



## 1ª Prova de EDI-38 Concreto Estrutural I

Prof. Flávio Mendes Neto

Setembro de 2010

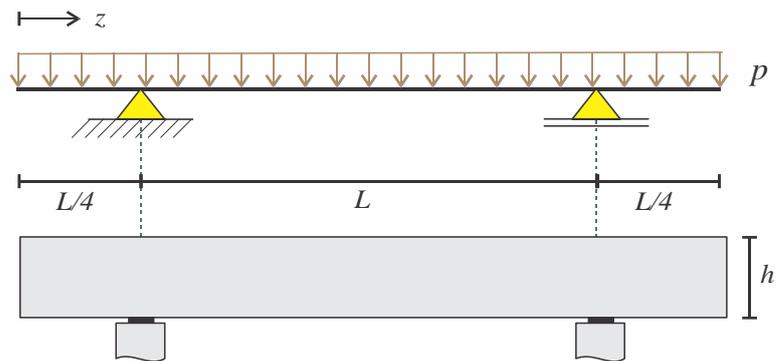
*Sem consulta. A interpretação das questões faz parte da prova.*

*Justifique cientificamente suas afirmações e comente, criticamente, todos os resultados obtidos.*

**(duração máxima: 2 h 50 min)**

Considere os seguintes dados:

- Coeficiente de ponderação das ações:  $\gamma_f = 1,40$ .
- Aço CA-60 ( $f_{yk} = 600$  MPa;  $\gamma_s = 1,15$ ;  $E_s = 210$  GPa).
- Concreto C25, diagrama parabólico-retangular ( $f_{ck} = 25$  MPa,  $\sigma_{cd} = 0,85 f_{ck}/\gamma_c$  e  $\gamma_c = 1,40$ ).
- Considere  $d_c = d_t = d' = 5$  cm.
- Seção retangular com base  $b = 30$  cm e altura total  $h = 55$  cm.
- Barras na parte superior da viga:  $\phi 16$  (16 mm de diâmetro). Barras na parte inferior da viga:  $\phi 25$ .
- Viga isostática com balanços ( $L = 10$  m) e submetida a  $p = 32$  kN/m.
- Se precisar transformar unidades de força, utilize a equivalência  $1 \text{ kgf} = 10 \text{ N}$ .



**1ª Questão** Dimensione a área de armadura da seção do:

- Meio do vão ( $z = 3L/4$ ).
- Apoio ( $z = L/4$ ).

**2ª Questão** Faça um esboço do perfil longitudinal de toda a armadura de flexão considerando que qualquer

camada deva ter pelo menos duas barras.

**3ª Questão** Uma seção armada inferiormente com  $2\phi 25$  e superiormente com  $2\phi 16$  seria adequada nos

apoiros ( $z = L/4$  e  $z = 5L/4$ )?

Questão	1a	1b	2	3
Valor	2,5	2,5	2,5	2,5

### Algumas definições

$$\bar{\mu} = \frac{M_d}{\sigma_{cd} b d^2} \quad \bar{\omega}_i = \frac{A_{si} f_{yd}}{b d \sigma_{cd}} \quad i = c, t \quad \alpha_i = \frac{\sigma_{si}}{f_{yd}} \quad \sigma_{cd} = 0,85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

$$\bar{\eta} = \frac{R_{cc}}{\sigma_{cd} b d} \quad \bar{\eta}_a = \frac{R_{cc} a}{\sigma_{cd} b d^2} \quad \kappa_x = \frac{x}{d} \quad \delta_c = \frac{d_c}{d}$$

*Observação:*  $d = h - d_t$

### Equações de equilíbrio (FNS, Armadura dupla)

$$\bar{\eta} + \bar{\omega}_c \alpha_c = \bar{\omega}_t \alpha_t$$

$$\bar{\mu} = \bar{\eta} - \bar{\eta}_a + \bar{\omega}_c \alpha_c (1 - \delta_c)$$

Funções  $\bar{\eta}$  e  $\bar{\eta}_a$  para seção retangular (Diagrama parabólico-retangular)  
Base de referência  $\equiv b$

$$\bar{\eta} = \begin{cases} \frac{5\kappa_x^2(3 - 8\kappa_x)}{3(1 - \kappa_x)^2} & \text{Domínio 2a} \\ \frac{16\kappa_x - 1}{15} & \text{Domínio 2b} \\ \frac{17\kappa_x}{21} & \text{Domínios 3 e 4} \end{cases}$$

$$\bar{\eta}_a = \begin{cases} \frac{5\kappa_x^3(4 - 9\kappa_x)}{12(1 - \kappa_x)^2} & \text{Domínio 2a} \\ \frac{171\kappa_x^2 - 22\kappa_x + 1}{300} & \text{Domínio 2b} \\ \frac{33\kappa_x^2}{98} & \text{Domínios 3 e 4} \end{cases}$$

Alguns resultados e comentários:

**1ª Questão** Antes de mais nada deveriam ser determinados os valores do momento fletor nas seções do apoio e do vão. Como se trata de viga isostática maiores dificuldades não eram esperadas.

a) Seção do meio do vão:  $M_k = 300 \text{ kN}\cdot\text{m}$  (tracionando as fibras inferiores)

Este momento fletor é superior ao máximo resistido por armadura simples ( $M_{k,\text{lim}} = 291 \text{ kN}\cdot\text{m}$ , para  $\kappa_{x,\text{lim}} = 0,5848$ ) e a solução com armadura dupla deveria ser adotada. Utilizando  $\kappa_{x,\text{lim}}$  obtem-se um sistema linear de equações que fornece

$$A_{sc} = 0,5175 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = 21,18 \text{ cm}^2,$$

depois de que se calculou a deformação na fibra superior  $\varepsilon_{sc}$  e sua respectiva tensão.

b) Seção dos apoios:  $M_k = -100 \text{ kN}\cdot\text{m}$  (tracionando as fibras superiores)

Com uma rápida pré-análise verifica-se que a solução do problema de dimensionamento clássico deve estar no Subdomínio 2b ( $1/6 \leq \kappa_x \leq 7/27$ ). Utilizando as expressões corretas de  $\bar{\eta}$  e  $\bar{\eta}_a$  pode-se resolver a equação de momentos para a profundidade da linha neutra obtendo-se  $\kappa_x = 0,1867$  (o que confirma o domínio) e fornece

$$A_{st} = 5,782 \text{ cm}^2,$$

lembrando que a armadura de tração está com deformação de 10 e, portanto, está escoando.

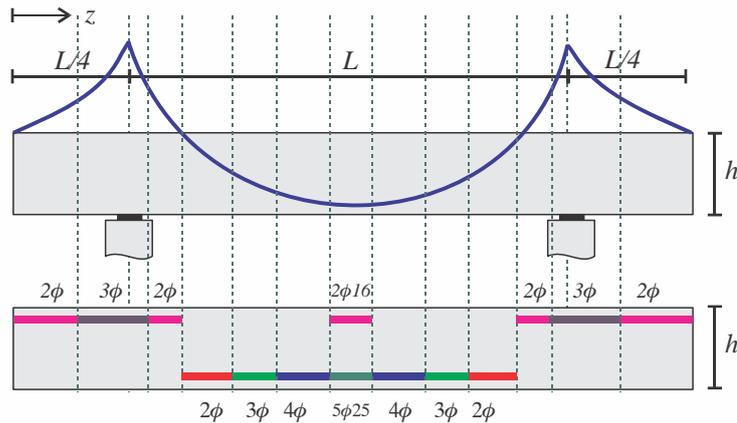
**2ª Questão** Esperava-se a identificação de partes da viga onde:

a) Havia a atuação de momentos positivos e negativos, indicando a necessidade de armaduras superiores e inferiores.

b) Não havia a necessidade de armadura dupla para momento fletor positivo.

c) Não havia a necessidade de armadura inferior ou superior.

A figura seguinte traz um esboço com as armaduras mínimas necessárias, considerando a informação de que não deve haver menos de duas barras em uma camada qualquer.



Todas as armaduras superiores são de  $\phi 16$  e as inferiores de  $\phi 25$ , conforme enunciado. O posicionamento exato de cada armadura se faz com a intersecção do diagrama de momentos fletores com as capacidades resistentes das várias armaduras como, por exemplo, as mostradas na tabela seguinte.

Caso	Armadura "inferior"	$M_k$ resistente (kN·m)	Observação
1	$5\phi 25$	301,1	Domínio 4
2	$4\phi 25$	281,3	
3	$3\phi 25$	226,8	
4	$2\phi 25$	161,8	
5	$2\phi 16$	-70,8	

Deve-se salientar que, em um caso prático, ainda haveria a necessidade de uniformização das armaduras, objetivando um detalhamento prático (além da decalagem e da ancoragem, fenômenos didaticamente não levados em consideração nesta questão).

**3ª Questão** Trata-se do problema clássico de verificação, conhecendo-se a seção de concreto armado e calculando-se sua capacidade resistente. Com as armaduras

$$\begin{aligned}A_{sc} &= 9,817 \text{ cm}^2 \\ A_{st} &= 4,021 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

(notar que a armadura tracionada é a de  $2\phi 16$  e a comprimida a de  $2\phi 25$ ) e a mesma pré-análise da questão 1b pode-se calcular a linha neutra com a equação de forças obtendo-se  $\kappa_x = 0,1241$  (Subdomínio 2a) que resiste um momento característico de  $70,5 \text{ kN}\cdot\text{m}$ , ou seja,

$$M_k = -70,5 \text{ kN}\cdot\text{m},$$

que é inferior, em módulo, ao momento nos apoios. A armadura sugerida, portanto, **não é adequada**.

*Observação:* Notar que se as armaduras forem invertidas obtém-se uma outra solução para o problema de verificação no Subdomínio 2b com  $\kappa_x = 0,2199$  e que resiste a um momento fletor positivo de  $166,3 \text{ kN}\cdot\text{m}$ , o que daria a **falsa impressão** de que a armadura é adequada.