0,019 |

**5ª Questão** Para o mesmo arranjo de armadura da questão anterior, e ainda considerando 8$\phi$10 (8 barras com diâmetro de 10 mm), calcule o maior momento fletor adimensional $\mu$ que a seção resiste quando:

a) A força normal adimensional for $\nu = 1,000$.

b) Qualquer valor de força normal $\nu$ puder ser considerado.

**6ª Questão** Considere que a seção transversal tenha 2 camadas de barras com posicionamento $\beta_1 = 0,95$ e $\beta_2 = 0,05$. Dimensione a área de armadura com a seção submetida a $\nu = 0,8$ e $\mu = 0,3$ para:

a) Arranjo pré-fixado ($p_1 = p_2$).

b) Arranjo de armadura "livre": deixar $p_1$ e $p_2$ arbitrários, com metodologia tradicional (Zonas de Solicitação).

c) Caso aplicável (se não for, justifique), arranjo de armadura "livre": deixar $p_1$ e $p_2$ arbitrários, otimizando a área total de armadura.

*Todos os dez itens valem um (1,0) ponto.*

Alguns resultados e comentários

$\boxed{4^{\underline{a}} \text{ Questão}}$ Todos estes problemas podem ser resolvidos com o otimizador (Não linear, aumentando-se a precisão para, por exemplo, $1 \times 10^{-10}$) obtendo-se o zero da função

$$(\nu - \nu_R)^2 + (\mu - \mu_R)^2 = 0$$

onde $(\nu, \mu)$ são os esforços adimensionais aplicados e $(\nu_R, \mu_R)$ são os resistentes, dados pelas equações de equilíbrio. As variáveis a serem alteradas seriam a taxa mecânica de armadura $\omega$ e a profundidade adimensional da linha neutra $\beta_x$. É importante forçar a armadura positiva nas restrições ($\omega \geq 0$) e, ainda, desmarcar a opção de tornar variáveis irrestritas negativas (pois $\beta_x$ tem sinal).

Os resultados principais obtidos foram:

| Item | $\nu$ | $\mu$ | $\beta_x$ | $\omega$ |
|---|---|---|---|---|
| a) | -0,095 | 0,000 | -0,0541 | 0,0950 |
| b) | 0,044 | 0,062 | 0,1207 | 0,0961 |
| c) | 0,300 | 0,144 | 0,3706 | 0,0947 |
| d) | 0,567 | 0,158 | 0,6995 | 0,0939 |
| e) | 1,041 | 0,019 | 1,5098 | 0,0942 |

$\boxed{5^{\underline{a}} \text{ Questão}}$ A taxa de armadura é $\omega = 0,0947$. Ambos os itens podem ser resolvidos com o otimizador (mesmas observações feitas na questão anterior) maximizando-se o momento fletor resistente $\mu_R$ e alterando a profundidade adimensional da linha neutra $\beta_x$.

a) Adicionar a restrição de $\nu_R = 1$, como pede o enunciado. Os resultados encontrados foram $\mu_{\max} = 0,0345$ para $\beta_x = 1,2811$.

b) Neste item não há a necessidade de qualquer restrição extra e os resultados encontrados foram $\mu_{\max} = 0,1619$ para $\beta_x = 0,6010$. Convém observar que a força normal adimensional, neste caso, é "livre" e, para a solução obtida, vale $\nu = 0,4856$.

$\boxed{6^{\underline{a}} \text{ Questão}}$

a) Dimensionamento clássico: com exceção do arranjo de armadura que mudou, os procedimentos são idênticos ao do item (a) da $4^{\underline{a}}$ Questão. Os resultados obtidos foram $\beta_{\ x} = 0,8221$ e $\omega = 0,5674$.

b) Aqui deve ser feita uma "pesquisa de Zona" (justificada), concluindo-se pela Zona C, onde a linha neutra deve ser arbitrada de forma consistente com a armadura superior comprimida e a inferior tracionada. A escolha usual de linha neutra é a fronteira entre os Domínios 3 e 4 que corresponde a $\beta_{x,\lim} = 0,7332$. O problema, assim definido, fica linear nas armaduras e obtem-se $\omega = 0,4094$ (taxa inferior $\omega_1 = 0,1015$ e superior $\omega_2 = 0,3080$ – notar que a apresentação dos resultados é feita de forma arredondada, que corresponde a porcentagens $p_1 = 0,2478$ e $p_2 = 0,7522$). Também seria possível usar o otimizador neste problema.

c) Uma otimização buscando a área total mínima ($\omega$) poderia ser feita, alterando as variáveis $\beta_x$, $\omega_1$ e $\omega_2$ (ou as porcentagens $p_i$). As restrições importantes seriam $\omega \geq 0$; $\omega_1 \geq 0$; $\omega_2 \geq 0$; $\nu = \nu_R$ e $\mu = \mu_R$. Efetuada a otimização obtem-se $\omega = 0,4094$ para $\beta_x = 0,6010$ (taxa inferior $\omega_1 = 0,04145$ e superior $\omega_2 = 0,35492$, que corresponde a porcentagens $p_1 = 0,1046$ e $p_2 = 0,8954$). Há, aqui, uma economia de 3,2% de área de aço em relação ao item anterior e de 30,1% em relação ao primeiro item.