



2ª Prova de EDI-38 Concreto Estrutural I

Prof. Flávio Mendes Neto

Outubro de 2009

Sem consulta. A interpretação das questões faz parte da prova.

Justifique cientificamente suas afirmações e comente, criticamente, todos os resultados obtidos.

(duração máxima: 3 h)

Considere os seguintes dados somente para a questão numérica:

- Coeficiente de ponderação das ações: $\gamma_f = 1,40$.
- Aço fictício CA-42 ($f_{yk} = 420$ MPa; $\gamma_s = 1,15$; $E_s = 210$ GPa).
- Concreto fictício C23, diagrama parabólico-retangular ($f_{ck} = 23$ MPa e lembrar que $\sigma_{cd} = 0,85 f_{ck}/\gamma_c$ e que $\gamma_c = 1,40$).
- Seção retangular com base $b = 15$ cm e altura total $h = 35$ cm.
- Armadura com duas camadas de barras, $\beta_2 = 0,09$ e $\beta_1 = 0,82$.
- Se precisar transformar unidades de força, use a equivalência de $1 \text{ kgf} = 10 \text{ N}$.

1ª Questão (numérica) Considere a seção transversal fornecida:

(a) Admitindo $p_1 = p_2$, dimensione a taxa mecânica de armadura (ω) quando $\nu = 1,2448$ e $\mu = 0,0451$. Faça um esboço da armadura usando $\phi 10$ e comente.

(b) Repita o item anterior sem pré-arbitrar os valores de p_1 e p_2 , ou seja, trabalhe com as incógnitas ω_1 e ω_2 . Faça um esboço da armadura usando $\phi 10$ e compare com o item anterior.

2ª Questão (teórica) Admita que, no cálculo de edifícios, as seções críticas dos pilares em cada andar fiquem submetidas ao mesmo momento fletor e a forças normais crescentes, partindo da cobertura em direção ao térreo. Supondo materiais, seção e arranjo de armadura constantes, o que você esperaria da variação da área de armadura total estritamente necessária ao longo dos andares?

3ª Questão (teórica) Considerando o dimensionamento clássico da área de armadura, podem existir casos que necessitem de uma linha neutra $\beta_x \rightarrow -\infty$?

Questão	1.a	1.b	2	3
Valor	5,0	2,0	2,0	1,0

Adimensionais (FNC)

$$\nu = \frac{N_d}{\sigma_{cd} A_c} \quad \mu = \frac{M_d}{\sigma_{cd} A_c h} \quad \omega = \frac{A_s f_{yd}}{A_c \sigma_{cd}} \quad \omega_i = \frac{A_{si} f_{yd}}{A_c \sigma_{cd}} \quad p_i = \frac{A_{si}}{A_s} = \frac{\omega_i}{\omega} \quad \alpha_i = \frac{\sigma_{si}}{f_{yd}}$$

$$\eta = \frac{R_{cc}}{\sigma_{cd} A_c} \quad \eta_a = \eta \frac{a}{h} \quad \beta_x = \frac{x}{h} \quad \beta_i = \frac{d_i}{h} \quad \delta = \frac{d'}{h} \quad \beta_{cg} = \frac{cg}{h}$$

Equações de equilíbrio (FNC)

$$\nu = \eta + \sum_{i=1}^{nc} \omega_i \alpha_i$$

$$\nu \beta_{cg} - \mu = \eta_a + \sum_{i=1}^{nc} \omega_i \beta_i \alpha_i$$

Funções η e η_a para seção retangular (Diagrama PR: parabólico-retangular)

$$\eta = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & \text{Domínio 1} \\ \frac{5 \beta_x^2 (3 \beta_1 - 8 \beta_x)}{3 (\beta_1 - \beta_x)^2} & \text{Domínio 2a} \\ \frac{16 \beta_x - \beta_1}{15} & \text{Domínio 2b} \\ \frac{17 \beta_x}{21} & \text{Domínios 3, 4 e 4a} \\ \frac{125 - 882 \beta_x + 1029 \beta_x^2}{21 (7 \beta_x - 3)^2} & \text{Domínio 5} \end{array} \right.$$

$$\eta_a = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & \text{Domínio 1} \\ \frac{5 \beta_x^3 (4 \beta_1 - 9 \beta_x)}{12 (\beta_1 - \beta_x)^2} & \text{Domínio 2a} \\ \frac{171 \beta_x^2 - 22 \beta_x \beta_1 + \beta_1^2}{300} & \text{Domínio 2b} \\ \frac{33 \beta_x^2}{98} & \text{Domínios 3, 4 e 4a} \\ \frac{(5 - 49 \beta_x) (37 - 49 \beta_x)}{98 (7 \beta_x - 3)^2} & \text{Domínio 5} \end{array} \right.$$

Alguns resultados

1ª Questão (item a)

Como $\nu > 1$ há a necessidade teórica de armadura e serão necessárias iterações para o dimensionamento.

Iteração 1: $\beta_x = +1,0000$

A resultante de compressão no concreto e sua posição valem

$$(1) \quad \eta = +0,8095$$

$$(2) \quad \eta_a = +0,3367$$

Camada i	ε_{si}	α_i
2	+3,1850	+1,0000
1	+0,6300	+0,3623

Os somatórios ficam

$$(3) \quad \sum_{i=1}^2 p_i \alpha_i = +0,6811$$

$$(4) \quad \sum_{i=1}^2 p_i \alpha_i \beta_i = +0,1935$$

$$(5) \quad \kappa = \frac{\sum p_i \alpha_i \beta_i}{\sum p_i \alpha_i} = +0,2841$$

Equação da reta: $\mu = +0,2159 * \nu - 0,1067$

Para $\mu = +0,0451$ tem-se $\nu = +0,7033$

$\nu = +0,7033$ $\mu = +0,0451$

Diferença para o ν desejado: -43,4994 %

$N_d = +0,5156\text{MN}$ $M_d = +1,1572\text{MN.cm}$

$\omega = -0,1559$ $A_s = -3,1300 \text{ cm}^2$ $\rho = -0,5962 \%$

Iteração 2: $\beta_x = +1,7000$

A resultante de compressão no concreto e sua posição valem

$$(6) \quad \eta = +0,9615$$

$$(7) \quad \eta_a = +0,4670$$

Camada i	ε_{si}	α_i
2	+2,5326	+1,0000
1	+1,3843	+0,7960

Os somatórios ficam

$$(8) \quad \sum_{i=1}^2 p_i \alpha_i = +0,8980$$

$$(9) \quad \sum_{i=1}^2 p_i \alpha_i \beta_i = +0,3713$$

$$(10) \quad \kappa = \frac{\sum p_i \alpha_i \beta_i}{\sum p_i \alpha_i} = +0,4135$$

Equação da reta: $\mu = +0,0865 * \nu - 0,0694$

Para $\mu = +0,0451$ tem-se $\nu = +1,3242$

$\nu = +1,3242$ $\mu = +0,0451$

Diferença para o ν desejado: +6,3773 %

$$N_d = +0,9708\text{MN} \quad M_d = +1,1572\text{MN.cm}$$

$$\omega = +0,4039 \quad A_s = +8,1070 \text{ cm}^2 \quad \rho = +1,5442 \%$$

Iteração 3: $\beta_x = +1,6100$

A resultante de compressão no concreto e sua posição valem

$$(11) \quad \eta = +0,9554$$

$$(12) \quad \eta_a = +0,4618$$

Camada i	ε_{si}	α_i
2	+2,5732	+1,0000
1	+1,3374	+0,7690

Os somatórios ficam

$$(13) \quad \sum_{i=1}^2 p_i \alpha_i = +0,8845$$

$$(14) \quad \sum_{i=1}^2 p_i \alpha_i \beta_i = +0,3603$$

$$(15) \quad \kappa = \frac{\sum p_i \alpha_i \beta_i}{\sum p_i \alpha_i} = +0,4073$$

Equação da reta: $\mu = +0,0927 * \nu - 0,0726$

Para $\mu = +0,0451$ tem-se $\nu = +1,2704$

$\nu = +1,2704 \quad \mu = +0,0451$

Diferença para o ν desejado: +2,0560 %

$$N_d = +0,9314\text{MN} \quad M_d = +1,1572\text{MN.cm}$$

$$\omega = +0,3561 \quad A_s = +7,1479 \text{ cm}^2 \quad \rho = +1,3615 \%$$

Iteração 4: $\beta_x = +1,5670$

A resultante de compressão no concreto e sua posição valem

$$(16) \quad \eta = +0,9520$$

$$(17) \quad \eta_a = +0,4589$$

Camada i	ε_{si}	α_i
2	+2,5948	+1,0000
1	+1,3123	+0,7546

Os somatórios ficam

$$(18) \quad \sum_{i=1}^2 p_i \alpha_i = +0,8773$$

$$(19) \quad \sum_{i=1}^2 p_i \alpha_i \beta_i = +0,3544$$

$$(20) \quad \kappa = \frac{\sum p_i \alpha_i \beta_i}{\sum p_i \alpha_i} = +0,4039$$

Equação da reta: $\mu = +0,0961 * \nu - 0,0743$

Para $\mu = +0,0451$ tem-se $\nu = +1,2431$

$\nu = +1,2431 \quad \mu = +0,0451$

Diferença para o ν desejado: -0,1356 %

$$N_d = +0,9114\text{MN} \quad M_d = +1,1572\text{MN.cm}$$

$$\omega = +0,3318 \quad A_s = +6,6608 \text{ cm}^2 \quad \rho = +1,2687 \%$$

Iteração 5: $\beta_x = +1,5697$

A resultante de compressão no concreto e sua posição valem

$$(21) \quad \eta = +0,9522$$

$$(22) \quad \eta_a = +0,4591$$

Camada i	ε_{si}	α_i
2	+2,5934	+1,0000
1	+1,3140	+0,7555

Os somatórios ficam

$$(23) \quad \sum_{i=1}^2 p_i \alpha_i = +0,8778$$

$$(24) \quad \sum_{i=1}^2 p_i \alpha_i \beta_i = +0,3548$$

$$(25) \quad \kappa = \frac{\sum p_i \alpha_i \beta_i}{\sum p_i \alpha_i} = +0,4042$$

Equação da reta: $\mu = +0,0958 * \nu - 0,0742$

Para $\mu = +0,0451$ tem-se $\nu = +1,2449$

$\nu = +1,2449$ $\mu = +0,0451$

Diferença para o ν desejado: +0,0046 %

$N_d = +0,9126\text{MN}$ $M_d = +1,1572\text{MN.cm}$

$\omega = +0,3334$ $A_s = +6,6920 \text{ cm}^2$ $\rho = +1,2747$ %

Iteração 6: $\beta_x = +1,5696$

A resultante de compressão no concreto e sua posição valem

$$(26) \quad \eta = +0,9522$$

$$(27) \quad \eta_a = +0,4590$$

Camada i	ε_{si}	α_i
2	+2,5935	+1,0000
1	+1,3139	+0,7555

Os somatórios ficam

$$(28) \quad \sum_{i=1}^2 p_i \alpha_i = +0,8777$$

$$(29) \quad \sum_{i=1}^2 p_i \alpha_i \beta_i = +0,3547$$

$$(30) \quad \kappa = \frac{\sum p_i \alpha_i \beta_i}{\sum p_i \alpha_i} = +0,4042$$

Equação da reta: $\mu = +0,0958 * \nu - 0,0742$

Para $\mu = +0,0451$ tem-se $\nu = +1,2448$

$\nu = +1,2448$ $\mu = +0,0451$

Diferença para o ν desejado: -0,0032 %

$N_d = +0,9126\text{MN}$ $M_d = +1,1572\text{MN.cm}$

$\omega = +0,3333$ $A_s = +6,6902 \text{ cm}^2$ $\rho = +1,2743$ %

Utilizando barras de 10 mm de diâmetro são necessárias 8,5 barras que, arredondando e considerando a dupla simetria da armadura, levam a uma armadura total de 10 ϕ 10 (5 em cada camada).

1ª Questão (item b)

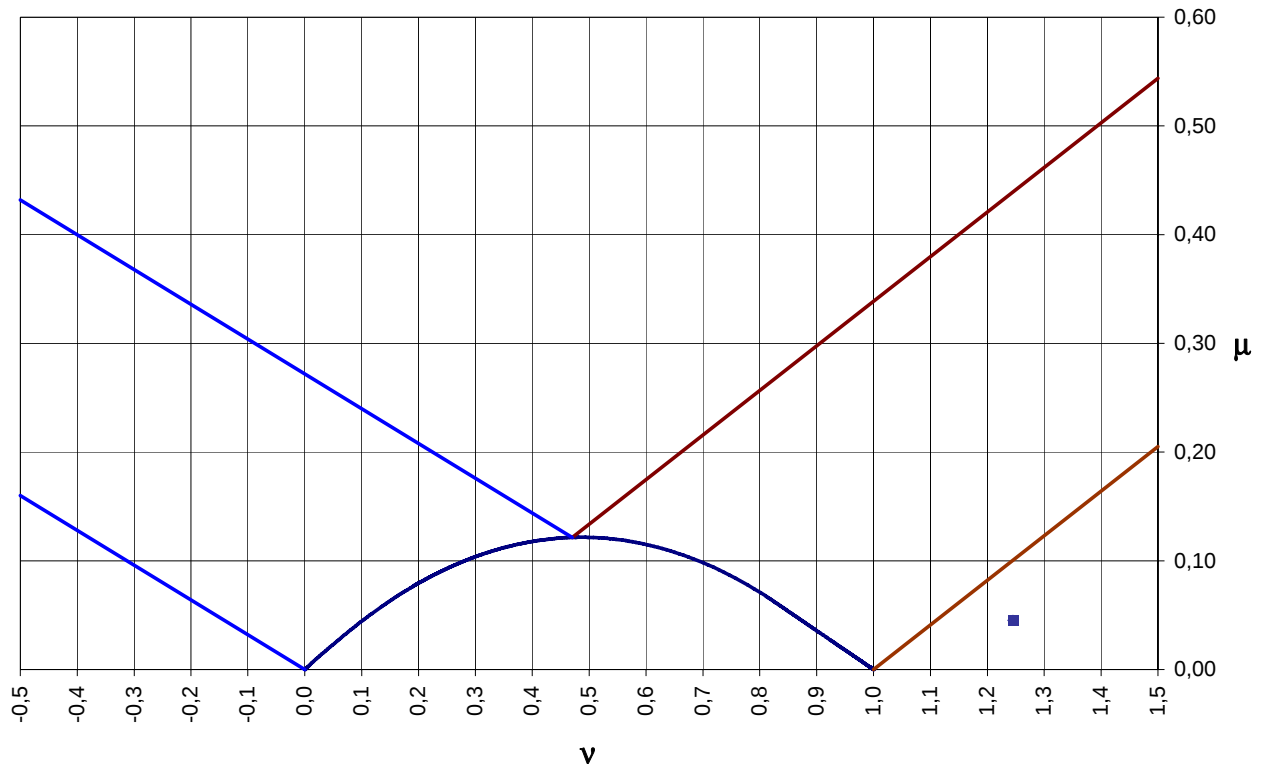
Pesquisa de Zona: como $\nu > 1$ pode-se estar nas Zonas A, B ou C.

A fronteira entre as Zonas A e B é dada por

$$\mu_{AB} = (\nu - 1) (\beta_{cg} - \beta_2) = 0,100386 > 0,0451$$

o que mostra que o dimensionamento deve ser feito na Zona A (arbitrando-se a linha neutra $\beta_x \rightarrow +\infty$).

Zonas de Solicitação - FNC



Para esta linha neutra tem-se $\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{s2} = 2$ e, considerando o aço dado ($\varepsilon_{yd} = 1,7391$), tem-se $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$. Ainda, em termos de resultante do concreto, é fácil ver que $\eta = 1$ e $\eta_a = \beta_{cg} = 1/2$.

Assim o problema de dimensionamento resume-se a um sistema linear de duas equações a duas incógnitas que fornece

$$\omega_2 = 0,1691$$

$$\omega_1 = 0,0757$$

ou, em termos de área de armadura,

$$A_{s2} = 3,3943 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1} = 1,5198 \text{ cm}^2$$

que, utilizando barras de 10 mm de diâmetro, se transformam em $5\phi 10$ e $2\phi 10$.

2ª Questão Sob as restrições impostas, a área de armadura pode aumentar ou diminuir (observar um diagrama de interação com várias curvas para várias áreas de armadura).

3ª Questão Questão discutida com detalhes na apostila (páginas 35 e 36).