



Exame final de EDI-38 Concreto Estrutural I

Prof. Flávio Mendes Neto

Dezembro de 2007

Sem consulta. A interpretação das questões faz parte da prova.

Justifique cientificamente suas afirmações e comente, criticamente, todos os resultados obtidos.

Esta prova tem 4 páginas e 5 questões. Ao final devolva esta folha com seu nome preenchido.

(duração máxima: 4 h)

Se nada for afirmado em contrário, considere os seguintes dados nas questões numéricas:

- Coeficiente de ponderação das ações: $\gamma_f = 1,40$.
- Aço CA-50 ($f_{yk} = 500$ MPa; $\gamma_s = 1,15$; $E_s = 210$ GPa).
- Concreto C40, diagrama parabólico-retangular ($f_{ck} = 40$ MPa e lembrar que $\sigma_{cd} = 0,85 f_{ck}/\gamma_c$ e que $\gamma_c = 1,40$).
- Seção retangular com base $b = 20$ cm e altura total $h = 45$ cm.
- Armadura com duas camadas de barras simétricas, $\delta = 0,09$.
- Se precisar transformar unidades de força, use a equivalência de $1 \text{ kgf} = 10 \text{ N}$.

1ª Questão Considere o diagrama momento-normal-curvatura apresentado no verso (construído para $\nu = 0,9000$ e várias curvas para vários valores de ω começando de 0 e indo até 1, com incremento de 0,1). Supondo que um pilar (constante) engastado-livre ($\ell_e/h = 20$) esteja submetido, na extremidade livre, a um esforço normal ν e a um momento fletor μ , e considerando a hipótese do “Pilar Padrão”, ou seja, que a flecha máxima do pilar seja proporcional à curvatura na base

$$f = \frac{\ell_e^2}{\pi^2} \frac{1}{R},$$

calcule:

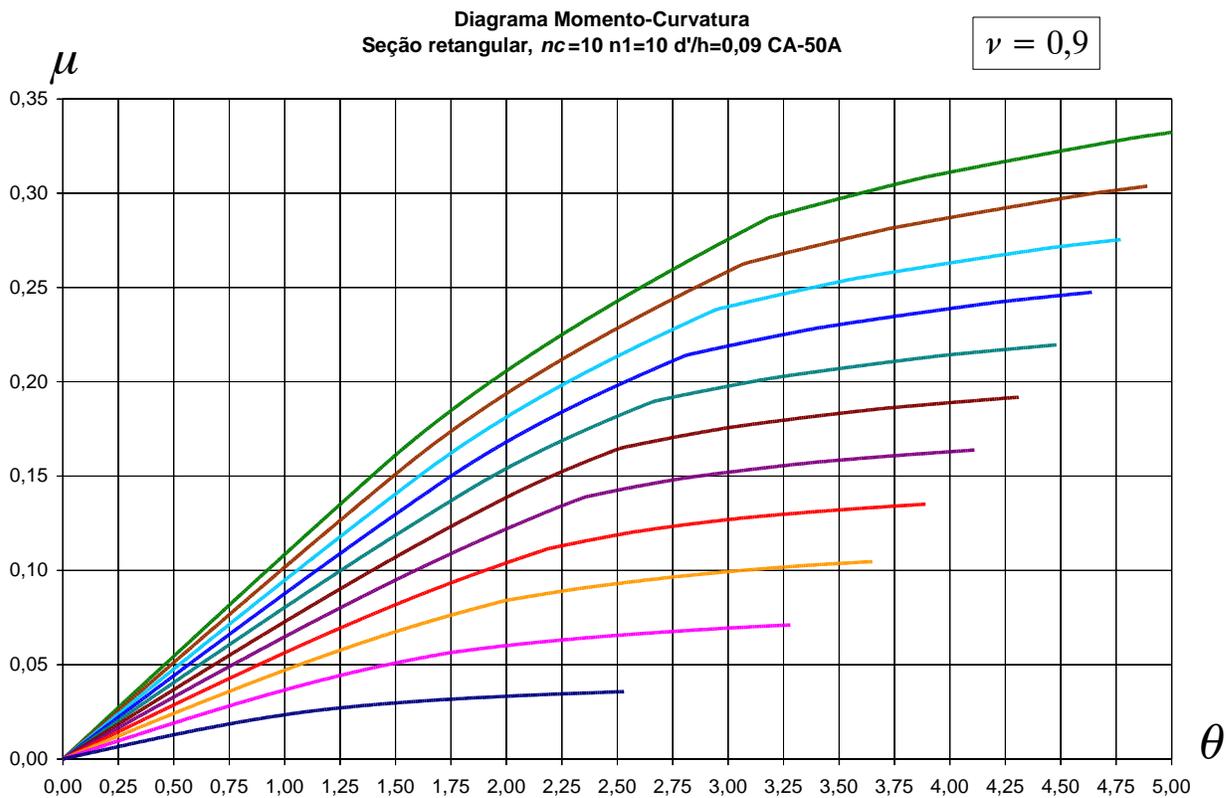
- Supondo $\mu = 0,05$, dimensione a taxa mecânica de armadura ω .
- Supondo que a taxa mecânica de armadura seja $\omega = 0,4$, calcule qual o maior valor possível para μ .
- Qual a flecha máxima do pilar quando $\mu = 0,10$ e $\omega = 0,6$?

2ª Questão Calcule, sem ser graficamente e com a maior precisão possível, qual o momento fletor resistente (μ) da seção do diagrama apresentado no verso, sem armadura ($\omega = 0$), quando $\theta = 1,75$.

3ª Questão (teórica) Explique, o mais detalhadamente possível, como calcular, com a maior precisão possível, a carga crítica de instabilidade de um pilar sob compressão centrada (seção transversal duplamente simétrica constante).

4ª Questão Considere um pilar engastado-livre com $L = 3$ m, constante, submetido em sua extremidade a apenas um momento fletor de primeira ordem $\mu = 0,1281$, ou seja, sem esforço normal ($\nu = 0$). Calcule, com a maior precisão possível, a flecha máxima do pilar sabendo que a seção transversal, quando submetida a este mesmo momento fletor, apresenta distribuição de deformações caracterizada por $\varepsilon_c = 1,1591$ e $\theta = 3,9294$.

5ª Questão (teórica) Considerando a FNC quando os momentos fletores podem ser positivos ou negativos, esboce como seria uma curva de interação “completa”, no plano $\nu \times \mu$, para uma seção transversal **sem** dupla simetria. Discuta, para este tipo de problema, se uma seção dimensionada para o par (ν, μ) também resiste aos pares $(0, \mu)$ e $(\nu, 0)$.



Questão	1	2	3	4	5
Valor	3,0	3,0	2,0	1,0	2,0

Observação: a nota máxima da prova é 10,0 (dez).

Nome do aluno:

/F_MN/SWP3.5

A expressão de diferenças finitas (com espaçamento de malha $\Delta x = x_{i+1} - x_i$ constante), para a segunda derivada de uma função, pode ser dada por

$$(1) \quad \frac{d^2 y_i}{dx^2} = y_i'' \simeq \frac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{(\Delta x)^2}$$

Alguns adimensionais

$$\nu = \frac{N_d}{\sigma_{cd} A_c} \quad \mu = \frac{M_d}{\sigma_{cd} A_c h} \quad \omega = \frac{A_s f_{yd}}{A_c \sigma_{cd}} \quad \omega_i = \frac{A_{si} f_{yd}}{A_c \sigma_{cd}} \quad p_i = \frac{A_{si}}{A_s} = \frac{\omega_i}{\omega} \quad \alpha_i = \frac{\sigma_{si}}{f_{yd}}$$

$$\eta = \frac{R_{cc}}{\sigma_{cd} A_c} \quad \eta_a = \eta \frac{a}{h} \quad \beta_x = \frac{x}{h} \quad \beta_i = \frac{d_i}{h} \quad \delta = \frac{d'}{h} \quad \beta_{cg} = \frac{cg}{h} \quad \theta = 1000 \frac{h}{R}$$

Equações de equilíbrio (FNC)

$$(2) \quad \nu = \eta + \sum_{i=1}^{nc} \omega_i \alpha_i$$

$$(3) \quad \nu \beta_{cg} - \mu = \eta_a + \sum_{i=1}^{nc} \omega_i \beta_i \alpha_i$$

Funções η e η_a para seção retangular (Diagrama parabólico-retangular - PR - ELU)

$$(4) \quad \eta = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & \text{Domínio 1} \\ \frac{5\beta_x^2 (3\beta_1 - 8\beta_x)}{3(\beta_1 - \beta_x)^2} & \text{Domínio 2a} \\ \frac{16\beta_x - \beta_1}{15} & \text{Domínio 2b} \\ \frac{17\beta_x}{21} & \text{Domínios 3, 4 e 4a} \\ \frac{125 - 882\beta_x + 1029\beta_x^2}{21(7\beta_x - 3)^2} & \text{Domínio 5} \end{array} \right.$$

$$(5) \quad \eta_a = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & \text{Domínio 1} \\ \frac{5\beta_x^3 (4\beta_1 - 9\beta_x)}{12(\beta_1 - \beta_x)^2} & \text{Domínio 2a} \\ \frac{171\beta_x^2 - 22\beta_x\beta_1 + \beta_1^2}{300} & \text{Domínio 2b} \\ \frac{33\beta_x^2}{98} & \text{Domínios 3, 4 e 4a} \\ \frac{(5 - 49\beta_x)(37 - 49\beta_x)}{98(7\beta_x - 3)^2} & \text{Domínio 5} \end{array} \right.$$

Equações de equilíbrio (nFNC)

$$(6) \quad N_r = \iint \sigma(\varepsilon) dx dy = N_c + N_s$$

$$(7) \quad M_r = \iint \sigma(\varepsilon) y dx dy = M_c + M_s$$

Equação cinemática (seção transversal no plano $x - y$)

$$(8) \quad \varepsilon = \varepsilon_o + k y$$

$$(9) \quad \varepsilon_i = \varepsilon_c - \theta \beta_i$$

Esforços resistentes do concreto (seção retangular $b \times h$) [$\kappa \neq 0$]

$$(10) \quad N_c = \frac{b}{\kappa} \Delta I_0$$

$$(11) \quad M_c = \frac{b}{\kappa^2} (\Delta I_1 - \varepsilon_o \Delta I_0)$$

onde

$$(12) \quad \Delta I_n = I_n(\varepsilon_t) - I_n(\varepsilon_b).$$

(ε_t e ε_b são as deformações, em $^{\circ}/_{oo}$, da fibra superior e da fibra inferior da seção, respectivamente).

Matriz de rigidezes do concreto

$$(13) \quad \bar{R}_c = \begin{bmatrix} \frac{b}{\kappa} \Delta J_0 & \frac{b}{\kappa^2} (\Delta J_1 - \Delta I_0) \\ \frac{b}{\kappa^2} (\Delta J_1 - \Delta I_0) & \frac{b}{\kappa^3} [\Delta J_2 - 2 (\Delta I_1 - \varepsilon_o \Delta I_0)] \end{bmatrix}$$

onde

$$(14) \quad \Delta J_n = J_n(\varepsilon_t) - J_n(\varepsilon_b)$$

$$(15)$$

$$(16) \quad J_n(\varepsilon) = (\varepsilon - \varepsilon_o)^n \cdot \sigma_c(\varepsilon)$$

Diagrama parabólico-retangular do concreto

$$(17) \quad \sigma_c(\varepsilon) = \begin{cases} 0 & \varepsilon \leq 0 \\ \sigma_{cd} \frac{\varepsilon(4-\varepsilon)}{4} & 0 \leq \varepsilon \leq 2 \\ \sigma_{cd} & \varepsilon \geq 2 \end{cases}$$

Integrais do diagrama parabólico-retangular

$$(18) \quad I_n(\varepsilon) = \begin{cases} 0 & \varepsilon \leq 0 \\ \sigma_{cd} \varepsilon^{n+2} \frac{4(n+3) - \varepsilon(n+2)}{4(n+2)(n+3)} & 0 \leq \varepsilon \leq 2 \\ \sigma_{cd} \frac{(n+2)(n+3)\varepsilon^{n+1} - 2^{n+2}}{(n+1)(n+2)(n+3)} & \varepsilon \geq 2 \end{cases}$$

Alguns resultados

1ª Questão Muito cuidado deve ser tomado com a precisão das leituras do gráfico.

a) $\mu = 0,05 + \frac{0,9(20)^2}{1000\pi^2}\theta$

Graficamente observa-se que $\omega = 0,4$ satisfaz ao problema

b) Traçando uma paralela à reta anterior, até tangenciar a curva para $\omega = 0,4$ lê-se na ordenada $\mu \simeq 0,058$

c) $\mu = 0,10 + \frac{0,9(20)^2}{1000\pi^2}\theta$

Graficamente observa-se que não há possibilidade de equilíbrio e, portanto, de cálculo de flecha.

2ª Questão

Resolvendo a equação de forças obtem-se $\varepsilon_o = 1,5944$

$M_c = 0,03171$

3ª Questão Questão discutida em sala de aula.

4ª Questão Utilizando diferenças finitas (m qualquer) $f = 3,9292$ cm.

5ª Questão Questão discutida em sala de aula.