2ª Prova de EDI-32

(31/10/2016 duração: 3 h sem consulta)

1ª Questão (valor: 50%)

Segundo a teoria de Euler-Bernoulli, a flambagem linear da viga mostrada na figura é descrita pela equação diferencial

$$v_{,xxxx} + \frac{P}{EI} v_{,xx} = 0$$

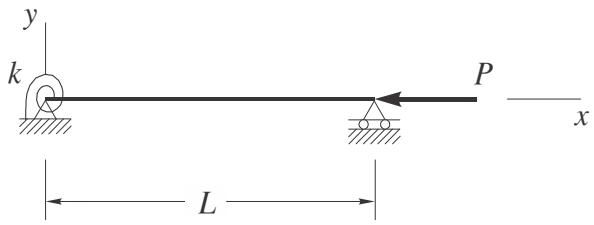
sujeita às condições de contorno

$$v(0) = 0 \quad M(0) = -k v_{,x}(0) \qquad\qquad v(L) = 0 \quad M(L) = 0.$$

Sabendo-se que $M = -EI v_{,xx}$, pede:

(a) a forma fraca do problema;

(b) uma expressão aproximada da carga crítica pelo método de Ritz.



2ª Questão (valor: 50%)

A placa retangular indicada é isotrópica com módulo de Young E e coeficiente de Poisson ν, tem espessura h e está sob uma compressão uniaxial p (força/comprimento). Segundo a teoria de Kirchhoff, a flambagem linear da placa é descrita pela equação diferencial

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{p}{D}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$$

onde $w(x, y)$ é o deslocamento transversal (deslocamento na direção de z) e

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

é a rigidez de flexão. Considerando que a placa tenha todas as bordas engastadas, as condições de contorno são dadas por

$$w = \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \qquad \text{em} \qquad x = 0,\ x = a$$
$$w = \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \qquad \text{em} \qquad y = 0,\ y = b.$$

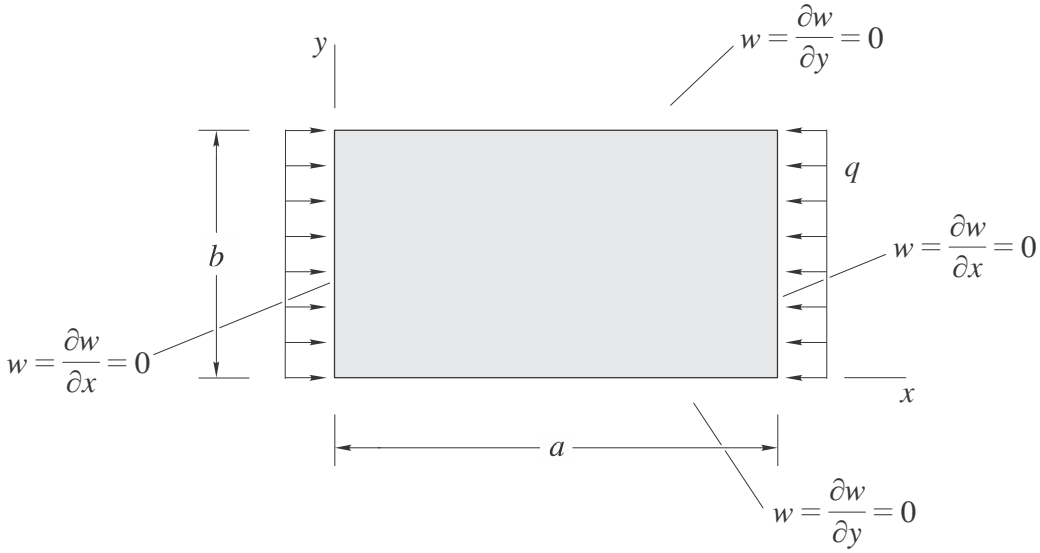
Com base numa solução pelo método de Galerkin:

(a) mostre que a aproximação polinomial mais simples é dada por

$$w_1(x, y) = c_1 \left(a^2x^2 - 2ax^3 + x^4\right)\left(b^2y^2 - 2by^3 + y^4\right);$$

(b) use $w_1(x, y)$ para identificar a carga de flambagem supondo que

$$a = 4 \text{ m} \qquad b = 2 \text{ m} \qquad h = 0,01 \text{ m} \qquad E = 2,1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2 \qquad \nu = 0,3.$$


y
$w = \frac{\partial w}{\partial y} = 0$
q
b
$w = \frac{\partial w}{\partial x} = 0$
$w = \frac{\partial w}{\partial x} = 0$
x
a
$w = \frac{\partial w}{\partial y} = 0$