



## 1ª Prova de EDI-38 Concreto Estrutural I

Prof. Flávio Mendes Neto

Setembro de 2012

*Absolutamente sem consulta.*

*A interpretação das questões faz parte da prova.*

*Não é permitido o uso de programas previamente armazenados (calculadoras etc.), próprios ou alheios, que se refiram ao conteúdo da matéria.*

*Justifique cientificamente suas afirmações e comente, criticamente, todos os resultados obtidos.*

**(duração máxima: 3 h)**

Considere os seguintes dados para as duas primeiras questões:

- Coeficiente de ponderação das ações:  $\gamma_F = 1,40$ .
- Aço CA-50 ( $f_{yk} = 500$  MPa;  $\gamma_s = 1,15$ ;  $E_s = 210$  GPa).
- Utilize barras da armadura  $\phi 12,5$  ou  $\phi 25$  (12,5 ou 25,0 mm de diâmetro, respectivamente)
- Concreto C35, diagrama parabólico-retangular ( $f_{ck} = 35$  MPa,  $\sigma_{cd} = 0,85 f_{ck}/\gamma_c$  e  $\gamma_c = 1,40$ ).
- Considere  $d_c = d_t = d' = 0,05$  m.
- Seção retangular com base  $b = 0,20$  m e altura total  $h = 0,50$  m.
- Peso específico do concreto armado  $\gamma_{con} = 25,0$  kN/m<sup>3</sup>.
- Viga simplesmente apoiada, constante, sem balanços, com carregamento uniformemente distribuído ( $L = 10$  m).
- Carregamento (característico) devido ao peso próprio  $p = \gamma_{con} A_c$  onde  $A_c = b h$ .
- Se precisar transformar unidades de força, utilize a equivalência  $1 \text{ kgf} = 10 \text{ N}$ .

**1ª Questão** Dimensione, escolha as barras e faça um esboço claro (nos planos  $b \times h$  e  $L \times h$ ) da disposição da armadura necessária quando a viga estiver submetida a:

- a) somente ao seu peso próprio.
- b) um carregamento uniformemente distribuído (total) de 19,2 kN/m.

**2ª Questão** Admitindo que a armadura inferior tenha cinco barras ( $5\phi 25$ ), qual o maior carregamento, em kN/m, que pode ser aplicado à viga?

**3ª Questão** Discuta, quantitativamente, em que condições  $n$  camadas de barras (com área  $A_{si}$ ,  $i = 1 \dots n$ , sendo que cada centroide de camada está posicionado a uma distância  $d_i$  da fibra superior) podem, de fato, ser consideradas como uma só ( $A_s = \sum A_{si}$  concentrada em seu centroide que está a uma distância  $d = \sum A_{si} d_i / A_s$ ).

Questão	1a	1b	2	3
Valor	3,0	3,0	3,0	2,0

*A nota máxima da prova é dez (10,0).*

### Algumas definições

$$\bar{\mu} = \frac{M_d}{\sigma_{cd} b d^2} \quad \bar{\omega}_i = \frac{A_{si} f_{yd}}{b d \sigma_{cd}} \quad i = c, t \quad \alpha_i = \frac{\sigma_{si}}{f_{yd}} \quad f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

$$\bar{\eta} = \frac{R_{cc}}{\sigma_{cd} b d} \quad \bar{\eta}_a = \frac{R_{cc} a}{\sigma_{cd} b d^2} \quad \kappa_x = \frac{x}{d} \quad \delta_c = \frac{d_c}{d}$$

*Observação:*  $d = h - d_t$

### Equações de equilíbrio (FNS, Armadura dupla)

$$\bar{\eta} + \bar{\omega}_c \alpha_c = \bar{\omega}_t \alpha_t$$

$$\bar{\mu} = \bar{\eta} - \bar{\eta}_a + \bar{\omega}_c \alpha_c (1 - \delta_c)$$

Funções  $\bar{\eta}$  e  $\bar{\eta}_a$  para seção retangular (Diagrama parabólico-retangular)  
Base de referência  $\equiv b$

$$\bar{\eta} = \begin{cases} \frac{5\kappa_x^2(3 - 8\kappa_x)}{3(1 - \kappa_x)^2} & \text{Domínio 2a} \\ \frac{16\kappa_x - 1}{15} & \text{Domínio 2b} \\ \frac{17\kappa_x}{21} & \text{Domínios 3 e 4} \end{cases}$$

$$\bar{\eta}_a = \begin{cases} \frac{5\kappa_x^3(4 - 9\kappa_x)}{12(1 - \kappa_x)^2} & \text{Domínio 2a} \\ \frac{171\kappa_x^2 - 22\kappa_x + 1}{300} & \text{Domínio 2b} \\ \frac{33\kappa_x^2}{98} & \text{Domínios 3 e 4} \end{cases}$$

Alguns resultados numéricos e comentários

**1ª Questão** Problema clássico de dimensionamento (a solução com verificações sucessivas é desencorajada!).

a) O carregamento uniformemente distribuído era  $p_k = 2,5$  kN/m levando a um momento máximo  $M_k = 31,25$  kN·m. Efetuando o dimensionamento para armadura simples e  $\bar{\mu} = 0,0508$  conclui-se por Domínio 2a e  $\kappa_x = 0,1088$ . A equação de forças fornece  $\bar{\omega}_t = 0,05287$  que resulta em  $A_{st} = 2,3258$  cm<sup>2</sup>. São necessárias, portanto, 2 $\phi$ 12,5.

Esperava-se um esboço (longitudinal e transversal) com a armadura na parte **inferior** da viga.

b) O carregamento uniformemente distribuído TOTAL era  $p_k = 19,2$  kN/m levando a um momento máximo  $M_k = 240$  kN·m. Efetuando o dimensionamento para armadura simples e  $\bar{\mu} = 0,3904$  conclui-se por Domínio 4 e  $\kappa_x = 0,6678$  que não deve ser utilizado por apresentar ruptura frágil. A utilização de armadura dupla, com  $\kappa_{x,\text{lim}} = 0,6283$  leva a um sistema linear com as áreas de armadura fornecendo  $\bar{\omega}_t = 0,5252$  e  $\bar{\omega}_c = 0,0166$ . Uma solução teria 2 $\phi$ 12,5 superiores e 5 $\phi$ 25 inferiores, mas o espaçamento horizontal entre barras inviabiliza uma solução prática.

Esperava-se um esboço (longitudinal e transversal) com a armadura na parte **inferior e superior** da viga.

**2ª Questão** Problema clássico de verificação. O cálculo das taxas de armadura leva a  $\bar{\omega}_t = 0,5580$  (tração, inferior). Há várias considerações que podem ser feitas e a solução do sistema se dá para  $\kappa_x = 0,6440$  (Domínio 4) com a armadura de tração antes do escoamento ( $\varepsilon_{st} = 1,9348$  e  $\alpha_t = 0,9345$ ). O momento é  $\bar{\mu} = 0,3817$  que fornece  $M_k = 234,6$  kN·m que, sem a atuação do peso próprio, forneceria  $p_k = 18,768$  kN/m. Ocorre que esta verificação ocorreu no Domínio 4 e não se aceita a ruptura frágil, ou seja, este carregamento não pode ser atingido. A resposta final é

$$p_k < 18,768 \text{ kN/m,}$$

ou seja, qualquer valor abaixo deste, dada uma precisão prática qualquer.

**3ª Questão** Esperava-se ver a discussão de quando as equações de equilíbrio escritas para várias camadas seriam equivalentes às escritas para uma camada só. Considerações sobre as tensões nas camadas (compressão, tração) estão em ordem mas, genericamente, o que se precisa estabelecer são as igualdades

$$A_s \sigma_s = \sum_{i=1}^n A_{si} \sigma_{si}$$
$$A_s \sigma_s d = \sum_{i=1}^n A_{si} \sigma_{si} d_i.$$

Note que esta questão é do tipo “aberto”, ou seja, não há uma única resposta correta e o que se espera é a discussão, técnica e bem fundamentada, de possíveis soluções.