

## 2ª Prova de EDI-31

(12/06/08      duração: 2 h      sem consulta)

### 1ª Questão

Dado o funcional

$$\int_0^1 \left( \frac{1}{2} u'^2 - \frac{1}{2} u^2 - xu \right) dx + 2u(1),$$

determine:

- a equação de Euler-Lagrange e as possíveis condições de contorno;
- a função  $u(x)$  que passa pelos pontos  $u(0) = u(1) = 0$  e faz o funcional estacionário;
- a condição de contorno em  $x = 1$  se  $u(1)$  não for especificado.

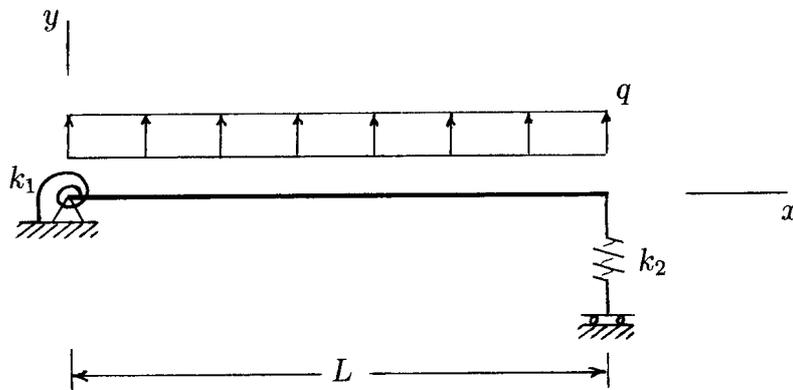
### 2ª Questão

O problema de flexão da viga mostrada na figura, segundo a teoria de Euler-Bernoulli, está associado ao ponto estacionário da energia potencia total

$$\Pi(v) = \int_0^L \left( \frac{1}{2} EI v''^2 - qv \right) dx + \frac{1}{2} k_1 v^2 \Big|_{x=0} + \frac{1}{2} k_2 v^2 \Big|_{x=L},$$

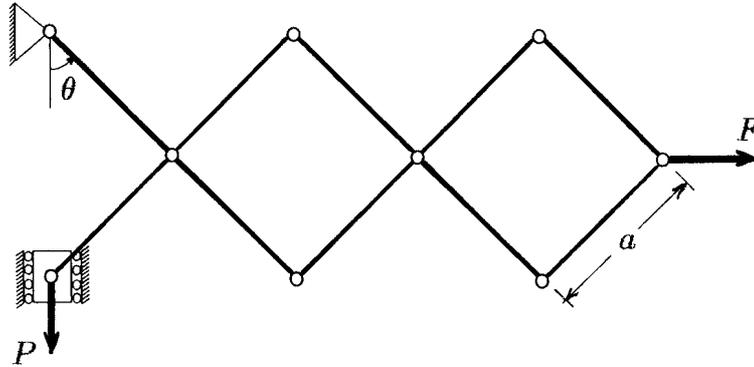
onde  $v(x)$  é o deslocamento transversal e a rigidez  $EI$  é constante. Pede-se:

- a equação diferencial cuja solução descreve o comportamento da estrutura;
- as condições de contorno do problema;
- o significado físico da equação diferencial encontrada no Item (a) e das condições de contorno naturais do Item (b).



### 3ª Questão

Quatro barras rígidas de comprimento  $2a$  e duas de comprimento  $a$  são conectadas entre si e com os apoios por rótulas. O sistema formado pelas barras apresenta um único grau de liberdade. Use o princípio dos deslocamentos virtuais para determinar a relação entre as forças  $F$  e  $P$  no equilíbrio.



### Informações Adicionais

Na teoria de vigas de Timoshenko

$$\epsilon_m = \frac{du}{dx} \quad \kappa = \frac{d\beta}{dx} \quad \gamma = \frac{dv}{dx} + \beta$$

$$\frac{dN}{dx} + \bar{q}_x = 0 \quad \frac{dQ}{dx} + \bar{q}_y = 0 \quad \frac{dM}{dx} - Q = 0$$

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \\ Q \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} EA & 0 & 0 \\ 0 & EI & 0 \\ 0 & 0 & KGA \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_m \\ \kappa \\ \gamma \end{Bmatrix}.$$

Na teoria de vigas de Euler-Bernoulli  $\gamma = 0$  e a última relação constitutiva deixa de existir.