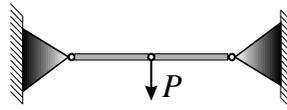


## 7

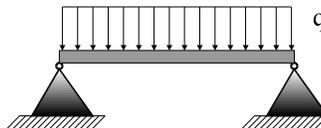
## Série de Exercícios Recomendada

**Exercício 1** Avalie se é indiferente o modo de obtenção da solicitação de cálculo nos seguintes exemplos:

- Solicitação: Esforço normal nas barras ( $N$ )  
Ação: Carga concentrada  $P$



- Solicitação: Momento fletor máximo ( $M_{max}$ )  
Ação: Carregamento uniformemente distribuído  $q$



Respostas:  $N = \frac{1}{2} \sqrt[3]{P^2 EA}$  e  $M_{max} = q \frac{L^2}{8}$ .

**Exercício 2** Calcular para os aços Brasileiros o valor de  $\varepsilon_{yd}$  (‰) e  $f_{yd}$  (MPa).

**Exercício 3** Para os aços classe B, qual o intervalo de deformação  $\varepsilon_s$  no qual o aço trabalha no trecho parabólico do diagrama tensão-deformação? Qual o intervalo de tensão correspondente?

**Exercício 4** Qual a tensão oferecida pelos aços quando  $\varepsilon_s = 10$  ‰?

**Exercício 5** Compare os diagramas tensão-deformação dos aços CA-50A e CA-50B. Quais as vantagens de um em relação ao outro? Se não for especificada a classe do aço (por exemplo CA-50 simplesmente), com qual deveria ser feito o dimensionamento?

**Exercício 6** Confrontar a expressão da antiga NB-1 (7.2 Fig. 30)

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_{sd}}{E_s} + \frac{1}{45} \left( \frac{\sigma_{sd}}{f_{yd}} - 0,7 \right)^2 \quad (7.1)$$

com a equação do trecho parabólico do diagrama tensão-deformação do aço classe B (ver Exercício 42).

**Exercício 7** Para o aço classe B, qual o valor da derivada  $d\alpha/d\varepsilon_s$  quando  $\varepsilon_s = \varepsilon_{yd}$ ?

**Exercício 8** Quais as “condições de contorno” para a determinação da parábola do diagrama t&d de cálculo do concreto?

## FNS

**Exercício 9** Calcular  $\kappa_{x,lim}$  para todos os aços brasileiros.

**Exercício 10** Como calcular, para qualquer valor de  $\kappa_x$ , a deformação  $\varepsilon_s$ ?

**Exercício 11** Usando adimensionais, transforme a equação de equilíbrio de momentos  $M_d = R_{st} \times z$ .

**Exercício 12** Deduzir o intervalo de  $\kappa_x$  que delimita o sub-domínio 2a.

**Exercício 13** Deduzir o intervalo de  $\kappa_x$  que delimita o sub-domínio 2b.

**Exercício 14** Deduzir detalhadamente as expressões de  $\bar{\eta}$  e  $\bar{\eta}_a$  (Seção retangular, diagrama parábola-retângulo).

**Exercício 15** Deduzir as expressões de  $a/d$  e de  $\bar{\eta} - \bar{\eta}_a$  (Seção retangular, diagrama parábola-retângulo).

**Exercício 16** Verificar que  $\sigma_{cd} = 0,8 f_{cd}$  pode ser “obtido” efetuando-se a equivalência entre a resultante (e posição) de um diagrama simplificado e a do diagrama parábola-retângulo numa seção triangular de base 1 e altura 1 ( $x = h$ ).

**Exercício 17** Conforme Exemplo 4, deduzir as expressões que servem para o cálculo da altura e da área de armadura da seção da seção, ou seja,

$$d = \sqrt{\frac{M_d}{\sigma_{cd} b 0,8 \kappa_x (1 - 0,4 \kappa_x)}} \quad (7.2)$$

$$A_s = \frac{1}{f_{yd}} \sqrt{\frac{M_d \sigma_{cd} b 0,8 \kappa_x}{1 - 0,4 \kappa_x}} \quad (7.3)$$

$$\kappa_x = \frac{1,25}{\left(\frac{C_s}{C_c} \frac{\sigma_{cd}}{f_{yd}} + 1\right)} \quad (7.4)$$

onde  $C_s$  e  $C_c$  representam o custo, por metro cúbico, do aço e do concreto, respectivamente.

**Exercício 18** Admita uma seção retangular com base 20 cm ( $d' = 5$  cm), concreto C15 (diagrama RS). Otimizar o custo de um metro de viga (suposta constante) admitindo o custo do aço como U.M. 700,0/tf (peso específico do aço: 7,850 tf/m<sup>3</sup>) e submetida a um momento fletor característico de 60 kN.m, quando:

(a) CA-50B, custo do concreto U.M. 115,00/m<sup>3</sup> (*Resposta:  $d = 39,1$  cm e  $A_s = 6,0603$  cm<sup>2</sup>*).

(b) CA-50A, custo do concreto: U.M. 60,00/m<sup>3</sup> (*Resposta:  $d = 40,3$  cm e  $A_s = 5,7851$  cm<sup>2</sup>*).

**Exercício 19** Dimensionar a área de armadura de uma seção “T” ( $h = 25$  cm,  $b_f = 60$  cm,  $h_f = 5$  cm e  $b_w = 10$  cm) com concreto C20 (diagrama RS), CA-50B e  $d' = 4$  cm quando a seção estiver submetida aos momentos fletores  $M_k = 50$  kN.m (*Resposta: 8,7705 cm<sup>2</sup>*) e  $M_k = 100$  kN.m (*intencionalmente sem resposta*).

**Exercício 20** “Só por curiosidade” dimensionar a seção no Domínio 4 (com armadura simples) de uma seção retangular 20 × 44 cm ( $d' = 4$  cm), CA-50A, concreto C20 (RS) quando  $M_k = 110$  kN.m (*Resposta: 15,3528 cm<sup>2</sup>*).

**Exercício 21** Dimensionar, normalmente, a área de armadura do Exercício (20) quando  $M_k = 150$  kN.m (*Resposta:*  $A_{st} = 15,3049$  cm<sup>2</sup> e  $A_{sc} = 4,0753$  cm<sup>2</sup>). **Observação:** nesse e em outros exercícios o dimensionamento acabou ocorrendo com armadura dupla (como indica a resposta). Deve-se salientar que essa informação não faz parte do enunciado do problema, ou seja, não se deve iniciar a solução de qualquer problema com a suposição de que há a necessidade de armadura dupla.

**Exercício 22** Repetir o Exercício (21) utilizando o diagrama parabólico-retangular e as expressões obtidas com o “artifício de cálculo”, ou seja,

$$\bar{\omega}_t = \bar{\omega}_{\text{lim}} + \frac{\bar{\mu} - \bar{\mu}_{\text{lim}}}{1 - \bar{\delta}} \quad (7.5)$$

$$\bar{\omega}_c = \frac{\bar{\mu} - \bar{\mu}_{\text{lim}}}{\alpha_c (1 - \bar{\delta})}. \quad (7.6)$$

onde, como de costume,  $\bar{\delta} = d'/d$ .

**Exercício 23** Provar que  $\alpha_c = 1$  quando  $\kappa_x = \kappa_{x,\text{lim}}$  se  $\kappa_{x,\text{lim}} > (\bar{\delta} + 1)/2$ .

**Exercício 24** Dimensionar a seção “T”:  $b_w = 30$  cm,  $b_f = 238$  cm,  $h_f = 12$  cm,  $h = 162$  cm,  $d' = 7$  cm,  $f_{ck} = 18$  MPa,  $M_k = 4,86$  MN.m.

- (a) CA-50A (*Resposta:*  $A_{st} = 115,13$  cm<sup>2</sup>)  
 (b) CA-50B (*Resposta:*  $A_{st} = 111,62$  cm<sup>2</sup> e  $A_{sc} = 6,17$  cm<sup>2</sup>)

**Exercício 25** Deduzir as expressões de  $\bar{\eta}$  e  $\bar{\eta}_a$  para uma seção triangular (base  $b$  e altura total  $h$ ). Use o diagrama retangular simplificado para o concreto comprimido. Dimensionar uma seção com concreto C20, aço CA-40A,  $b = 30$  cm,  $h = 44$  cm e  $d' = 4$  cm quando

- (a) Momento fletor 12 kN.m (*Resposta:*  $A_{st} = 1,4955$  cm<sup>2</sup>).  
 (b) Momento fletor 40 kN.m (*Resposta:*  $A_{st} = 6,0089$  cm<sup>2</sup> e  $A_{sc} = 0,7267$  cm<sup>2</sup>)

## FNC

**Exercício 26** Provar que as expressões que fornecem a deformação genérica nos vários domínios podem ser derivadas de

$$\varepsilon_{si} = \frac{\varepsilon^* (\beta_x - \beta_i)}{\beta_x - \beta^*} \quad (7.7)$$

onde  $\varepsilon^*$  é a deformação prescrita ( $^o/oo$ ) e  $\beta^*$  é a posição (adimensional) da deformação prescrita (desde que  $\beta^* \neq \beta^*$ ).

**Exercício 27** Deduzir as expressões genéricas de  $\eta$  e  $\eta_a$  para uma seção qualquer utilizando o diagrama retangular simplificado (RS).

**Exercício 28** Calcular as expressões de  $\eta$  e  $\eta_a$  para as seguintes seções transversais (diagrama RS):

- (a) seção triangular. (*Resposta:*

$$\eta = \begin{cases} 0 & \beta_x \leq 0 \\ 0,64\beta_x^2 & 0 \leq \beta_x \leq 1,25 \\ 1 & \beta_x \geq 1,25 \end{cases} \quad (7.8)$$

$$\eta_a = \begin{cases} 0 & \beta_x \leq 0 \\ 1,024/3\beta_x^3 & 0 \leq \beta_x \leq 1,25 \\ 2/3 & \beta_x \geq 1,25 \end{cases} \quad (7.9)$$

- (b) seção losango.
- (c) seção circular.
- (d) seção “T”.

**Exercício 29** Calcular as expressões de  $\eta$  e  $\eta_a$  para uma seção retangular utilizando o diagrama parabólico-retangular (PR).

**Exercício 30** Como calcular  $\eta$  e  $\eta_a$  para as seções seguintes aproveitando as expressões da seção retangular? (Ou seja, **sem deduzir** as expressões de  $\eta$  e  $\eta_a$ ).

- (a) seção retangular vazada.
- (b) seção “T”.

**Exercício 31** Como ficaria a equação de equilíbrio de momentos se o ponto de referência para o equilíbrio de momentos fosse o C.G. de  $A_c$ ?

**Exercício 32** A equação obtida no exercício anterior é equivalente a substituir a equação de equilíbrio de forças na equação de equilíbrio de momentos? Justifique.

**Exercício 33** Provar que um arranjo de armadura com espaçamento vertical constante leva a

$$\beta_i = 1 - \delta - \frac{(i-1)(1-2\delta)}{nc-1} \quad (7.10)$$

**Exercício 34** Pilares de seção circular normalmente não têm o espaçamento vertical das barras constante; normalmente o espaçamento “angular” é constante. Provar que a expressão de  $\beta_i$  para  $nc$  qualquer admitindo

$$n_i = \begin{cases} 1; & i = 1 \text{ ou } i = nc \\ 2; & i = 2 \dots nc - 1 \end{cases} \quad (7.11)$$

é dada por

$$\beta_i = \frac{1 - (1 - 2\delta) \cos \varphi_i}{2} \quad (7.12)$$

onde

$$\varphi_i = \frac{\pi (nc - i)}{nc - 1} \text{ (em radianos)} \quad (7.13)$$

**Exercício 35** Mostrar que

$$\kappa = \frac{\sum_{i=1}^{nc} p_i \alpha_i \beta_i}{\sum_{i=1}^{nc} p_i \alpha_i} \quad (7.14)$$

é o ponto de aplicação da resultante de forças da armadura em termos adimensionais (medido a partir da borda superior da seção).

**Exercício 36** Provar que para uma seção duplamente simétrica armada de forma duplamente simétrica (S.A.D.S.  $\equiv$  Seção e arranjo duplamente simétricos) tem-se  $\sum_{i=1}^{nc} \omega_i \alpha_i = 0$  quando  $\beta_x = 1/2$ .

**Exercício 37** Qual o valor do esforço normal adimensional  $\nu$  resistido pelas seguintes seções quando  $\beta_x = 1/2$  (admita armadura duplamente simétrica):

- (a) Seção retangular com diagrama retangular simplificado (*Resposta:  $\nu = 0,4$* ).
- (b) Seção retangular com diagrama parabólico-retangular (*Resposta:  $\nu \simeq 0,4048$* ).
- (c) Seção circular com diagrama retangular simplificado (*Resposta:  $\nu \simeq 0,3782$* ).

**Exercício 38** Particularize as equações adimensionais de equilíbrio de forças e momentos para:

- (a) Flexão Normal Simples ( $nc = 1$ ).
- (b) Compressão uniforme.
- (c) Tração uniforme.

**Exercício 39** Prove que o lugar geométrico dos pontos que satisfazem à condição  $\omega = 0$  no plano  $\nu \times \mu$  para uma seção retangular é dado por (diagrama RS):

$$\mu = \frac{\nu}{2} (1 - \nu) \quad (7.15)$$

**Exercício 40** Qual a equação da reta definida por  $\beta_x = \beta_t$  para uma seção S.A.D.S?

**Exercício 41** Dimensione a armadura de uma seção S.A.D.S. utilizando aço CA-50A quando ( $\mu = 0$ ):

- (a)  $\nu = +0,4$  (*Resposta:  $\omega = 0$* ).
- (b)  $\nu = -0,4$  (*Resposta:  $\omega = 0,4$* ).
- (c)  $\nu = +2,0$  (*Resposta:  $\omega = 1,035$* ).

**Exercício 42** Provar que para os (antigos) aços classe B a função  $\alpha(\varepsilon)$  pode ser definida por:

$$\alpha(\varepsilon) = \begin{cases} s(\varepsilon) & |\varepsilon| > \varepsilon_{yd} + 2 \\ s(\varepsilon) \times (*) & 0,7\varepsilon_{yd} < |\varepsilon| \leq \varepsilon_{yd} + 2 \\ \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{yd}}; & |\varepsilon| \leq 0,7\varepsilon_{yd} \end{cases} \quad (7.16)$$

onde

$$(*) = \frac{280 - 9\varepsilon_{yd} + 3\sqrt{800|\varepsilon| + \varepsilon_{yd}(9\varepsilon_{yd} - 560)}}{400} \quad (7.17)$$

e

$$s(x) = \begin{cases} -1 & x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ +1 & x > 0 \end{cases} \quad (7.18)$$

com  $\varepsilon_{yd} = 1000 f_{yd}/E_s$ .

**Exercício 43** Cite todos os fatores que, se alterados, mudam o aspecto das Zonas de Solicitação.

**Exercício 44** Para uma seção retangular com aço CA-50A ( $\delta = 0,1$ ; diagrama RS e duas camadas de barras simétricas) diga a quais Zonas de Solicitação pertencem os seguintes pares de esforços e, se aplicável, qual o intervalo de  $\beta_x$  em que deverá ocorrer o dimensionamento. Observar que trata-se de seção duplamente simétrica (não existem as Zonas B e D).

- (a)  $\nu = 0,60$  e  $\mu = 0,11$  (*Resposta: Zona O*).
- (b)  $\nu = 0,75$  e  $\mu = 0,11$  (*Resposta: Zona A,  $\beta_x \geq 0,9$* ).
- (c)  $\nu = 0,05$  e  $\mu = 0,11$  (*Resposta: Zona C,  $0,1 \leq \beta_x \leq 0,9$* ).
- (d)  $\nu = -0,20$  e  $\mu = 0,10$  (*Resposta: Zona E,  $-0,1089 \leq \beta_x \leq 0,1$* ).
- (e)  $\nu = 2,00$  e  $\mu = 0,70$  (*Resposta: Zona C,  $0,1 \leq \beta_x \leq 0,9$* ).

**Exercício 45** Trace, no plano  $\nu \times \mu$ , as retas definidas pelos  $\beta_x$  seguintes para uma seção retangular com duas camadas de barras (A.D.S), CA-50A e  $\delta = 0,1$  (diagrama RS):

- (a)  $\beta_x = 0,4$
- (b)  $\beta_x = -0,2$

- (c)  $\beta_x \rightarrow \infty$   
 (d)  $\beta_x \rightarrow -\infty$

**Exercício 46** Repita o exercício anterior com o diagrama parabólico-retangular.

**Exercício 47** Dimensione a armadura do exercício (44).

- (a) (*Resposta:*  $\omega = 0$ ).  
 (b) (*Resposta:*  $\omega = 0,0511$ ).  
 (c) (*Resposta:*  $\omega = 0,2139$ ).  
 (d) (*Resposta:*  $\omega = 0,4393$ ).  
 (e) (*Resposta:*  $\omega = 2,7910$ ).

**Exercício 48** Dimensione a armadura de uma seção retangular  $20 \times 20$  cm com  $nc = 3$  e  $n_1 = 3$  (S.A.D.S.  $d' = 2$  cm, ou seja,  $\delta = 0,1$ ) armada com aço CA-50A e  $f_{ck} = 200$  kgf/cm<sup>2</sup> (os esforços fornecidos já contemplam as situações de cálculo):

- (a)  $N_d = 5$  tf e  $M_d = 1$  tf.m (*Resposta:*  $\omega = 0,1315$ ).  
 (b)  $N_d = 19,4$  tf e  $e_i = 25,3$  cm (*Resposta:*  $\omega = 1,26$ ).  
 (c)  $\nu = 2,1$  e  $\mu = 0,106$  (*Resposta:*  $\omega = 1,40$ ).  
 (d)  $N_d = 17$  tf e  $M_d = 4$  tf.m (*Resposta:*  $\omega = 0,964$ ).  
 (e)  $N_d = -24$  tf e  $M_d = 2,5$  tf.m (*Resposta:*  $\omega = 0,507$ ).

**Exercício 49** Se a seção do Exercício 48 estiver submetida a um esforço normal  $N_d = 10$  tf, qual a maior excentricidade deste esforço possível para que, teoricamente, o pilar não necessite de armadura? (*Resposta:*  $e = 7,94$  cm).

**Exercício 50** Admita uma seção retangular com arranjo de três camadas ( $nc = 3$ ) assimétrico (CA-40A e  $\omega = 0,3$ )

Camada $i$	$p_i$	$\beta_i$
3	4/9	0,10
2	2/9	0,80
1	1/3	0,95

Para qual valor de  $\beta_x$  o momento fletor resistido se anula? Qual o esforço normal correspondente? (*Resposta:*  $\beta_x \simeq 2,3671$  e  $\nu \simeq 1,27$ ).

**Exercício 51** Para a seção do exercício anterior trace, no plano  $\nu \times \mu$  as retas definidas pelos seguintes valores de linha neutra:

- (a)  $\beta_x = \beta_i$ ;  $\beta_x \rightarrow -\infty$  e  $\beta_x \rightarrow \infty$   
 (b) Repita o item anterior para a seção “invertida”, ou seja,

Camada $i$	$p_i$	$\beta_i$
3	1/3	0,95
2	2/9	0,80
1	4/9	0,10

**Exercício 52** Faça os seguintes gráficos para a seção do exercício (44) (Admita  $\omega = 1,0$ ).

- (a) Abscissa:  $\beta_x$ ; Ordenada:  $\nu$ .  
 (b) Abscissa:  $\beta_x$ ; Ordenada:  $\mu$ .  
 (c) Abscissa:  $\nu$ ; Ordenada:  $\mu$ .

**Exercício 53** Considerando o problema de  $\sum \omega_i \alpha_i = 0$ , provar que se o caso de escoamento simultâneo das camadas existir, o caso da linha neutra no CG da armadura estará incluído no primeiro.

**Exercício 54** Justifique a afirmativa: Para uma seção S.A.D.S. ( $nc = 2$ ) se

$$\delta \leq \frac{7 - 2\varepsilon_{yd}}{34 - 2\varepsilon_{yd}} \quad (7.19)$$

e se

$$\frac{\varepsilon_{yd} + \delta(10 - \varepsilon_{yd})}{10 + \varepsilon_{yd}} \leq \beta_x \leq \frac{3,5(1 - \delta)}{3,5 + \varepsilon_{yd}} \quad (7.20)$$

então

$$\sum_{i=1}^{nc} \omega_i \alpha_i = 0. \quad (7.21)$$

**Exercício 55** Calcule  $\omega$  para uma seção retangular ( $nc = 2$ , S.A.D.S, Aço CA-50A) quando:

(a) Diagrama retangular simplificado:

- $\delta = 0,05$   $\nu = 0,3$   $\mu = 0,15$  (*Resposta:  $\omega = 0,100$* ).
- $\delta = 0,10$   $\nu = 0,2$   $\mu = 0,05$  (*Resposta:  $\omega = 0$* ).
- $\delta = 0,25$   $\nu = 0,4$   $\mu = 0,20$  (*Resposta:  $\omega = 0,379$* ).

(b) Repita o item anterior utilizando o diagrama parabólico-retangular.

**Exercício 56** Qual intervalo de esforço normal adimensional causa a nulidade do somatório  $\sum_{i=1}^{nc} \omega_i \alpha_i$  para uma seção retangular (A.D.S. e diagrama PR)

- (a)  $nc = 3$ ;  $\delta = 0,10$ ; CA-32
- (b)  $nc = 2$ ;  $\delta = 0,05$ ; CA-40B
- (c)  $nc = 8$ ;  $\delta = 0,01$ ; CA-40A

**Exercício 57** Deduzir as expressões que fornecem  $\omega$  diretamente quando  $\sum_{i=1}^{nc} \omega_i \alpha_i = 0$  para os casos do exercício anterior.

**Exercício 58** Provar que se

$$\beta_{x,lim} > \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \Rightarrow \alpha_2 = 1 \quad (7.22)$$

**Exercício 59** Qual o valor de  $\omega = \omega_1 + \omega_2$  nas várias Zonas de Solicitação para o caso de armadura assimétrica em duas bordas?

**Exercício 60** Calcular a expressão analítica do  $\beta_x$  solução para a Zona B (seção retangular, diagrama RS, armadura assimétrica).

**Exercício 61** Calcular a expressão analítica do  $\beta_x$  solução para a Zona D (seção retangular, diagrama RS, armadura assimétrica).

**Exercício 62** Provar que as equações em  $\beta_x$  nas Zonas B e D sempre possuem raízes reais e dentro do intervalo de  $\beta_x$  para cada Zona de Solicitação (seção retangular, diagrama RS, armadura assimétrica).

**Exercício 63** Dimensionar a área de armadura para uma seção retangular, CA-50B, duas camadas assimétricas ( $\delta = 0,1$ ) quando (diagrama RS)

- (a)  $\nu = 1,8$  e  $\mu = 0,00$  (*Resposta:  $\omega_1 = 0,4892$  e  $\omega_2 = 0,4892$* ).
- (b)  $\nu = 1,8$  e  $\mu = 0,15$  (*Resposta:  $\omega_1 = 0,2599$  e  $\omega_2 = 0,7186$* ).
- (c)  $\nu = 1,0$  e  $\mu = 0,30$  (*Resposta:  $\omega_1 = 0,0000$  e  $\omega_2 = 0,4794$* ).
- (d)  $\nu = 0,3$  e  $\mu = 0,40$  (*Resposta:  $\omega_1 = 0,3776$  e  $\omega_2 = 0,3868$* ).
- (e)  $\nu = 0,1$  e  $\mu = 0,20$  (*Resposta:  $\omega_1 = 0,2255$  e  $\omega_2 = 0,0000$* ).

(f)  $\nu = -0,5$  e  $\mu = 0,10$  (*Resposta:  $\omega_1 = 0,3750$  e  $\omega_2 = 0,1250$* ).

(g)  $\nu = -0,5$  e  $\mu = 0,20$  (*Resposta:  $\omega_1 = 0,5000$  e  $\omega_2 = 0,0000$* ).

**Exercício 64** Repetir o exercício anterior utilizando armadura **simétrica** em duas bordas. Compare a armadura obtida.

(a) (*Resposta:  $\omega = 0,9785$* ).

(b) (*Resposta:  $\omega = 1,2846$* ).

(c) (*Resposta:  $\omega = 0,8728$* ).

(d) (*Resposta:  $\omega = 0,7784$* ).

(e) (*Resposta:  $\omega = 0,3966$* ).

(f) (*Resposta:  $\omega = 0,7442$* ).

(g) (*Resposta:  $\omega = 0,9873$* ).

**Exercício 65** Dimensionar com armadura simétrica uma seção retangular com aço CA-50B, duas camadas de barras,  $\delta = 1/6$  e esforços  $\nu = 4,25/3$  e  $\mu = 1,25/9$  (*Resposta:  $\omega = 0,8756$* ).

## FOC

**Exercício 66** Deduzir as expressões que fornecem a área e momentos estáticos de um polígono.

**Exercício 67** Deduzir a expressão que fornece a abscissa  $X$  da intersecção de uma aresta do polígono com uma ordenada fixa  $Y$

$$X = \frac{(X_{i+1} - X_i) Y - X_{i+1} Y_i + X_i Y_{i+1}}{Y_{i+1} - Y_i}. \quad (7.23)$$

**Exercício 68** Se não fosse utilizado o método “gráfico”, como determinar o polígono comprimido?

**Exercício 69** Para os exemplos apresentados, calcular  $A_{cc}$ ,  $S_x$  e  $S_y$  no sistema  $U \times V$  e, com a matriz  $\underline{R}(-\varphi)$ , transformar nos valores obtidos no sistema  $X \times Y$ .

**Exercício 70** Para uma seção quadrada  $20 \times 20$  cm (Concreto C18, aço CA-50A,  $d' = 2$  cm,  $A_s = 4\phi 16$ ), calcular os esforços resistentes adimensionais quando:

(a)  $\varphi = 45^\circ$

- $\beta_x = 0,2$  (*Resposta:  $\nu = -0,4397$ ;  $\mu_x = -0,1638$ ;  $\mu_y = 0,1638$* )
- $\beta_x = 0,5$  (*Resposta:  $\nu = 0,3200$ ;  $\mu_x = -0,2447$ ;  $\mu_y = 0,2447$* )
- $\beta_x = 0,8$  (*Resposta:  $\nu = 1,1778$ ;  $\mu_x = -0,1704$ ;  $\mu_y = 0,1704$* ).

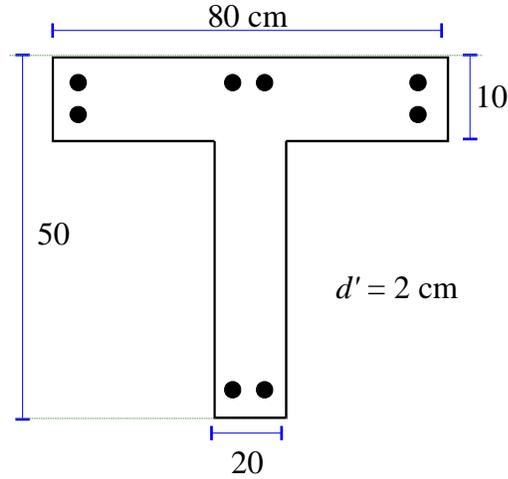
(b)  $\varphi = 73^\circ$

- $\beta_x = 0,2$  (*Resposta:  $\nu = -0,3350$ ;  $\mu_x = -0,2082$ ;  $\mu_y = 0,1293$* )
- $\beta_x = 0,7$  (*Resposta:  $\nu = 0,8935$ ;  $\mu_x = -0,3314$ ;  $\mu_y = 0,0642$* ).

**Exercício 71** Conferir o primeiro item do exercício (70) através das equações da Flexão Normal Composta.

**Exercício 72** Calcular os esforços resistentes adimensionais para a seção esquematizada quando ( $f_{ck} = 200$  kgf/cm<sup>2</sup>, CA-40A,  $\omega = 0,5$ ,  $d' = 2$  cm):

$\varphi = 73^\circ$



- $\beta_x = 0,10$  (Resposta:  $\nu = -0,3125$ ;  $\mu_x = -0,0889$ ;  $\mu_y = 0,0235$ )
- $\beta_x = 0,65$  (Resposta:  $\nu = 0,3125$ ;  $\mu_x = -0,1890$ ;  $\mu_y = 0,1260$ )

**Exercício 73** Para uma seção quadrada (lado 20 cm, CA-50B, concreto C15,  $\delta = 0,1$ , 4 barras da mesma bitola) fazer o dimensionamento da área de armadura quando um esforço de  $N_k = 24,5$  tf com excentricidades  $e_x = 8$  cm e  $e_y = 2$  cm (Resposta:  $\omega = 1,3$ ).

**Exercício 74** Para a mesma seção do exercício (73), fazer os seguintes dimensionamentos:

- $\nu = 1,8$   $\mu_x = 0,2$   $\mu_y = 0,3$  (Resposta:  $\omega = 0,7$ )
- $\nu = 0,4$   $\mu_x = 0,2$   $\mu_y = 0,2$  (Resposta:  $\omega = 0,7$ ). Observação: Conferir pela FNC.
- $\nu = 0,6$   $\mu_x = 0,2$   $\mu_y = 0,4$  (Resposta:  $\omega = 1,3$ )