3ª Prova de EDI-38 Concreto Estrutural I

Prof. Flávio Mendes Neto

Novembro de 2011

Absolutamente sem consulta.

A interpretação das questões faz parte da prova.

Não é permitido o uso de programas previamente armazenados (calculadoras etc.), próprios ou alheios, que se refiram ao conteúdo da matéria.

Justifique cientificamente suas afirmações e comente, criticamente, todos os resultados obtidos.

(duração máxima: 3 h)

Considere os seguintes dados para as duas primeiras questões:

- Coeficiente de ponderação das ações: $\gamma_F = 1,40$.
- Aço CA-40 ($f_{yk} = 400$ MPa; $\gamma_s = 1,15$; $E_s = 210$ GPa).
- Armadura com duas camadas de barras ($nc = 2$) e $d' = 0,03$ m.
- Cada camada de barras com $4\phi 12,5$.
- Concreto C40, diagrama parabólico-retangular ($f_{ck} = 40$ MPa, $\sigma_{cd} = 0,85\, f_{ck}/\gamma_c$ e $\gamma_c = 1,40$).
- Seção retangular com base $b = 0,15$ m e altura total $h = 0,30$ m.

$\boxed{\text{1ª Questão}}$ Considerando o método de Newton-Raphson, a seção estava sendo verificada e, em uma dada iteração, foi utilizada uma distribuição de deformações caracterizada pelas deformações extremas (topo e base)

$$\varepsilon_t = 1,6406$$
$$\varepsilon_b = 0,6987.$$

Sabendo que os esforços aplicados são de 788,43 kN e 14,07 kN·m, pede-se:

a) Esta pode ser considerada a solução do equilíbrio da seção?

b) Caso fosse feita mais uma iteração, quais valores de $(\varepsilon_o; k)$ deveriam ser utilizados? *Observação*: **não faça** esta nova iteração!

$\boxed{\text{2ª Questão}}$ Calcule os esforços resistentes da seção para as distribuições de deformações caracterizadas por $(\varepsilon_o; k) = (3; 0)$ e $(\varepsilon_o; k) = (-5; 0)$. **Sem qualquer cálculo**, quais seriam os pares $(\varepsilon_o; k)$ obtidos se fossem efetuadas verificações por Newton-Raphson para estes mesmos esforços calculados?

$\boxed{\text{3ª Questão}}$ Considerando uma seção retangular e que existem restrições práticas de área total máxima de armadura ($A_{s,\max}$), área total mínima de armadura ($A_{s,\min}$), espaçamento mínimo e máximo entre duas barras consecutivas ($s_{\min}$ e $s_{\max}$) e, por fim, cobrimento mínimo da armadura ($c_{\min}$), horizontal ou vertical, explique como pode ser feito o dimensionamento ótimo da área de armadura, considerada discreta e com todas as barras da mesma bitola. Admita que as dimensões da seção, os esforços aplicados e os materiais componentes sejam conhecidos.

$\boxed{\text{4ª Questão}}$ Analise e discuta a afirmação: "O dimensionamento de pilares de concreto armado levando em consideração a ruptura das seções e a estabilidade do equilíbrio pode ser feito com um conjunto de curvas de sensibilidade a imperfeições feito para várias armaduras e esbeltezes".

$\boxed{\text{5ª Questão}}$ Mostre que o parâmetro k utilizado na equação cinemática é proporcional à curvatura da seção transversal.

Questão	1a	1b	2	3	4	5
Valor	3,0	3,0	2,0	1,0	2,0	1,0

A nota máxima da prova é dez (10,0).

Esforços resistentes da seção (nFNC)

$$N_r = \iint \sigma(\varepsilon)\, dx\, dy = N_c + N_s \tag{1}$$

$$M_r = \iint \sigma(\varepsilon)\; y\, dx\, dy = M_c + M_s \tag{2}$$

Equação cinemática (seção transversal no plano $x - y$)

$$\varepsilon = \varepsilon_o + k\, y \tag{3}$$

$$\varepsilon_i = \varepsilon_c - \theta\, \beta_i \tag{4}$$

Esforços resistentes do concreto (seção retangular $b \times h$) $[\kappa \neq 0]$

$$N_c = \frac{b}{\kappa}\, \Delta I_0 \tag{5}$$

$$M_c = \frac{b}{\kappa^2}\, (\Delta I_1 - \varepsilon_o\, \Delta I_0) \tag{6}$$

$$\Delta I_n = I_n(\varepsilon_t) - I_n(\varepsilon_b)\,. \tag{7}$$

(ε_t e ε_b são as deformações, em $^o/_{oo}$, da fibra superior $[y = y_t]$ e da fibra inferior $[y = y_b]$ da seção, respectivamente).

Matriz de rigidezes do concreto ($\kappa \neq 0$)

$$\overline{R}_c = \begin{bmatrix} \dfrac{b}{\kappa}\Delta J_0 & \dfrac{b}{\kappa^2}(\Delta J_1 - \Delta I_0) \\ \dfrac{b}{\kappa^2}(\Delta J_1 - \Delta I_0) & \dfrac{b}{\kappa^3}[\Delta J_2 - 2\,(\Delta I_1 - \varepsilon_o \Delta I_0)] \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$\Delta J_n = J_n(\varepsilon_t) - J_n(\varepsilon_b) \tag{9}$$

$$J_n(\varepsilon) = (\varepsilon - \varepsilon_o)^n \cdot \sigma_c(\varepsilon) \tag{10}$$

Diagrama parabólico-retangular do concreto

$$\sigma_c(\varepsilon) = \begin{cases} 0 & \varepsilon \leq 0 \\ \sigma_{cd} \dfrac{\varepsilon\,(4-\varepsilon)}{4} & 0 \leq \varepsilon \leq 2 \\ \sigma_{cd} & \varepsilon \geq 2 \end{cases} \tag{11}$$

Integrais do diagrama parabólico-retangular

$$I_n(\varepsilon) = \begin{cases} 0 & \varepsilon \leq 0 \\ \sigma_{cd}\, \varepsilon^{n+2} \dfrac{4\,(n+3) - \varepsilon\,(n+2)}{4\,(n+2)\,(n+3)} & 0 \leq \varepsilon \leq 2 \\ \sigma_{cd}\, \dfrac{(n+2)\,(n+3)\,\varepsilon^{n+1} - 2^{n+2}}{(n+1)\,(n+2)\,(n+3)} & \varepsilon \geq 2 \end{cases} \tag{12}$$

Fórmula de recorrência do método de Newton-Raphson

$$\varepsilon_o \leftarrow \varepsilon_o + \frac{1}{J}\left[\widehat{EI}\;(N_d - N_r) - \widehat{ES}\;(M_d - M_r)\right] \tag{13}$$

$$\kappa \leftarrow \kappa + \frac{1}{J}\left[-\widehat{ES}\;(N_d - N_r) + \widehat{EA}\;(M_d - M_r)\right] \tag{14}$$

$$J = \frac{\partial N_r}{\partial \varepsilon_o}\frac{\partial M_r}{\partial \kappa} - \left(\frac{\partial N_r}{\partial \kappa}\right)^2 = \widehat{EA}\,\widehat{EI} - \left(\widehat{ES}\right)^2 \tag{15}$$

$/F_M N/$SWP3.5

Alguns resultados e comentários

$\boxed{1^{\underline{a}} \text{ Questão}}$

a) Os esforços de cálculo são

$$N_d = 1103,8 \text{ kN}$$
$$M_d = 19,7 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

É fácil mostrar que

$$\varepsilon_o = 1,16965$$
$$k = 3,1397 \text{ m}^{-1}.$$

O cálculo das parcelas resistentes do concreto é feito sem maiores dificuldades com

$$I_o(\varepsilon_t) = 23,7466 \text{ MPa e } I_o(\varepsilon_b) = 5,2376 \text{ MPa}$$
$$I_1(\varepsilon_t) = 24,7507 \text{ MPa e } I_1(\varepsilon_b) = 2,3995 \text{ MPa}$$

fornecendo

$$N_c = 884,282 \text{ kN}$$
$$M_c = 10,6841 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

Os esforços resistentes da armadura podem ser obtidos com as deformações $\varepsilon_{s1} = 0,7929$ e $\varepsilon_{s2} = 1,5464$ (e respectivas tensões $\alpha_1 = 0,4787$ e $\alpha_2 = 0,9336$) fornecendo

$$N_s = 241,17 \text{ kN}$$
$$M_s = 9,3222 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

Somando-se as contribuições do concreto e da armadura anteriores obtem-se

$$N_r = 1125,45 \text{ kN}$$
$$M_r = 20,01 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

que apresenta uma diferença grande em relação as esforços aplicados, não podendo ser considerado o equilíbrio da seção.

$$f = \sqrt{(N_d - N_r)^2 + (M_d - M_r)^2} = 0,02166.$$

b) Para obter a próxima iteração é necessário aplicar a fórmula de recorrência do método de N-R e, para tanto, são necessárias as derivadas dos esforços resistentes.

O cálculo das parcelas do concreto é feito sem maiores dificuldades com

$$J_o(\varepsilon_t) = 23,5015 \text{ MPa e } J_o(\varepsilon_b) = 14,0045 \text{ MPa}$$
$$J_1(\varepsilon_t) = 11,0680 \text{ MPa e } J_1(\varepsilon_b) = -6,5954 \text{ MPa}$$
$$J_2(\varepsilon_t) = 5,2125 \text{ MPa e } J_2(\varepsilon_b) = 3,1061 \text{ MPa}$$

fornecendo

$$\widehat{EA}_c = 0,4537 \text{ MN}$$
$$\widehat{ES}_c = -0,01287 \text{ MN} \cdot \text{m}$$
$$\widehat{EI}_c = 0,003403 \text{ MN} \cdot \text{m}^2.$$

Os esforços resistentes da armadura podem ser obtidos com as derivadas das deformações anteriormente calculadas que valem f_{yd}/ε_{yd} fornecendo

$$\widehat{EA}_s = 0,2062 \text{ MN}$$
$$\widehat{ES}_s = 0 \text{ MN} \cdot \text{m}$$
$$\widehat{EI}_s = 0,002969 \text{ MN} \cdot \text{m}^2.$$

Somando-se as contribuições do concreto e da armadura anteriores obtem-se

$$\begin{aligned}\widehat{EA} &= 0,6599 \text{ MN}\\ \widehat{ES} &= -0,01287 \text{ MN}\cdot\text{m}\\ \widehat{EI} &= 0,006372 \text{ MN}\cdot\text{m}^2.\end{aligned}$$

O determinante é não nulo ($J = 0,004040$) e pode ser calculado o próximo par com os incrementos

$$\begin{aligned}\Delta\varepsilon_o &= -0,03513\\ \Delta k &= -0,1190 \text{ m}^{-1}\end{aligned}$$

fornecendo a próxima tentativa

$$\begin{aligned}\varepsilon_o &= 1,1345\\ k &= 3,02065 \text{ m}^{-1}.\end{aligned}$$

$\boxed{2^{\underline{a}}\text{ Questão}}$
O par $(\varepsilon_o; k) = (3; 0)$ é uma compressão uniforme além do ELU com o aço escoando em compressão e o concreto trabalhando com a tensão máxima σ_{cd}. É fácil mostrar que

$$\begin{aligned}N_r &= A_c \cdot \sigma_{cd} + A_s \cdot f_{yd}\\ M_r &= 0\end{aligned}$$

(a nulidade do momento resistente deveria ser constatada). Numericamente obtem-se

$$\begin{aligned}N_r &= 1029,86 + 341,52 = 1434,38 \text{ kN}\\ M_r &= 0 \text{ kN}\cdot\text{m}.\end{aligned}$$

O par $(\varepsilon_o; k) = (-5; 0)$ é uma tração uniforme antes do ELU com o aço escoando em tração e o concreto sem trabalhar. É fácil mostrar que

$$\begin{aligned}N_r &= -A_s \cdot f_{yd}\\ M_r &= 0\end{aligned}$$

(a nulidade do momento resistente deveria ser constatada). Numericamente obtem-se

$$\begin{aligned}N_r &= -341,52 \text{ kN}\\ M_r &= 0 \text{ kN}\cdot\text{m}.\end{aligned}$$

A aplicação do método de verificação com N-R a estes esforços deve levar às seguintes distribuições de deformações, respectivamente: $(2; 0)$ e $(-\varepsilon_{yd}; 0)$ uma vez que fornecem os mesmos esforços resistentes por conta dos "patamares" dos diagramas tensão-deformação tanto do concreto quanto do aço.

$\boxed{3^{\underline{a}}\text{ Questão}}$ Esperava-se a identificação de que o dimensionamento seria mais facilmente realizado com uma sequência de verificações enumeradas pelas diversas restrições práticas do detalhamento da armadura.

$\boxed{4^{\underline{a}}\text{ Questão}}$ A afirmação é verdadeira e esperava-se um detalhamento dos vários processos numéricos necessários para a obtenção das curvas citadas.

$\boxed{5^{\underline{a}}\text{ Questão}}$ Esperava-se a dedução de uma equação cinemática com a participação direta da curvatura, como feito em sala de aula. Não foi aceita a mera comparação entre as duas equações cinemáticas dadas na folha de questões.