



Instituto Tecnológico de Aeronáutica

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Infraestrutura Aeronáutica  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Aeronáutica e Mecânica

Prova de Seleção – 1º semestre de 2019 – Questões de Matemática

5 de novembro de 2018

---

Nome do Candidato

## Observações

1. Duração da prova: 90 minutos (uma hora e meia)
2. Não é permitido o uso de calculadoras ou outros dispositivos eletrônicos
3. Cada pergunta admite uma única resposta
4. Marque a alternativa que considerar correta na tabela abaixo
5. Utilize o verso das folhas para a resolução das questões

Questão	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16
Resp.	e	d	e	c	a	b	e	d	e	b	a	d	a	d	b	d

## Questões em Português

1. As equações paramétricas das coordenadas  $x$  e  $y$  de uma reta no plano cartesiano são  $x = (\lambda+1)/4$  e  $y = (\lambda+7)/3$ . Nessas condições, a menor distância do ponto de coordenadas  $(3, 2)$  à equação da reta com parâmetro  $\lambda$ , é:
  - (a) 4
  - (b)  $18/5$
  - (c) 3
  - (d)  $14/5$
  - (e)  $12/5$

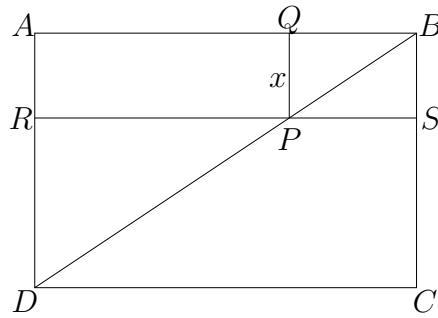


Figura 1: Retângulo  $ABCD$

2. Na Figura 1,  $ABCD$  é um retângulo em que  $AB = l$  e  $BC = L$ . Seja  $P$  um ponto pertencente à diagonal  $BD$ , e  $Q$ ,  $R$  e  $S$ , as projeções do ponto  $P$  em relação aos lados  $AB$ ,  $AD$  e  $BC$ , respectivamente. Sabendo-se que  $x$  é a distância do ponto  $P$  ao lado  $AB$ , determine o valor de  $x$ , tal que a soma das áreas dos quadriláteros  $AQPR$  e  $PSCD$  seja máxima.

- (a)  $L/4$
- (b)  $3L/10$
- (c)  $3L/7$
- (d)  $L/3$
- (e)  $2L/5$

3. Seja o seguinte sistema de equações com incógnitas  $x$  e  $y$ :

$$\begin{cases} [\text{sen}(\alpha)]x - [\text{cos}(\alpha)]y = \text{cos}(\beta) \\ [\text{cos}(\alpha)]x + [\text{sen}(\alpha)]y = \text{sen}(\beta) \end{cases} \quad (1)$$

Os valores de  $x$  e  $y$  são:

- (a)  $x = \text{sen}(\alpha - \beta)$ ;  $y = \text{cos}(\alpha + \beta)$
- (b)  $x = \text{sen}(\alpha + \beta)$ ;  $y = \text{cos}(\alpha - \beta)$
- (c)  $x = -\text{sen}(\alpha + \beta)$ ;  $y = \text{cos}(\alpha + \beta)$
- (d)  $x = \text{sen}(\alpha - \beta)$ ;  $y = \text{cos}(\alpha - \beta)$
- (e)  $x = \text{sen}(\alpha + \beta)$ ;  $y = -\text{cos}(\alpha + \beta)$

4. Em uma escola de línguas há somente cursos de inglês, francês e espanhol. Sabe-se que 262 alunos não cursam espanhol, 100 alunos cursam francês, 231 alunos cursam francês ou espanhol, 13 alunos cursam inglês e francês, 9 alunos cursam francês e espanhol, 36 alunos cursam pelo menos duas línguas e 2 alunos cursam as três línguas. Quantos alunos cursam pelo menos um dos três cursos nesta escola?

- (a) 440
- (b) 415
- (c) 402
- (d) 395
- (e) 366

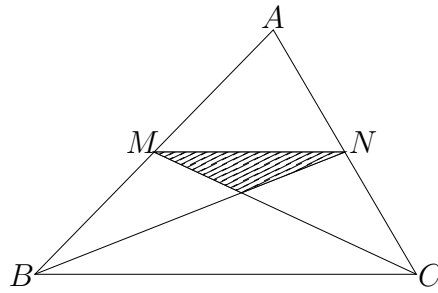


Figura 2: Triângulo com área hachurada

5. Se  $\log_b(x) = m$  e  $\log_b(y) = n$ , então  $\log_b \sqrt[3]{x^2 y^3}$  é igual a
- (a)  $\frac{2m + 3n}{3}$
  - (b)  $\frac{3m + 2n}{3}$
  - (c)  $\frac{2m + 3n}{6}$
  - (d)  $\frac{3m + 2n}{3}$
  - (e)  $\frac{2m + 3n}{2}$
6. Na figura 2, o triângulo  $ABC$  possui área  $S$ .  $BN$  e  $CM$  são as medianas relativas aos lados  $AC$  e  $AB$ , respectivamente. Nessas condições, a área hachurada vale:
- (a)  $S/15$
  - (b)  $S/12$
  - (c)  $S/10$
  - (d)  $S/9$
  - (e)  $S/8$
7. Tomam-se 24 blocos quadrados, que podem ser agrupados em 6 conjuntos de 4 blocos da mesma cor. Você deve empilhar 4 blocos de modo que blocos consecutivos não tenham a mesma cor. De quantos modos pode-se fazer isso?
- (a) 15
  - (b) 120
  - (c) 250
  - (d) 360
  - (e) 750

8. No ano passado, os primeiros U\$ 30 000.00 do rendimento tributável de cada residente de um determinado país eram taxados em 15%, enquanto os rendimentos excedentes a U\$ 30 000.00 eram taxados em 27%. Deseja-se saber se todos os rendimentos do senhor Silva foram taxados em 15%. Para tanto, são colocadas as seguintes afirmações:

- I. Os impostos do senhor Silva no ano passado foram de U\$ 3 750.00
- II. Se os rendimentos tributáveis do senhor Silva fossem o dobro do que foram, ele pagaria U\$ 9 900.00 de impostos

A este respeito, marque a opção correta:

- (a) a afirmação I *somente* é suficiente, mas a afirmação II *somente* não é suficiente para determinar a taxa de impostos do senhor Silva;
- (b) a afirmação II *somente* é suficiente, mas a afirmação I *somente* não é suficiente para determinar a taxa de impostos do senhor Silva;
- (c) *Ambas* as afirmações I e II *juntas* são suficientes para determinar a taxa de impostos, mas *nenhuma* afirmação *isolada* é suficiente;
- (d) *Cada* afirmação *isolada* é suficiente para determinar a taxa de impostos;
- (e) As afirmações I e II *juntas não são* suficientes para determinar a taxa de impostos, e dados adicionais do problema específico são necessários.

## Questões em Inglês

9. The equation

$$ax^2 + 2\sqrt{ab}x + 2b = 0 \quad (2)$$

has  $x$  as unknown and  $a > 0$  and  $b > 0$  as parameters. One can tell that its roots are

- (a) natural numbers
- (b) real, not positive
- (c) rational, not integer numbers
- (d) irrational numbers
- (e) not real numbers

10. Let

$$(a + 2)x + ay = 2a + 2, \quad (3)$$

with  $a$ ,  $x$  and  $y$  being *natural (positive integers) numbers*. One can say that this equation

- (a) has no natural solution for any value of  $a$
- (b) has one and only one natural solution for any value of  $a$
- (c) has exactly two natural solutions for any value of  $a$
- (d) has more than two natural solutions for any value of  $a$
- (e) the number of natural solutions will depend on the value of  $a$

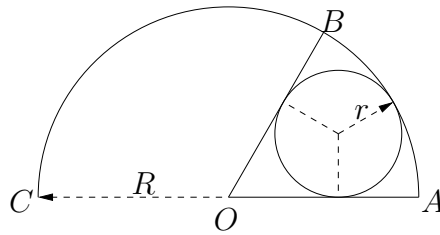


Figure 3: Circle tangent to arc and lines

11. In Figure 3, the small circle of radius  $r$  is tangent to arc  $\widehat{ABC}$  of radius  $R$  as well as it is tangent to lines  $OA$  and  $OB$ . Given the angle  $\widehat{AOB} = 60^\circ$ , one can say that
- $R/r$  is an integer number
  - $R/r$  is a rational, non integer number (smaller than one)
  - $R/r$  is a rational, non integer number (larger than one)
  - $R/r$  is an irrational number
  - It is necessary to know  $R$  in order to determine the characteristics of  $R/r$
12. Let  $k$  be a non-negative integer and let  $n = (5 \cdot 10^2) + (4 \cdot 10^k) + 5$ . About these numbers, two statements are posed:
- $k \geq 3$
  - $n \leq 1000$
- If it is asked to determine the tens digit of  $n$ , mark the right answer about the statements above:
- statement I *alone* is sufficient, but statement II alone is not sufficient to determine the tens digit;
  - statement II *alone* is sufficient, but statement I alone is not sufficient to determine the tens digit;
  - Both* statements I and II *together* are sufficient to determine the tens digit, but *neither* statement *alone* is sufficient;
  - Each* statement *alone* is sufficient to determine the tens digit;
  - statements I and II *together* are *not* sufficient to determine the tens digit, and additional data specific to the problem are needed.
13. Of the 3,600 employees of a company,  $1/3$  are clerical. If the clerical staff were to be reduced by  $1/4$ , what percent of the total number of the remaining employees would then be clerical?
- 27.27%
  - 16.67%
  - 12.50%
  - 9.09%
  - 8.33%

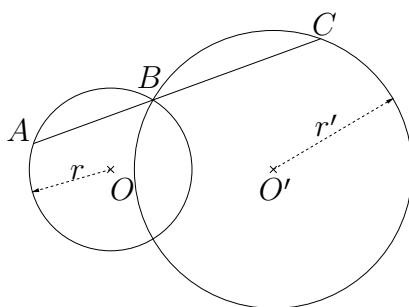


Figure 4: Circles with line passing through their intersection

14. In Figure 4, the chords  $AB$  and  $BC$  are aligned. Mark the characteristic that would make the length of  $AC$  maximum:
- The extremum point  $A$  must be aligned to  $OO'$
  - $AB$  must be equal to  $BC$
  - $AB/r = BC/r'$
  - $AC$  must be parallel to  $OO'$
  - None of the above characteristics would maximize  $AC$
15. If  $n$  is a positive integer and  $k + 1 = 3^n$ , which of the following could *not* be a value of  $k$ ?
- 2
  - 5
  - 8
  - 26
  - 80
16. In 2005, 45% of a document storage facility's 120 customers were banks, and in 2017, 25% of its 288 customers were banks. What was the percent increase from 2005 to 2017 in the number of bank customers the facility had?
- 10.7%
  - 20%
  - 25%
  - $33\frac{1}{3}\%$
  - $58\frac{1}{5}\%$