2ª Prova de EDI-38 Concreto Estrutural I
Prof. Flávio Mendes Neto
Outubro de 2007
Sem consulta. A interpretação das questões faz parte da prova.
Justifique cientificamente suas afirmações e comente, criticamente, todos os resultados obtidos.
(duração máxima: 2 h 50 min)

Considere os seguintes dados para as duas primeiras questões:

- Coeficiente de ponderação das ações: $\gamma_f = 1,20$.
- Aço fictício CA-45 ($f_{yk} = 450$ MPa; $\gamma_s = 1,15$; $E_s = 210$ GPa).
- Concreto C25, diagrama parabólico-retangular ($f_{ck} = 25$ MPa e lembrar que $\sigma_{cd} = 0,85\, f_{ck}/\gamma_c$ e que $\gamma_c = 1,50$).
- Seção retangular com base $b = 25$ cm e altura total $h = 50$ cm.
- Armadura com duas camadas de barras, $\beta_2 = 0,1$ e $\beta_1 = 0,8$.
- Se precisar transformar unidades de força, use a equivalência de 1 kgf = 10 N.

1ª Questão Considere a seção transversal dada (admita $p_1 = p_2 = 0,5$) e responda, justificando, aos itens seguintes:

(a) Qual valor (ou intervalo) de esforço normal adimensional (ν) causa a nulidade de $\sum \omega_i\, \alpha_i$?

(b) O intervalo possível de profundidade da linha neutra adimensional (β_x) é ilimitado? Em caso negativo forneça o(s) limite(s).

(c) Qual o maior momento fletor adimensional (μ) que a seção suporta teoricamente sem armadura quando $\nu = 0,1390$?

(d) Qual a taxa mecânica de armadura (ω) necessária quando $\nu = \mu = 0,1390$? Faça um esboço da armadura usando $\phi 10$.

(e) Qual o maior momento fletor adimensional (μ) que a seção suporta quando $\nu = 0,2671$ e $\omega = 0,3660$?

2ª Questão Considerando a armadura arbitrária em duas camadas de barras, ou seja, quando não se arbitra, previamente, os parâmetros p_1 e p_2, faça um esboço das Zonas de Solicitação, no plano com abscissa ν e ordenada μ, quando as linhas neutras arbitradas forem

Zona	A	C	E
β_x	2,00	0,40	-0,10

Compare, ainda, este esboço com aquele das Zonas de Solicitação "usuais".

3ª Questão Sabendo que a equação cinemática pode ser colocada sob a forma

$$\varepsilon = \varepsilon_t - (\varepsilon_t - \varepsilon_b)\, \frac{(y_t - y)}{h}$$

(onde os índices b e t referem-se à fibra de baixo e do topo, respectivamente), faça um esboço da Região Viável para o Estado Limite Último no plano com abscissa ε_b e ordenada ε_t.

Questão	1.a	1.b	1.c	1.d	1.e	2	3
Valor	1,0	1,0	1,0	3,0	2,0	2,0	2,0

Observação: a nota máxima da prova é 10,0 (dez).

Adimensionais (FNC)

$$\nu = \frac{N_d}{\sigma_{cd}\,A_c} \qquad \mu = \frac{M_d}{\sigma_{cd}\,A_c\,h} \qquad \omega = \frac{A_s\;f_{yd}}{A_c\sigma_{cd}} \qquad \omega_i = \frac{A_{si}\;f_{yd}}{A_c\sigma_{cd}} \qquad p_i = \frac{A_{si}}{A_s} = \frac{\omega_i}{\omega} \qquad \alpha_i = \frac{\sigma_{si}}{f_{yd}}$$

$$\eta = \frac{R_{cc}}{\sigma_{cd}\,A_c} \qquad \eta_a = \eta\,\frac{a}{h} \qquad \beta_x = \frac{x}{h} \qquad \beta_i = \frac{d_i}{h} \qquad \delta = \frac{d'}{h} \qquad \beta_{cg} = \frac{cg}{h}$$

Equações de equilíbrio (FNC)

$$\nu = \eta + \sum_{i=1}^{nc} \omega_i\,\alpha_i$$

$$\nu\,\beta_{cg} - \mu = \eta_a + \sum_{i=1}^{nc} \omega_i\,\beta_i\,\alpha_i$$

Funções η e η_a para seção retangular (Diagrama PR: parabólico-retangular)

$$\eta = \begin{cases} 0 & \text{Domínio 1} \\[2ex] \dfrac{5\,\beta_x^2\;(3\,\beta_1 - 8\,\beta_x)}{3\;(\beta_1 - \beta_x)^2} & \text{Domínio 2a} \\[2ex] \dfrac{16\,\beta_x - \beta_1}{15} & \text{Domínio 2b} \\[2ex] \dfrac{17\,\beta_x}{21} & \text{Domínios 3, 4 e 4a} \\[2ex] \dfrac{125 - 882\,\beta_x + 1029\,\beta_x^2}{21\;(7\,\beta_x - 3)^2} & \text{Domínio 5} \end{cases}$$

$$\eta_a = \begin{cases} 0 & \text{Domínio 1} \\[2ex] \dfrac{5\,\beta_x^3\;(4\,\beta_1 - 9\,\beta_x)}{12\;(\beta_1 - \beta_x)^2} & \text{Domínio 2a} \\[2ex] \dfrac{171\,\beta_x^2 - 22\,\beta_x\,\beta_1 + \beta_1^2}{300} & \text{Domínio 2b} \\[2ex] \dfrac{33\,\beta_x^2}{98} & \text{Domínios 3, 4 e 4a} \\[2ex] \dfrac{(5 - 49\,\beta_x)\,(37 - 49\,\beta_x)}{98\;(7\,\beta_x - 3)^2} & \text{Domínio 5} \end{cases}$$

$/F_M N/$SWP3.5

Alguns resultados principais (a resolução da prova foi extensivamente comentada em sala de aula)

$\boxed{1^{\underline{a}}\ \text{Questão}}$

(a) $0,1731 \leq \nu \leq 0,4226 \Rightarrow \sum \omega_i\, \alpha_i = 0$
(b) $\beta_x \geq -0,06031$
(c) $\mu_{\max} = 0,05941$
(d)

$\boxed{\text{Iteração 1: } \beta_x = +0,1718}$

A resultante de compressão no concreto e sua posição valem

$$\eta = +0,1299 \tag{1}$$

$$\eta_a = +0,0089 \tag{2}$$

Camada i	ε_{si}	α_i
2	+1,1429	+0,6134
1	-10,0000	-1,0000

Os somatórios ficam

$$\sum_{i=1}^{2} p_i\, \alpha_i = -0,1933 \tag{3}$$

$$\sum_{i=1}^{2} p_i\, \alpha_i\, \beta_i = -0,3693 \tag{4}$$

$$\kappa = \frac{\sum p_i\, \alpha_i\, \beta_i}{\sum p_i\, \alpha_i} = +1,9106 \tag{5}$$

Equação da reta: $\mu = -1,4106 * \nu + 0,2393$
Para $\mu = +0,1390$ tem-se $\nu = +0,0711$
$\nu = +0,0711$ $\mu = +0,1390$
Diferença para o ν desejado: -48,8225 %
$N_d = +0,1260\text{MN}$ $M_d = +12,3073\text{MN.cm}$
$\omega = +0,3041$ $A_s = +13,7615$ cm$^2 \rho = +1,1009$ %

$\boxed{\text{Iteração 2: } \beta_x = +0,1998}$

A resultante de compressão no concreto e sua posição valem

$$\eta = +0,1598 \tag{6}$$

$$\eta_a = +0,0132 \tag{7}$$

Camada i	ε_{si}	α_i
2	+1,6628	+0,8924
1	-10,0000	-1,0000

Os somatórios ficam

$$\sum_{i=1}^{2} p_i\, \alpha_i = -0,0538 \tag{8}$$

$$\sum_{i=1}^{2} p_i\, \alpha_i\, \beta_i = -0,3554 \tag{9}$$

$$\kappa = \frac{\sum p_i\, \alpha_i\, \beta_i}{\sum p_i\, \alpha_i} = +6,6030 \tag{10}$$

Equação da reta: $\mu = -6,1030 * \nu + 1,0419$
Para $\mu = +0,1390$ tem-se $\nu = +0,1479$
$\nu = +0,1479$ $\mu = +0,1390$
Diferença para o ν desejado: +6,4349 %
$N_d = +0,2620\text{MN}$ $M_d = +12,3073\text{MN.cm}$
$\omega = +0,2200$ $A_s = +9,9573$ cm$^2 \rho = +0,7966$ %

$\boxed{\text{Iteração 3: } \beta_x = +0,1948}$

A resultante de compressão no concreto e sua posição valem

$$\eta = +0,1545 \tag{11}$$

$$\eta_a = +0,0123 \tag{12}$$

Camada i	ε_{si}	α_i
2	+1,5664	+0,8406
1	-10,0000	-1,0000

Os somatórios ficam

$$\sum_{i=1}^{2} p_i\,\alpha_i = -0,0797 \tag{13}$$

$$\sum_{i=1}^{2} p_i\,\alpha_i\,\beta_i = -0,3580 \tag{14}$$

$$\kappa = \frac{\sum p_i\,\alpha_i\,\beta_i}{\sum p_i\,\alpha_i} = +4,4928 \tag{15}$$

Equação da reta: $\mu = -3,9928 * \nu + 0,6816$

Para $\mu = +0,1390$ tem-se $\nu = +0,1359$

$\nu = +0,1359$ $\mu = +0,1390$

Diferença para o ν desejado: -2,2354 %

$N_d = +0,2406\text{MN}$ $M_d = +12,3073\text{MN.cm}$

$\omega = +0,2329$ $A_s = +10,5421$ cm^2$\rho = +0,8434$ %

$\boxed{\text{Iteração 4: } \beta_x = +0,1961}$

A resultante de compressão no concreto e sua posição valem

$$\eta = +0,1558 \tag{16}$$

$$\eta_a = +0,0125 \tag{17}$$

Camada i	ε_{si}	α_i
2	+1,5913	+0,8540
1	-10,0000	-1,0000

Os somatórios ficam

$$\sum_{i=1}^{2} p_i\,\alpha_i = -0,0730 \tag{18}$$

$$\sum_{i=1}^{2} p_i\,\alpha_i\,\beta_i = -0,3573 \tag{19}$$

$$\kappa = \frac{\sum p_i\,\alpha_i\,\beta_i}{\sum p_i\,\alpha_i} = +4,8949 \tag{20}$$

Equação da reta: $\mu = -4,3949 * \nu + 0,7503$

Para $\mu = +0,1390$ tem-se $\nu = +0,1391$

$\nu = +0,1391$ $\mu = +0,1390$

Diferença para o ν desejado: +0,0624 %

$N_d = +0,2463\text{MN}$ $M_d = +12,3073\text{MN.cm}$

$\omega = +0,2295$ $A_s = +10,3865$ cm^2$\rho = +0,8309$ %

$\boxed{\text{Iteração 5: } \beta_x = +0,1961}$

A resultante de compressão no concreto e sua posição valem

$$\eta = +0,1558 \tag{21}$$

$$\eta_a = +0,0125 \tag{22}$$

Camada i	ε_{si}	α_i
2	+1,5905	+0,8536
1	-10,0000	-1,0000

Os somatórios ficam

$$\sum_{i=1}^{2} p_i\,\alpha_i = -0,0732 \tag{23}$$

$$\sum_{i=1}^{2} p_i\,\alpha_i\,\beta_i = -0,3573 \tag{24}$$

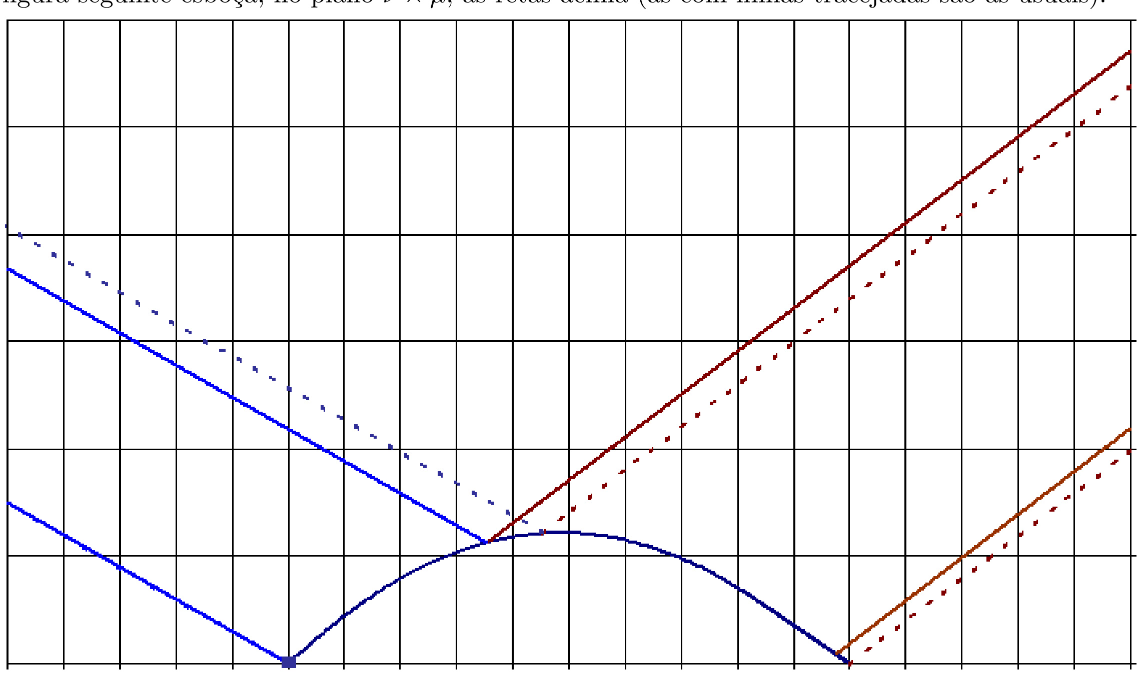
$$\kappa = \frac{\sum p_i\,\alpha_i\,\beta_i}{\sum p_i\,\alpha_i} = +4,8810 \tag{25}$$

Equação da reta: $\mu = -4,3810 * \nu + 0,7479$
Para $\mu = +0,1390$ tem-se $\nu = +0,1390$
$\nu = +0,1390$ $\mu = +0,1390$
Diferença para o ν desejado: -0,0096 %
$N_d = +0,2461$MN $M_d = +12,3073$MN.cm
$\omega = +0,2296$ $A_s = +10,3914$ cm^2$\rho = +0,8313$ %

Utilizando barras $\phi 10$ são necessárias 13,23 barras, ou seja, 7ϕ10 em cada camanda, uma vez que se deve respeitar a condição de mesma área de armadura em cada camada e o número inteiro de barras.

(e) Observa-se que este esforço normal está incluído no intervalo do item (a). $\beta_x = 0,32995$ e $\mu \simeq 0,2250$ (Pólo 3,5).

2ª Questão Utilizando as linhas neutras especificadas obtem-se as seguintes equações
$\mu_{AB} = 0,4000\,\nu - 0,3809$
$\mu_{BC} = 0,4000\,\nu - 0,0215$
$\mu_{CD} = -0,3000\,\nu + 0,2052$
$\mu_{DE} = -0,3000\,\nu$
As retas "tradicionais" são dadas por
$\mu_{AB} = 0,4000\,\nu - 0,4000$
$\mu_{BC} = 0,4000\,\nu - 0,0495$
$\mu_{CD} = -0,3000\,\nu + 0,2463$
$\mu_{DE} = -0,3000\,\nu$
A figura seguinte esboça, no plano $\nu \times \mu$, as retas acima (as com linhas tracejadas são as usuais).



$\boxed{3^{\underline{a}}\ \text{Questão}}$

Supondo momento fletor positivo ($\varepsilon_t \geq \varepsilon_b$) as imposições dos pólos levam a:

Pólo 3,5: $\varepsilon_t \leq 3,5$

Pólo -10: $\varepsilon_t \geq \dfrac{-10}{1-\beta_1} - \varepsilon_b \dfrac{\beta_1}{1-\beta_1}$ onde $\beta_1 = \dfrac{y_t - y_{s1}}{h}$

Pólo 2: $4\varepsilon_t + 3\varepsilon_b \leq 14$

Considerando os momentos negativos ($\varepsilon_t \leq \varepsilon_b$):

Pólo 3,5: $\varepsilon_b \leq 3,5$

Pólo -10: $\varepsilon_t \geq \dfrac{-10}{1-\beta_{nc}} - \varepsilon_b \dfrac{\beta_{nc}}{1-\beta_{nc}}$ onde $\beta_{nc} = \dfrac{y_t - y_{snc}}{h}$

Pólo 2: $3\varepsilon_t + 4\varepsilon_b \leq 14$

A figura seguinte traz um rascunho do esboço