3ª Prova de EDI-38 Concreto Estrutural I

Prof. Flávio Mendes Neto

Novembro de 2012

Absolutamente sem consulta.

A interpretação das questões faz parte da prova.

Não é permitido o uso de programas previamente armazenados (calculadoras etc.), próprios ou alheios, que se refiram ao conteúdo da matéria.

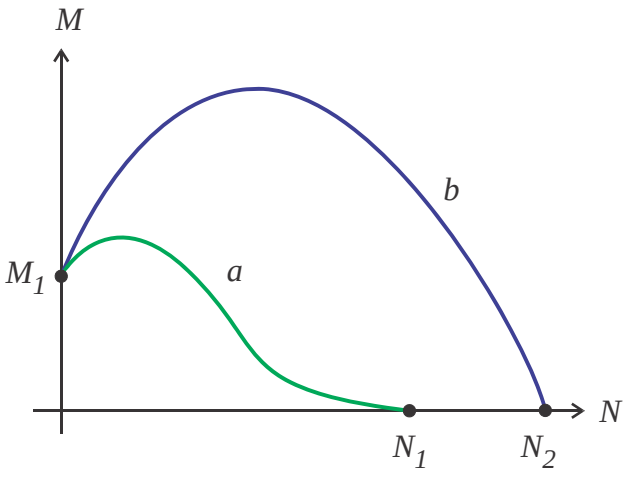
Justifique cientificamente suas afirmações e comente, criticamente, todos os resultados obtidos.

(duração máxima: 3 h)

1ª Questão Explique a verificação de seções transversais com o método de Newton-Raphson enfatizando os cuidados a serem tomados na hora de um cálculo prático. Existem modos de "acelerar" a convergência do processo numérico?

2ª Questão O dimensionamento, para um par de esforços conhecidos, de uma seção transversal, no sentido mais geral, pode contemplar seções, dimensões, arranjos de armadura, bitolas, aços e concretos variados. Não é difícil imaginar que existam milhares de possibilidades viáveis, concorda? Como o custo de uma peça poderia, então, ser minimizado?

3ª Questão Um aluno chegou atrasado, no final da aula, e só teve tempo de copiar o esboço seguinte, sem maiores detalhes. Explique qual foi o assunto discutido.



4ª Questão É possível fazer um cálculo "plástico" considerando que os materiais, concreto e aço, tenham os seguintes diagramas tensão-deformação idealizados:

$$\sigma_c(\varepsilon) = \begin{cases} \sigma_{cd} & \varepsilon \geq 0 \\ 0 & \varepsilon < 0 \end{cases} \qquad \sigma_s(\varepsilon) = \begin{cases} f_{yd} & \varepsilon > 0 \\ 0 & \varepsilon = 0 \\ -f_{yd} & \varepsilon < 0 \end{cases}$$

Considerando a metodologia da nFNC pede-se:

a) Deduza as expressões dos esforços resistentes (N_P, M_P) para uma seção retangular com armadura duplamente simétrica $(nc = 2)$ conhecida.

b) Comente como seria a matriz das rigidezes desta mesma seção.

c) Sem considerar o ELU, quais os esforços máximos resistidos por uma seção de concreto simples?

5ª Questão O ELU pode ser generalizado fixando-se limites de deformações ε^* em fibras com ordenada y^*, isto é

$$\varepsilon\big|_{y=y^*} = \varepsilon^*.$$

Especifique os valores de ε^* e y^* para os polos de ruína usuais considerando seção transversal e esforços arbitrários.

6ª Questão **Sem** recorrer ao cálculo de verificação de seções com o método de Newton-Raphson, diga como pode ser construída, numericamente, uma curva normal-momento-curvatura de uma seção transversal conhecida.

7ª Questão Explique, sucintamente mas nem tanto, como obter e qual a utilidade da carga crítica de um pilar "perfeito" sob compressão centrada.

8ª Questão Discuta as vantagens e desvantagens em utilizar, no processo de verificação da estabilidade de pilares isostáticos, a expressão exata da curvatura

$$\frac{1}{R} = \frac{y''}{\left[1 + (y')^2\right]^{3/2}}.$$

Questão	1	2	3	4a	4b	4c	5	6	7	8
Valor	1,0	1,0	2,0	2,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0

A nota máxima da prova é dez (10,0).

Esforços resistentes da seção (nFNC)

$$N_r = \iint \sigma\,(\varepsilon)\,dx\,dy = N_c + N_s \tag{1}$$

$$M_r = \iint \sigma\,(\varepsilon)\;y\,dx\,dy = M_c + M_s \tag{2}$$

Equação cinemática (seção transversal no plano $x - y$)

$$\varepsilon = \varepsilon_o + k\,y \tag{3}$$

$$\varepsilon_i = \varepsilon_c - \theta\,\beta_i \tag{4}$$

Esforços resistentes do concreto (seção retangular $b \times h$) $[\kappa \neq 0]$

$$N_c = \frac{b}{\kappa}\,\Delta I_0 \tag{5}$$

$$M_c = \frac{b}{\kappa^2}\;(\Delta I_1 - \varepsilon_o\,\Delta I_0) \tag{6}$$

$$\Delta I_n = I_n\,(\varepsilon_t) - I_n\,(\varepsilon_b)\,. \tag{7}$$

(ε_t e ε_b são as deformações, em $^o/_{oo}$, da fibra superior $[y = y_t]$ e da fibra inferior $[y = y_b]$ da seção, respectivamente).

Matriz de rigidezes do concreto ($\kappa \neq 0$)

$$\overline{R}_c = \begin{bmatrix} \dfrac{b}{\kappa}\Delta J_0 & \dfrac{b}{\kappa^2}\,(\Delta J_1 - \Delta I_0) \\ \dfrac{b}{\kappa^2}\,(\Delta J_1 - \Delta I_0) & \dfrac{b}{\kappa^3}\,[\Delta J_2 - 2\,(\Delta I_1 - \varepsilon_o \Delta I_0)] \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$\Delta J_n = J_n\,(\varepsilon_t) - J_n\,(\varepsilon_b) \tag{9}$$

$$J_n\,(\varepsilon) = (\varepsilon - \varepsilon_o)^n \cdot \sigma_c\,(\varepsilon) \tag{10}$$

Diagrama parabólico-retangular do concreto

$$\sigma_c\,(\varepsilon) = \begin{cases} 0 & \varepsilon \leq 0 \\ \sigma_{cd}\dfrac{\varepsilon\,(4-\varepsilon)}{4} & 0 \leq \varepsilon \leq 2 \\ \sigma_{cd} & \varepsilon \geq 2 \end{cases} \tag{11}$$

$$\sigma_{cd} = 0,85\,f_{ck}/\gamma_c$$

Integrais do diagrama parabólico-retangular

$$I_n\,(\varepsilon) = \begin{cases} 0 & \varepsilon \leq 0 \\ \sigma_{cd}\,\varepsilon^{n+2}\dfrac{4\,(n+3) - \varepsilon\;(n+2)}{4\,(n+2)\,(n+3)} & 0 \leq \varepsilon \leq 2 \\ \sigma_{cd}\,\dfrac{(n+2)\,(n+3)\;\varepsilon^{n+1} - 2^{n+2}}{(n+1)\,(n+2)\,(n+3)} & \varepsilon \geq 2 \end{cases} \tag{12}$$

Fórmula de recorrência do método de Newton-Raphson

$$\varepsilon_o \leftarrow \varepsilon_o + \frac{1}{J}\,\left[\widehat{EI}\;\;(N_d - N_r) - \widehat{ES}\;\;(M_d - M_r)\right] \tag{13}$$

$$\kappa \leftarrow \kappa + \frac{1}{J}\,\left[-\widehat{ES}\;\;(N_d - N_r) + \widehat{EA}\;\;(M_d - M_r)\right] \tag{14}$$

$$J = \frac{\partial N_r}{\partial \varepsilon_o}\,\frac{\partial M_r}{\partial \kappa} - \left(\frac{\partial N_r}{\partial \kappa}\right)^2 = \widehat{EA}\,\widehat{EI} - \left(\widehat{ES}\right)^2 \tag{15}$$

$/F_M N/$SWP3.5

Alguns comentários e observações

1ª Questão Assunto amplamente discutido em sala de aula.

2ª Questão A primeira afirmação é, naturalmente, verdadeira mas esperava-se alguma tentativa de quantificação das possibilidades de um dado problema, ainda que sob hipóteses restritivas. Esperava-se a discussão da minimização do custo total da seção (aço, concreto, formas...), numericamente, levando em consideração que o número de soluções pode ser grande.

3ª Questão Obviamente trata-se de uma comparação entre o ELUi (curva a) e o ELU (curva b). Explicações sobre os valores ressaltados (N_1, N_2 e M_1) eram esperadas (por exemplo: por que existe a diferença entre N_1 e N_2 e por que a ordenada de ambas as curvas é M_1). A questão seria enriquecida com explicações sucintas sobre o processo de obtenção das curvas e com observações sobre a curva de sensibilidade a imperfeições.

4ª Questão Há várias maneiras de encaminhar a solução, por exemplo:

a) Utilizando as expressões (5) e (6) da prova podem ser calculados os esforços resistentes do concreto deduzindo-se a integral para o novo diagrama tensão-defomação

$$I_n(\varepsilon) = \int_0^{\varepsilon} \xi^n \, \sigma_c(\xi) \, d\xi = \begin{cases} \sigma_{cd} \dfrac{\varepsilon^{n+1}}{n+1} & \varepsilon > 0 \\ 0 & \varepsilon \leq 0 \end{cases} .$$

É fácil ver que esta expressão leva ao mesmo resultado que seria obtido deduzindo-se diretamente as integrais dos esforços resistentes (1) e (2) aplicando o novo diagrama. A obtenção dos esforços da armadura não traz maior dificuldade.

b) É fácil observar que a matriz das rigidezes é, em suma, a integral das derivadas dos diagramas tensão-deformação dos materiais. Os diagramas apresentados têm, nitidamente, derivadas nulas ($d\sigma/d\varepsilon = 0$), tanto para o concreto quanto para a armadura, levando à conclusão imediata de que $\overline{R} = \overline{0}$.

Observação: as expressões da prova (8), (9) e (10) não poderiam ser consideradas por utilizarem integração por partes (da derivada do diagrama tensão-deformação) que, naturalmente, não pode ser sempre nula.

c) Utilizando o conceito de "linha neutra" x (origem no topo da seção, variando de 0 até h – não "adianta" x sair da seção) é fácil mostrar que os esforços resistentes do concreto podem ser dados por

$$N_c = \sigma_{cd} \, b \, x$$
$$M_c = \sigma_{cd} \, b \, x \, (h - x)/2$$

que são as equações paramétricas dos esforços resistentes máximos, que ainda podem ser colocadas sob a forma

$$\mu_c = \frac{\nu_c}{2}(1 - \nu_c)$$

com

$$\nu_c = \frac{N_c}{\sigma_{cd} \, b \, h} \; \mu_c = \frac{M_c}{\sigma_{cd} \, b \, h^2},$$

lembrando a equação da Zona O para a FNC. Note que responder que os esforços máximos que a seção resiste são $\nu_c = 1$ e $\mu_c = 1/8$ não faz sentido pois estes esforços não podem ser aplicados simultaneamente.

5ª Questão Os três polos deveriam ser considerados ($3,5$; -10 e 2) e os giros positivos e negativos também (6 informações eram esperadas, juntamente com o sentido de adequação do limite - inferior ou superior).

6ª Questão A curva pode ser obtida numericamente resolvendo-se o sistema de duas equações (N e M) a duas incógnitas (ε_o e M). Resolve-se, por exemplo, a equação de forças, utilizando secantes, em ε_o, e calcula-se o momento fletor M pela equação de momentos. Considera-se que a curvatura $1/R$ seja dada (assim como a força normal N), variando-a de zero até o valor máximo dado pela Região Viável do ELU (isso supondo giros positivos, sem perda de generalidade); os valores iniciais das tentativas do encurtamento podem ser obtidos nos extremos da região citada.

7ª Questão Assunto amplamente discutido em sala de aula.

8ª Questão Esperava-se que a equação numérica da curvatura exata fosse montada com as derivadas y' e y'' sendo avaliadas por Diferenças Finitas (preferencialmente com a diferença central, em ambos os casos). Esperava-se uma discussão de como o sistema iterativo seria impactado por esta equação e quais as eventuais consequências na precisão do processo.