

2ª Prova de EDI-32

(19/11/2013

duração: 3 h

sem consulta)

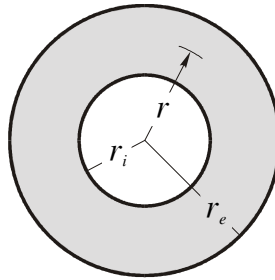
1ª Questão (valor: 40%)

A figura mostra a seção transversal de um tubo cilíndrico circular de raio interno r_i e raio externo r_e . Se o tubo tem comprimento infinito e está sob temperatura interna T_i e temperatura externa T_e , a condução de calor no tubo, em regime permanente, é descrita pela equação diferencial

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} = 0 \quad r_i < r < r_e$$

sujeita às condições de contorno

$$T(r_i) = T_i \quad T(r_e) = T_e.$$



Pede-se:

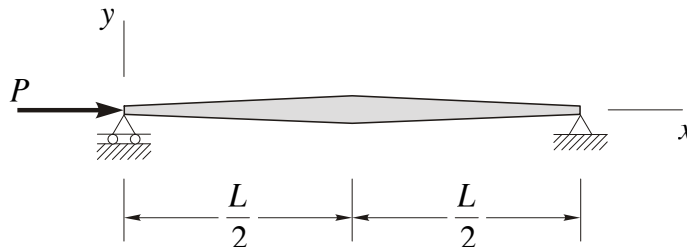
- (a) a forma fraca associada ao problema;
- (b) o enunciado desse problema de valor de contorno usando a forma fraca;
- (c) o funcional I , se existir, cujo ponto estacionário $\delta I = 0$ equivale à forma fraca;
- (d) a demonstração de que

$$\phi_0(r) = T_i + \frac{r - r_i}{r_e - r_i} (T_e - T_i) \quad \phi_1(r) = (r - r_i)(r - r_e),$$

sabendo-se que $T(r) = \phi_0(r) + c_1 \phi_1(r)$ é a aproximação polinomial mais simples para uso no método de Ritz.

2ª Questão (valor: 60%)

A seguinte coluna foi ensaiada no “Elefante Branco” para a determinação da carga de flambagem pelo método de Southwell.



O momento de inércia da coluna varia linearmente, com valores I_1 sobre os apoios e I_2 no centro. O material tem módulo de Young E . A linearização no deslocamento do problema de flambagem resulta na equação de equilíbrio

$$\frac{d^2 M}{dx^2} - P \frac{d^2 v}{dx^2} = 0,$$

segundo a teoria de Euler-Bernoulli, onde as relações constitutiva e deformação-deslocamento são dadas por

$$M = EI\kappa \quad \kappa = -\frac{d^2v}{dx^2}.$$

Pede-se:

- (a) a forma fraca associada ao problema;
- (b) as funções $\phi_0(x)$ e $\phi_1(x)$, sabendo-se que $v(x) = \phi_0(x) + c_1\phi_1(x)$ é a aproximação polinomial mais simples para uso no método de Ritz;
- (c) a carga de flambagem. Para $I_2 = 2I_1$, a literatura traz o valor

$$P_{cr} = 8,24 \frac{EI_2}{L^2}.$$