

**INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA**



**José Maurício da Cunha Neto**

**Análise numérica, via modelagem por elementos finitos, da necessidade da implementação de “Tuned Mass Dampers” (TMD) para controle de vibração no novo Prédio de Ciências Fundamentais**

**Trabalho de Graduação  
2017**

**Curso de Engenharia Civil-Aeronáutica**

**José Maurício da Cunha Neto**

**Análise numérica, via modelagem por elementos finitos, da necessidade da implementação de “Tuned Mass Dampers” (TMD) para controle de vibração no novo Prédio de Ciências Fundamentais**

Orientador

Prof. Dr Francisco Alex Correia Monteiro (ITA)

Co-orientador

Maj Eng Robinson Samuel Boschetti (CO-DCTA)

**ENGENHARIA CIVIL-AERONÁUTICA**

SÃO JOSÉ DOS CAMPOS  
INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA

**Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)**

**Divisão de Informação e Documentação**

NETO, José Maurício da Cunha

Análise numérica, via modelagem por elementos finitos, da necessidade da implementação de "Tuned Mass Dampers" (TMD) para controle de vibração no novo Prédio de Ciências Fundamentais / José Maurício da Cunha Neto.

São José dos Campos, 2017.

126f.

Trabalho de Graduação – Engenharia Civil-Aeronáutica – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2017. Orientador: Prof. Francisco Alex Correia Monteiro. Co-orientador: Robinson Samuel Boschetti, Maj Eng.

I. TMD. 2. Vibrações em estruturas metálicas. 3. Elementos Finitos. 4. Femap/Nastran NX. 5. Prédio das Ciências Fundamentais. I. Departamento de Ciência e Tecnologia da Aeronáutica. II. Instituto Tecnológico de Aeronáutica. III. Título

**REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

CUNHA, J. M. N. **Análise numérica, via modelagem por elementos finitos, da necessidade da implementação de "Tuned Mass Dampers" (TMD) para controle de vibração no novo Prédio de Ciências Fundamentais.** 2017. 126f. Trabalho de Conclusão de Curso. (Graduação em Engenharia Civil-Aeronáutica) – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.

**CESSÃO DE DIREITOS**

NOME DO AUTOR: José Maurício da Cunha Neto

TÍTULO DO TRABALHO: Análise numérica, via modelagem por elementos finitos, da necessidade da implementação de "Tuned Mass Dampers" (TMD) para controle de vibração no novo Prédio de Ciências Fundamentais.

TIPO DO TRABALHO/ANO: Graduação / 2017

É concedida ao Instituto Tecnológico de Aeronáutica permissão para reproduzir cópias deste trabalho de graduação e para emprestar ou vender cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte deste trabalho de graduação pode ser reproduzida sem a autorização do autor.



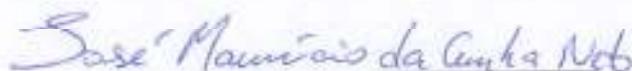
José Maurício da Cunha Neto

Rua Mília Veras, Ap 402-B, Cidade dos Funcionários  
CEP:60822-585 Fortaleza - CE

v

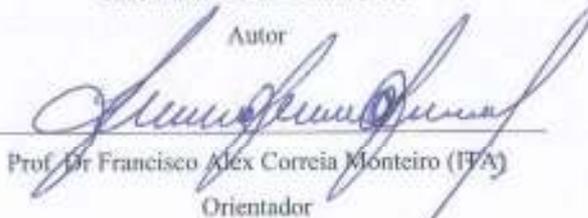
## Análise numérica, via modelagem por elementos finitos, da necessidade da implementação de “Tuned Mass Dampers” (TMD) para controle de vibração no novo Prédio de Ciências Fundamentais

Essa publicação foi aceita como Relatório Final de Trabalho de Graduação



José Maurício da Cunha Neto

Autor



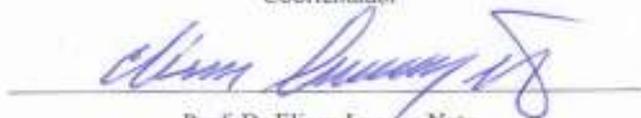
Prof. Dr. Francisco Alex Correia Monteiro (FAX)

Orientador



Robinson Samuel Boschetti, Maj Eng (CO-DCTA)

Coorientador



Prof. Dr. Eliseu Lucena Neto

Coordenador do Curso de Engenharia Civil-Aeronáutica



## **Agradecimentos**

Primeiramente, gostaria de agradecer a Deus por ter me proporcionado a oportunidade de trilhar esse caminho de poucos.

Aos meus pais, por fomentar esse sonho desde a época do cursinho e por me dar todo apoio e suporte para chegar ao fim dessa jornada.

Aos meus avós José, Miriam, Valdo e Nice, por todo carinho e dedicação que ajudaram a me moldar até os dias de hoje.

Aos meus primos Matheus Ferreira e Daniel Rosendo, pela parceria e amizade durante esses anos.

Aos meus tios, Dona Leda, Seu Murilo e Tio Otacílio, pela constante torcida.

Ao Major Frank e ao Major Samuel, por me proporcionar a oportunidade de realizar o trabalho de graduação na área de estruturas.

Ao efetivo da CO-DCTA, por todo apoio dado durante o estágio curricular.

Aos orientadores Alex Monteiro e Major Samuel, e ao relator Eliseu Lucena por terem me guiado na confecção deste trabalho.

Aos meus companheiros de apê e de turma, Civil 16 e 17.

Aos professores do ITA Eliseu Lucena e Juliana Bezerra, pelo exemplo de docentes que são.

Aos meus queridos professores do Colégio 7 de Setembro, pela parceria e dedicação ao longo dos três anos de cursinho.

Por fim, a Cristiano e Gabriela Bueno, pelo gás proporcionado na reta final.

Em memória da saudosa Dona Vanda.



## Resumo

Este trabalho de graduação teve como objetivo analisar a necessidade da aplicação de soluções que resolvessem problemas de vibração na estrutura do novo Prédio de Ciências Fundamentais do Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). No caso da obra em questão, foi previsto a utilização de “*Tuned Mass Dampers*” (TMD) para efetuar o controle das vibrações, caso fosse necessário. O estudo consistiu em criar um modelo de elementos finitos da estrutura e realizar uma análise numérica para verificar a necessidade ou não da aplicação dos TMD’s, segundo os critérios presentes na ABNT NBR 8800 (2008) – “Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios”. A modelagem numérica foi realizada no software da Siemens Femap/Nastran NX.

## **Abstract**

The objective of this graduate work was to analyze the need to apply solutions that solve problems of vibration in the structure of the new Building of Fundamental Sciences of the Technological Institute of Aeronautics (ITA). In the case of this structure, it was foreseen to use Tuned Mass Dampers (TMD) to control vibrations, if necessary. This study consisted in creating a finite element model of the structure and performed a numerical analysis to verify the necessity or not of the application of the TMDs, according to the criteria in ABNT NBR 8800 (2008) - Design of steel structures and mixed steel and concrete structures of buildings. Numerical modeling was performed in Siemens Femap / Nastran NX software.

## Lista de Figuras

Figura 1.1 Suporte para o TMD.....	22
Figura 1.2 Posição de encaixe dos isoamortecedores.....	23
Figura 2.1 Modelo de um grau de liberdade da estrutura.....	26
Figura 2.2 FRF do sistema.....	27
Figura 2.3 Sistema de dois graus de liberdade com a adição do TMD.....	28
Figura 2.4 FRF gerada com a adição do TMD.....	28
Figura 2.5 FRF para $q = 0,95$ e $\mu = 0,15$ .....	31
Figura 2.6 FRF para $q = 0,85$ e $\mu = 0,15$ .....	31
Figura 2.7 Sistema de um grau de liberdade com amortecimento.....	34
Figura 2.8 FRF do sistema.....	35
Figura 2.9 Sistema de dois graus de liberdade com a adição do TMD.....	35
Figura 2.10 Região de interseção das curvas.....	36
Figura 2.11 Curvas de amplificação máxima do deslocamento da massa $ms$ .....	37
Figura 2.12 Curvas para determinação de $q_{otm}$ .....	37
Figura 2.13 Curvas para determinação de $\xi_{totm}$ .....	38
Figura 2.14 Curvas de amplificação máxima do deslocamento relativo entre $ms$ e $mt$ .....	38
Figura 2.15 Coeficientes da série de Fourier para as três primeiras harmônicas.....	40
Figura 2.16 Coeficientes de Fourier das quatro primeiras harmônicas.....	41
Figura 2.17 Ponte de Toda no Japão.....	49
Figura 2.18 Cortes da ponte de Toda.....	49
Figura 2.19 Deslocamento do centro de massa de uma pessoa ao caminhar.....	50
Figura 2.20 Ponte Millennium em Londres.....	52
Figura 2.21 Frequências características do caminhar de pessoas.....	53

Figura 2.22 Amortecedores fluídos .....	53
Figura 2.23 Ponte Pedro e Inês .....	54
Figura 2.24 Planta da ponte Pedro e Inês. ....	54
Figura 2.25 Seção transversal da ponte na zona central e nos tramos laterais. ....	55
Figura 2.26 Ativação dos TMD's para o caminhar de 140 pessoas. ....	57
Figura 2.27 Excitador mecânico (Vibrodina). ....	59
Figura 2.28 Interface de coleta de dados (ISA – Ismes Signal Analysis). ....	59
Figura 3.1 Localização do prédio analisado. ....	61
Figura 3.2 Vista em planta do prédio. ....	62
Figura 3.3 Visão geral do prédio. ....	63
Figura 3.4 Térreo do bloco F0. ....	63
Figura 3.5 1º pavimento do bloco F0. ....	64
Figura 3.6 Laboratórios situados abaixo do bloco F2. ....	64
Figura 3.7 Laboratórios situados abaixo do bloco F3. ....	65
Figura 3.8 Salas de aula da graduação. ....	65
Figura 3.9 Modelo de laje steel-deck adotada. ....	67
Figura 4.1 Definição do material Aço no Femap. ....	68
Figura 4.2 Definição do material Concreto $f_{ck} = 30$ MPa no Femap. ....	69
Figura 4.3 Escolha do tipo de elemento a ser utilizado. ....	70
Figura 4.4 Definição do perfil e de suas dimensões. ....	71
Figura 4.5 Definição do material e identificação da propriedade. ....	71
Figura 4.6 Interface para a definição da propriedade tipo PLATE para o concreto. ....	72
Figura 4.7 Interface para a definição da propriedade tipo PLATE para o aço. ....	73
Figura 4.8 Modelo do bloco F0. ....	78
Figura 4.9 Planta de perfis do 1º e 2º pavimentos (dimensões em mm). ....	79

Figura 4.10 Planta de perfis da cobertura (dimensões em mm). .....	79
Figura 4.11 Vista em perfil do módulo (dimensões em mm). .....	80
Figura 4.12 Modelo do bloco F2 (salas de aula). .....	81
Figura 4.13 Planta de perfis do 1º pavimento (dimensões em mm). .....	82
Figura 4.14 Planta de perfis da cobertura (dimensões em mm). .....	83
Figura 4.15 Vista em perfil do módulo (dimensões em mm). .....	84
Figura 4.16 Modelo do bloco F2 (auditório). .....	85
Figura 4.17 Modelo do bloco F2, vista dos pilares do plano YZ situados à esquerda do modelo. .....	85
Figura 4.18 Planta de perfis do 1º pavimento (dimensões em mm). .....	86
Figura 4.19 Planta de perfis da cobertura (dimensões em mm). .....	87
Figura 4.20 Vista em perfil do módulo (dimensões em mm). .....	88
Figura 4.21 Modelo do bloco F1/F3 (salas de aula). .....	89
Figura 4.22 Planta de perfis do 1º pavimento (dimensões em mm). .....	90
Figura 4.23 Planta de perfis da cobertura (dimensões em mm). .....	91
Figura 4.24 Vista em perfil do bloco (dimensões em mm). .....	92
Figura 4.25 Vinculação entre viga e laje. ....	93
Figura 4.26 Dimensões do módulo repetitivo da laje steel-deck usada (dimensões em mm). .....	94
Figura 4.27 Simplificação adotada no modelo (dimensões em mm). .....	94
Figura 4.28 Perfil da malha da laje. ....	95
Figura 4.29 Laje: porção de concreto. ....	96
Figura 4.30 Laje: steel-deck. ....	96
Figura 4.31 Laje completa. ....	97
Figura 4.32 Normal vectors da laje de concreto. ....	97
Figura 4.33 Normal Vectors das mesas do steel-deck. ....	98

Figura 4.34 Bloco F3: malha das longarinas e travessas. ....	99
Figura 4.35 Bloco F0: malha das longarinas e travessas. ....	99
Figura 4.36 Eixo Y local dos perfis lineares. ....	100
Figura 4.37 Eixo X do referencial do elemento. ....	101
Figura 4.38 Eixo Y do referencial do elemento. ....	101
Figura 4.39 Modelo sem e com offset dos perfis. ....	102
Figura 4.40 Vista do offset do modelo por baixo da laje. ....	102
Figura 4.41 Laje completa e elementos selecionados para acréscimo de massa. ....	104
Figura 4.42 Material criado com a densidade equivalente. ....	107
Figura 4.43 Configuração deformada (ampliada de 10 vezes). Deslocamento máximo: 36,50 mm. ....	109
Figura 4.44 Configuração deformada (ampliada de 5 vezes). Deslocamento máximo: 34,50 mm. ....	109
Figura 4.45 Configuração deformada (ampliada de 5 vezes). Deslocamento máximo: 42,00 mm. ....	110
Figura 4.46 Configuração deformada (ampliada de 5 vezes). Deslocamento máximo: 35,60 mm. ....	110
Figura 5.1 1º modo de vibração. ....	113
Figura 5.2 2º modo de vibração. ....	113
Figura 5.3 1º modo de vibração. ....	114
Figura 5.4 2º modo de vibração. ....	115
Figura 5.5 3º modo de vibração. ....	115
Figura 5.6 4º modo de vibração. ....	116
Figura 5.7 5º modo de vibração. ....	116
Figura 5.8 1º modo de vibração. ....	117

Figura 5.9 2º modo de vibração.....	117
Figura 5.10 3º modo de vibração.....	118
Figura 5.11 4º modo de vibração.....	118
Figura 5.12 5º modo de vibração.....	119
Figura 5.13 1º modo de vibração.....	120
Figura 5.14 2º modo de vibração.....	120
Figura 5.15 3º modo de vibração.....	121
Figura 5.16 4º modo de vibração.....	121
Figura 5.17 5º modo de vibração.....	122

## Lista de Tabelas

Tabela 4.1	Propriedades componentes da laje composta.	73
Tabela 4.2	Perfis I soldados.	74
Tabela 4.3	Perfil W laminado.	74
Tabela 4.4	Perfis I de seção variável.	74
Tabela 4.5	Perfil duplo soldado.	74
Tabela 4.6	Perfis I soldados.	75
Tabela 4.7	Perfil W laminado.	75
Tabela 4.8	Perfis I de seção variável.	76
Tabela 4.9	Tubo quadrangular.	76
Tabela 4.10	Perfis I soldados.	76
Tabela 4.11	Perfis W laminado.	77
Tabela 4.12	Perfil H laminado.	77
Tabela 4.13	Perfis I de seção variável.	77
Tabela 4.14	Tubo quadrangular.	77
Tabela 4.15	Densidade equivalente bloco F0 – pav 1 e pav 2.	104
Tabela 4.16	Densidade equivalente bloco F0 – cobertura.	105
Tabela 4.17	Densidade equivalente blocos F3 e F2 (salas de aula) – pav 1.	105
Tabela 4.18	Densidade equivalente blocos F3 e F2 (salas de aula) – cobertura.	106
Tabela 4.19	Densidade equivalente bloco F2 (auditório) – pav 1.	106
Tabela 4.20	Densidade equivalente bloco F2 (auditório) – cobertura.	107
Tabela 4.21	Deslocamentos no 1º pavimento.	111
Tabela 4.22	Deslocamentos máximos em vigas de piso.	111
Tabela 5.1	Frequências naturais do bloco F0.	112

Tabela 5.2	Frequências naturais do bloco F2 – salas de aula.	114
Tabela 5.3	Frequências naturais do bloco F2 – auditório.	117
Tabela 5.4	Frequências naturais do bloco F3.	119

## Lista de Abreviaturas e Siglas

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
NBR	Norma Brasileira
TMD	Tuned Mass Dampers
TLD	Tuned Liquid Dampers
AMS	Amortecedores de Massa Sintonizadas
FRF	Função de Resposta em Frequência
CO-DCTA	Comissão de Obras do DCTA
DCTA	Departamento de Ciência e Tecnologia da Aeronáutica
MEF	Método dos Elementos Finitos
FEM	Finite Element Method
ITA	Instituto Tecnológico de Aeronáutica
Femap/Nastran NX	<i>Software</i> de análise estrutural concebido pela Siemens
TG	Trabalho de Graduação

## Lista de Símbolos

$m_s$	massa da estrutura principal
$k_s$	rigidez da estrutura principal
$c_s$	coeficiente de amortecimento da estrutura principal
$c_{s\ cr}$	coeficiente de amortecimento crítico da estrutura principal
$\xi_s$	fator de amortecimento da estrutura principal
$\omega_s$	frequência natural da estrutura principal
$u_{s0}$	amplitude do deslocamento da estrutura principal após a adição do TMD
$m_t$	massa do TMD
$k_t$	rigidez do TMD
$c_t$	coeficiente de amortecimento do TMD
$c_{t\ cr}$	coeficiente de amortecimento crítico do TMD
$\xi_t$	fator de amortecimento do TMD
$\omega_t$	frequência natural do TMD
$u_{t0}$	amplitude do deslocamento do TMD
$\omega$	frequência da excitação externa
$t$	referência temporal
$P_0$	amplitude da excitação externa
$u_s$	deslocamento da estrutura principal
$u_{s\ st}$	deslocamento estático da estrutura principal
$r_s$	razão entre a frequência da excitação externa e a frequência natural da estrutura principal
$q$	razão entre as frequências naturais do TMD e da estrutura principal
$\mu$	razão entre a massa do TMD e a massa da estrutura principal

$G$	peso do pedestre
$\alpha_i$	coeficiente da série de Fourier
$f_p$	frequência da passada
$\phi_i$	ângulo de fase da $i$ -ésima harmônica relativamente à primeira
$\Delta G_i$	razão
$t_c$	razão
$T_p$	razão entre
$M$	matriz de massa do sistema
$C$	matriz de amortecimento do sistema
$K$	matriz de rigidez do sistema
$U$	vetor dos deslocamentos do sistema

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>22</b>
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>24</b>
<b>2.1</b>	<b>Breve histórico dos TMD's .....</b>	<b>24</b>
<b>2.2</b>	<b>Carregamentos harmônicos.....</b>	<b>25</b>
2.2.1	Estruturas sem amortecimento.....	26
2.2.2	Estruturas com amortecimento.....	34
<b>2.3</b>	<b>Carregamentos periódicos não harmônicos .....</b>	<b>39</b>
<b>2.4</b>	<b>Vibração livre.....</b>	<b>42</b>
<b>2.5</b>	<b>TMD's múltiplos.....</b>	<b>44</b>
2.5.1	Vários modos de vibração .....	44
2.5.2	Um modo de vibração.....	45
<b>2.6</b>	<b>Considerações sobre o uso de TMD's .....</b>	<b>46</b>
2.6.1	Considerações teóricas .....	46
2.6.2	Considerações práticas .....	47
<b>2.7</b>	<b>Exemplos de aplicação de TMD's .....</b>	<b>48</b>
2.7.1	Ponte de Toda .....	48
2.7.2	Ponte Millennium .....	52
2.7.3	Ponte Pedro e Inês .....	54
2.7.4	Estádio do Morumbi .....	58
<b>3</b>	<b>ESTRUTURA ANALISADA.....</b>	<b>61</b>
<b>3.1</b>	<b>Localização e função da estrutura .....</b>	<b>61</b>
<b>3.2</b>	<b>Setorização da estrutura .....</b>	<b>62</b>
<b>3.3</b>	<b>Descrição dos perfis utilizados .....</b>	<b>66</b>
3.3.1	Vigas e pilares .....	66
3.3.2	Laje.....	66
<b>4</b>	<b>MODELO DE ELEMENTOS FINITOS.....</b>	<b>68</b>
<b>4.1</b>	<b>Materiais.....</b>	<b>68</b>
4.1.1	Aço .....	68
4.1.2	Concreto .....	69
<b>4.2</b>	<b>Propriedades .....</b>	<b>70</b>
4.2.1	Vigas e pilares .....	70

4.2.2	Laje .....	72
4.2.3	Listagem das propriedades criadas .....	73
<b>4.3</b>	<b>Malha de elementos finitos.....</b>	<b>77</b>
4.3.1	Módulos .....	77
4.3.2	Modelagem da laje.....	93
4.3.3	Modelagem das vigas e pilares .....	100
4.3.4	Offset's do modelo .....	102
4.3.5	Carregamentos permanentes .....	103
4.3.6	Condições de contorno .....	108
4.3.7	Verificação do modelo.....	109
<b>5</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>112</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>124</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>126</b>

# 1 Introdução

As estruturas metálicas são conhecidas por apresentarem alta resistência e por serem de rápida implementação/execução em obra, quando comparadas às estruturas de concreto convencionais. Porém, devido à sua esbeltez inerente, é sabido que elas são bastante suscetíveis às vibrações provenientes do uso da estrutura. Como foi prevista estrutura metálica para o novo prédio de Ciências Fundamentais do ITA, a motivação deste trabalho de graduação foi analisar, numericamente, a necessidade da implementação de soluções que viessem a controlar possíveis problemas resultantes da vibração em excesso da estrutura. Foi previsto em projeto o uso de “*Tuned Mass Dampers*” (TMD) na estrutura para efetuar o controle das vibrações, caso fosse necessário. Assim, os suportes para os TMD’s foram executados na estrutura, sem aplicar as massas e os isoamortecedores (rigidez e amortecimento adicionais). A seguir, têm-se duas figuras ilustrando os suportes dos TMD’s.



**Figura 1.1** Suporte para o TMD.



**Figura 1.2** Posição de encaixe dos isoamortecedores.

Foram instalados 28 suportes (total de 56 TMD's) em cada pavimento do bloco F0, totalizando 56 TMD's nesse bloco. Nos blocos F1 e F3, foram instalados 6 suportes, localizados embaixo de cada sala de aula. Já no bloco F2, foram instalados 12 suportes, também localizados nos pontos centrais das salas, sejam salas de aula ou auditórios. Na seção **4.3.1** será detalhado de forma mais precisa as posições dos suportes dos TMD's.

Prosseguindo com o trabalho, a análise das frequências naturais da estrutura está prevista no Anexo L da ABNT NBR 8800 (2008), sendo enquadrada nos critérios de serviço. Com isso, o trabalho consistiu em modelar numericamente a estrutura em questão e obter suas frequências naturais de vibração. O Anexo L da referida norma fornece um método de avaliação simplificada, no item L.3.2, em que a frequência natural mínima do piso em que pessoas caminham regularmente deve ser limitada inferiormente em 4 Hz. Logo, o objetivo do trabalho é calcular as frequências naturais dos pavimentos da estrutura analisada e verificar se a frequência natural mínima estaria no limite imposto pela norma.

No Capítulo 2 desse relatório será apresentada uma breve fundamentação teórica a respeito das características e do dimensionamento de TMD's, focando nos casos de dimensionamento para ações harmônicas e vibração livre. No Capítulo 3 serão apresentadas todas as características da estrutura analisada. As considerações realizadas para a confecção do modelo de elementos finitos serão apresentadas no Capítulo 4. O Capítulo 5 contém os resultados e discussões finais sobre o trabalho, e as conclusões estão presentes no Capítulo 6.

## 2 Fundamentação Teórica

Neste capítulo, apresenta-se de forma resumida a fundamentação teórica do cálculo dos TMD's, focando no dimensionamento desses dispositivos quando sujeitos a ações harmônicas e nos casos de vibração livre. Ainda, comenta-se sobre casos de aplicações de TMD's em estruturas reais.

### 2.1 Breve histórico dos TMD's

As estruturas são solicitadas por diversos tipos de carregamentos, sejam eles estáticos ou dinâmicos. Além de verificar os critérios de ruína, é de extrema importância verificar os critérios de serviço, para assim garantir os padrões de desempenho da estrutura ao longo de sua vida útil. No caso de carregamentos dinâmicos, como vento, sismos e o próprio caminhar de pessoas, ao serem aplicados sobre a estrutura, é possível que causem vibrações indesejadas que ultrapassem os limites do conforto humano, comprometendo de forma significativa o desempenho da estrutura. Se alguma frequência natural da estrutura for próxima da frequência do carregamento, as amplitudes das vibrações podem atingir grandes valores consideráveis que comprometem de forma significativa o desempenho da estrutura, podendo comprometer, também, a integridade da estrutura, como é o caso de estádios de futebol.

Para contornar os efeitos dos carregamentos dinâmicos, pode-se proceder das seguintes maneiras:

- Atuar sobre a ação, de modo a restringir as formas de uso da estrutura (proibir que pessoas corram nos pavimentos da estrutura, por exemplo). Essa medida é pouco viável, principalmente quando os carregamentos dinâmicos são naturais, como ventos e sismos;
- Alterar as propriedades físicas da estrutura, como rigidez e massa. Quanto maior a rigidez da estrutura, maior suas frequências naturais e quanto maior a massa da estrutura, menor suas frequências naturais;
- Acrescentar ou retirar graus de liberdade da estrutura (com a utilização de contraventamentos, por exemplo), pois a estrutura resultante terá frequências

naturais diferentes da inicial, podendo se distanciar da frequência do carregamento atuante;

- Implementação de dispositivos externos para controle de vibração.

Os TMD's se enquadram no último item listado acima. De acordo com Den Hartog e Ormondroyd, em 1909 foi a primeira vez que a aplicação desses dispositivos foi proposta. Posteriormente, Den Hartog apresentou um método para a obtenção dos parâmetros ótimos dos TMD's quando utilizados no controle de vibrações harmônicas em máquinas e equipamentos semelhantes (PAREDES, 2008). Posteriormente, começaram a estudar a aplicação dos TMD's para controle de vibração em estruturas. Observa-se nas últimas três décadas um crescente desenvolvimento de métodos que permitam a aplicação de TMD's no controle de vibrações aleatórias, visto que sismos e cargas de vento são de extrema importância para o dimensionamento de estruturas (PAREDES, 2008).

Os TMD's são classificados como métodos de controle passivo, pois não requerem fontes de energia externa para efetuarem as correções na estrutura em questão. Basicamente, consistem de uma massa acoplada à estrutura por meio de uma mola, que representa uma rigidez adicional, e um amortecedor, constituindo um sistema de um grau de liberdade. Através das reações na mola e no amortecedor, atua para reduzir os deslocamentos na estrutura provenientes do carregamento dinâmico, transmitindo a energia da estrutura principal para a massa do dispositivo. A título de informação, também existem no mercado os TLD's, ou "*Tuned Liquid Dampers*", onde a massa do TMD original é substituída por um líquido viscoso, fazendo com que a dissipação de energia seja feita através do movimento do líquido, devido à sua viscosidade e à formação de ondas.

Os métodos de controle ativo necessitam de fontes externas de energia para efetuar o controle de vibrações na estrutura. Para essa modalidade de controle é frequente a aplicação de AMS's ativos e cabos ativos. Esses dispositivos possuem um sistema embarcado que, através de algoritmos, conseguem identificar e calcular de forma mais precisa a contra-ação necessária para suprir os efeitos do carregamento dinâmico aplicado na estrutura.

## **2.2 Carregamentos harmônicos**

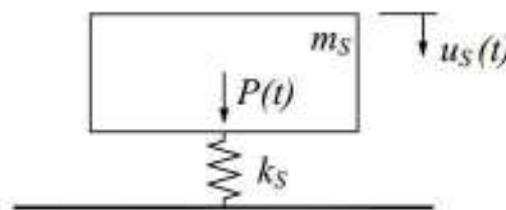
A seguir, comenta-se a respeito do dimensionamento de um TMD para carregamentos harmônicos. Como forma de tornar o procedimento didático, primeiramente será considerado que o amortecimento da estrutura é nulo, para depois efetuar o dimensionamento para estruturas

com amortecimento não desprezível. O amortecimento da estrutura pode ser desconsiderado quando  $\xi_s < 1\%$ , (BACHMANN; WEBER, 1995), onde  $\xi_s$  é o fator de amortecimento da estrutura, que é dado pela razão entre seu coeficiente de amortecimento ( $c_s$ ) e o coeficiente de amortecimento crítico ( $c_{s\ cr}$ ).

$$\xi_s = \frac{c_s}{c_{s\ cr}} = \frac{c_s}{2m_s\omega_s} \quad (2.1)$$

### 2.2.1 Estruturas sem amortecimento

O estudo do comportamento da estrutura frente à carregamentos dinâmicos é feito de forma a considerar a estrutura como um modelo simples de um grau de liberdade, conforme a figura a seguir.



**Figura 2.1** Modelo de um grau de liberdade da estrutura.

Fonte: PAREDES (2008).

Assim, pode-se dizer que a frequência natural da estrutura  $\omega_s$  é calculada por:

$$\omega_s = \sqrt{\frac{k_s}{m_s}} \quad (2.2)$$

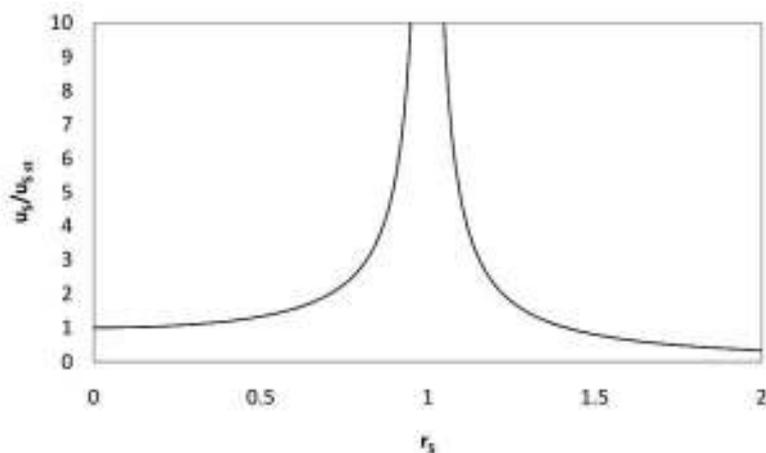
O deslocamento da estrutura é representado por  $u_s(t)$ ;  $m_s$  é sua massa;  $k_s$  representa a rigidez da estrutura e  $P(t)$  o carregamento dinâmico aplicado na estrutura. Para esse estudo, considera-se que o carregamento é senoidal com frequência  $\omega$ , de forma que:

$$P(t) = P_0 \text{sen}(\omega t) \quad (2.3)$$

Para esse sistema simples, tem-se que a equação de equilíbrio que o descreve é:

$$m_s \ddot{u}_s + k_s u_s = P_0 \text{sen}(\omega t) \quad (2.4)$$

E a sua Função de Resposta em Frequência (FRF) é:



**Figura 2.2** FRF do sistema.

Fonte: PAREDES (2008).

Onde  $u_{s\ st}$  é o deslocamento estático, dado por:

$$u_{s\ st} = \frac{P_0}{k_s} \quad (2.5)$$

E  $r_s$  é a razão entre a frequência da excitação e a frequência natural do sistema, dada por:

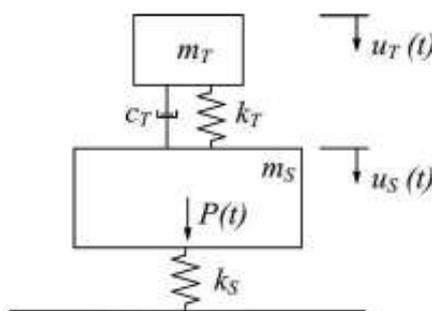
$$r_s = \frac{\omega}{\omega_s} \quad (2.6)$$

Ainda, definem-se os seguintes coeficientes para facilitar o estudo do dimensionamento dos TMD's:

$$q = \frac{\omega_t}{\omega_s} \quad (2.7)$$

$$\mu = \frac{m_t}{m_s} \quad (2.8)$$

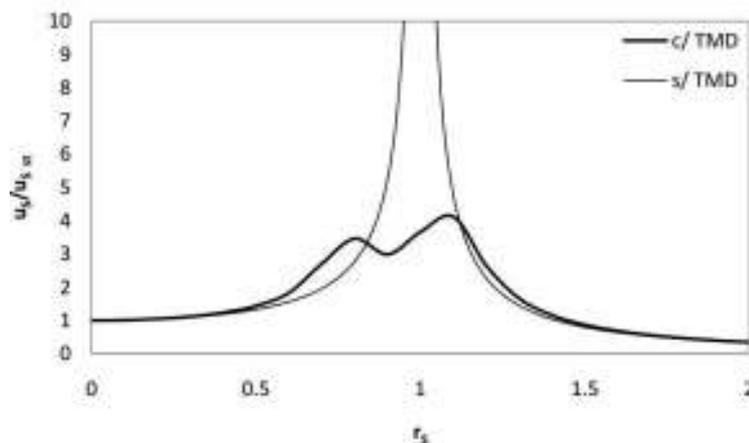
Pela análise da FRF da **Figura 2.2**, pode-se constatar que a estrutura apresenta o fenômeno da ressonância quando há o casamento de frequências entre a excitação e a frequência natural da estrutura. Para evitar que isso ocorra, instala-se o TMD no sistema, produzindo um novo sistema de dois graus de liberdade.



**Figura 2.3** Sistema de dois graus de liberdade com a adição do TMD.

Fonte: PAREDES (2008).

Sendo  $m_t$ ,  $k_t$ , e  $c_t$  os respectivos parâmetros a serem determinados para o dimensionamento completo do TMD. O que se observa com a implementação do TMD é a aparição de dois picos na nova FRF gerada. A seguir, tem-se a FRF gerada considerando que  $q = \frac{\omega_t}{\omega_s} = 0,85$ ,  $\mu = \frac{m_t}{m_s} = 0,15$  e  $\xi_t = 0,20$ , sendo esse último o fator de amortecimento do TMD.



**Figura 2.4** FRF gerada com a adição do TMD.

Fonte: PAREDES (2008).

Logo, constata-se que o TMD é capaz de reduzir a amplitude dos deslocamentos da estrutura, mas esse dispositivo possui uma eficiência inerente, de forma que ele não é capaz de zerar por completo os deslocamentos da estrutura. Nesse novo sistema de dois graus de liberdade, a nova equação de equilíbrio é a que segue.

$$\begin{cases} m_s \ddot{u}_s + c_t(\dot{u}_s - \dot{u}_t) + k_s u_s + k_t(u_s - u_t) = P_0 \text{sen}(\omega t) \\ m_t \ddot{u}_t + c_t(\dot{u}_t - \dot{u}_s) + k_t(u_t - u_s) = 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

A partir da equação (2.9), o dimensionamento do TMD é feito considerando que o sistema atinge o regime permanente, de forma que se pode dizer que as equações que regem o comportamento da estrutura e do TMD são:

$$\begin{cases} u_s(t) = u_{s0} \text{sen}(\omega t) \\ \dot{u}_s(t) = \omega u_{s0} \text{cos}(\omega t) \\ \ddot{u}_s(t) = -\omega^2 u_{s0} \text{sen}(\omega t) \end{cases} \quad (2.10)$$

$$\begin{cases} u_t(t) = u_{t0} \text{sen}(\omega t) \\ \dot{u}_t(t) = \omega u_{t0} \text{cos}(\omega t) \\ \ddot{u}_t(t) = -\omega^2 u_{t0} \text{sen}(\omega t) \end{cases} \quad (2.11)$$

Assim, a equação de equilíbrio (2.9) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\begin{cases} -m_s \omega^2 u_{s0} \text{sen}(\omega t) + c_t \omega (u_{s0} - u_{t0}) \text{cos}(\omega t) + k_s u_{s0} \text{sen}(\omega t) + \\ \quad + k_t (u_{s0} - u_{t0}) \text{sen}(\omega t) = P_0 \text{sen}(\omega t) \\ -m_t \omega^2 u_{t0} \text{sen}(\omega t) + c_t \omega (u_{t0} - u_{s0}) \text{cos}(\omega t) + k_t (u_{t0} - u_{s0}) \text{sen}(\omega t) = 0 \end{cases} \quad (2.12)$$

Como a análise está sendo feita considerando o regime permanente, o sistema (2.12) é tratado no plano complexo com o objetivo de eliminar os termos dependentes do tempo do equacionamento. Segundo Den Hartog (1985), pode-se considerar as funções *seno* e *coseno* como vetores a girar com velocidade  $\omega$ , de forma que as equações (2.12) podem ser reescritas da seguinte forma (PAREDES, 2008):

$$\begin{cases} -m_s \omega^2 u_{s0} + c_t \omega (u_{s0} - u_{t0}) i + k_s u_{s0} + \\ \quad + k_t (u_{s0} - u_{t0}) = P_0 \\ -m_t \omega^2 u_{t0} + c_t \omega (u_{t0} - u_{s0}) i + k_t (u_{t0} - u_{s0}) = 0 \end{cases} \quad (2.13)$$

Simplificando as equações (2.13) em função de  $u_{s0}$  e  $u_{t0}$ , tem-se:

$$\begin{cases} u_{s0} = P_0 \frac{(k_t - \omega^2 m_t) + \omega c_t i}{[(k_s - \omega^2 m_s)(k_t - \omega^2 m_t) - m_t \omega^2 k_t] + \omega c_t (-\omega^2 m_s + k_s - \omega^2 m_t) i} \\ u_{t0} = P_0 \frac{k_t + \omega c_t i}{[(k_s - \omega^2 m_s)(k_t - \omega^2 m_t) - m_t \omega^2 k_t] + \omega c_t (-\omega^2 m_s + k_s - \omega^2 m_t) i} \end{cases} \quad (2.14)$$

Como foi adotado o plano complexo para continuar com o equacionamento, tem-se, agora, que a amplitude máxima do deslocamento da estrutura corresponde ao módulo da incógnita  $u_{s0}$ , ou seja:

$$A = \sqrt{(Re\{u_{s0}\})^2 + (Im\{u_{s0}\})^2} = \|u_{s0}\| \quad (2.15)$$

Manipulando a equação (2.14), encontra-se que o módulo de  $u_{s0}$  pode ser escrito como:

$$\frac{u_{s0}}{P_0} = \sqrt{\frac{(k_t - \omega^2 m_t)^2 + (\omega c_t)^2}{[(k_s - \omega^2 m_s)(k_t - \omega^2 m_t) - m_t \omega^2 k_t]^2 + (\omega c_t)^2 (-\omega^2 m_s + k_s - \omega^2 m_t)^2}} \quad (2.16)$$

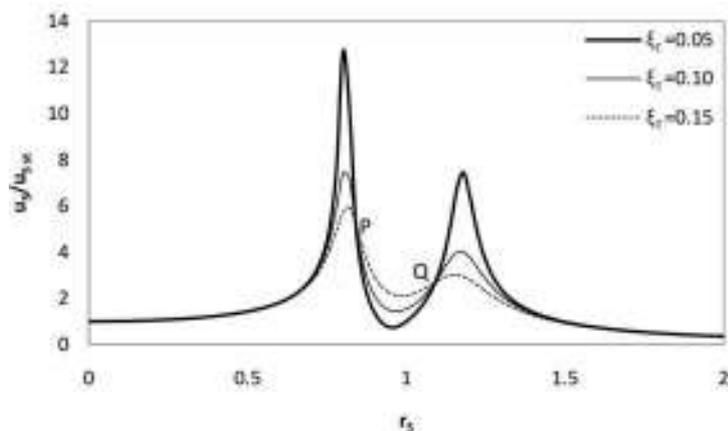
A partir da equação (2.16) é possível verificar o comentário feito anteriormente, de que o TMD apenas ameniza os deslocamentos na estrutura principal, mas não consegue anulá-los por completo, pois o numerador dessa equação é tal que:

$$(k_t - \omega^2 m_t)^2 + (\omega c_t)^2 > 0 \quad (2.17)$$

Inserindo os coeficientes  $q, r_s, \mu, \xi_t$  definidos anteriormente, chega-se a:

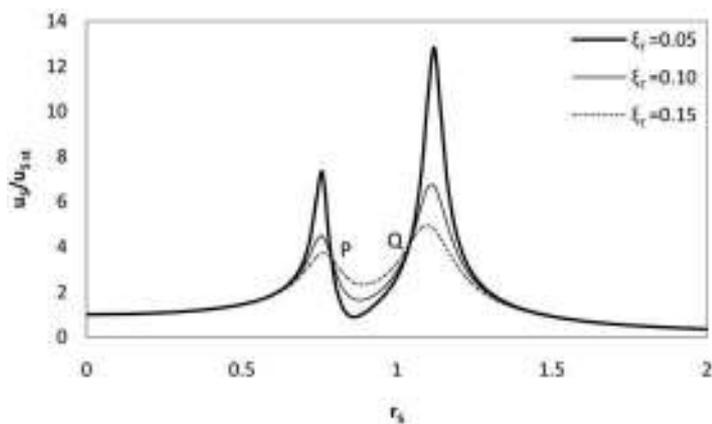
$$\frac{u_{s0}}{u_{s0st}} = \sqrt{\frac{(2\xi_t r_s q)^2 + (r_s^2 - q^2)^2}{(2\xi_t r_s q)^2 [1 - r_s^2 (1 + \mu)]^2 + \{r_s^4 - [1 + (1 + \mu)q^2] r_s^2 + q^2\}^2}} \quad (2.18)$$

Para proceder com o dimensionamento, considere as seguintes FRF's nas figuras abaixo, sendo plotadas a partir da equação (2.18).



**Figura 2.5** FRF para  $q = 0,95$  e  $\mu = 0,15$ .

Fonte: PAREDES (2008).



**Figura 2.6** FRF para  $q = 0,85$  e  $\mu = 0,15$ .

Fonte: PAREDES (2008).

A partir da análise das figuras, conforme mencionado anteriormente, percebe-se que a adição do TMD provoca o surgimento de dois picos e de um mínimo, e é a posição relativa desses pontos de máximo e mínimo frente à frequência natural da estrutura que determinará a eficiência do TMD. Ou seja, o posicionamento dos pontos de máximo e mínimo da nova FRF gerada pela adição do TMD permite efetuar a comparação entre os deslocamentos da estrutura antes e depois da aplicação do dispositivo e calcular a eficiência do TMD. Ainda analisando as figuras, podem-se fazer as seguintes observações:

- existem dois pontos fixos, P e Q, por onde todas as curvas passam, independente dos valores de  $\xi_t$ ;
- a partir da alteração realizada no valor do parâmetro  $q$ , percebe-se que a posição relativa dos pontos P e Q, em relação ao eixo das ordenadas, se altera;
- a inclinação das curvas nos pontos P e Q difere para os três valores distintos de do parâmetro  $\xi_t$ .

Tendo em vista a definição de eficiência do TMD mencionado acima, calcular os parâmetros ótimo do TMD significa obter os valores de  $m_t$ ,  $k_t$  e  $c_t$  de forma que a nova FRF gerada tenha seus pontos de máximo e mínimos posicionados de forma a reduzir ao máximo os deslocamentos na estrutura causados pela frequência de excitação alvo. De acordo com as três observações realizadas acima, o dimensionamento prossegue da seguinte forma, a partir da equação (2.18):

- como os pontos P e Q são fixos, manipula-se os parâmetros do TMD de forma que esses pontos ocupem as posições máximas da FRF, pois assim garante-se controle sobre os deslocamentos máximos da estrutura quando se aplica o TMD. Isso é feito impondo que:

$$\frac{\partial \left( \frac{u_s}{u_{s\ st}} \right)}{\partial r_s} = 0 \quad (2.19)$$

- com o intuito de garantir que a eficiência do TMD seja mantida para pequenas variações na frequência de excitação externa, impõe-se que os pontos P e Q, além de ocupar as posições máximas na FRF, possuam picos de mesma altura, ou seja, que os deslocamentos máximos da estrutura tenham o mesmo valor nos dois pontos de máximo, de forma que:

$$\left( \frac{u_s}{u_{s\ st}} \right) \Big|_{r_s=r_s^P} = \left( \frac{u_s}{u_{s\ st}} \right) \Big|_{r_s=r_s^Q} \quad (2.20)$$

- a observação de que os pontos P e Q são fixos ainda implica que nas abscissas equivalentes a esses pontos a equação (2.18) pode ser reescrita de forma a não depender do parâmetro  $\xi_t$ . Procedendo dessa forma, é possível determinar as abscissas dos pontos P e Q.

Assim, o próximo passo é determinar as abscissas dos pontos P e Q. Com a simples análise da equação (2.18), é possível observar que a mesma pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{u_{s0}}{u_{s st}} = \sqrt{\frac{a(\mu, q)\xi_t^2 + b(\mu, q)}{c(\mu, q)\xi_t^2 + d(\mu, q)}} \quad (2.21)$$

De acordo com o último comentário descrito acima, impõe a seguinte condição:

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \quad (2.22)$$

Efetuada as manipulações algébricas, acha-se que:

$$r_s^{P,Q} = \sqrt{\frac{1 + (1 + \mu)q^2 \pm \sqrt{1 - 2q^2 + (1 + \mu)^2 q^4}}{2 + \mu}} \quad (2.23)$$

Igualando os resultados da equação (2.23), obtém-se o valor do parâmetro  $q$  ótimo.

$$q_{otm} = \frac{1}{1 + \mu} \quad (2.24)$$

O próximo passo é substituir o valor de  $q_{otm}$  calculado na equação (2.18) para assim garantir a relação o cálculo do parâmetro  $\xi_t$  esteja associado com o valor ótimo de  $q$ . Fazendo isso, obtém-se a seguinte equação:

$$\frac{u_s}{u_{s st}} = \sqrt{\frac{\left[2\xi_t r_s \left(\frac{1}{1 + \mu}\right)\right]^2 + \left[r_s^2 - \left(\frac{1}{1 + \mu}\right)^2\right]^2}{\left[2\xi_t r_s \left(\frac{1}{1 + \mu}\right)\right]^2 [1 - r_s^2(1 + \mu)]^2 + \left\{r_s^4 - \left[1 + (1 + \mu) \left(\frac{1}{1 + \mu}\right)^2\right] r_s^2 + \left(\frac{1}{1 + \mu}\right)^2\right\}^2}} \quad (2.25)$$

Calculando os pontos de extremos dessa equação, chega-se aos seguintes resultados:

$$\xi_t^2 = \frac{\mu \left( 3 - \sqrt{\frac{\mu}{\mu + 2}} \right)}{8(1 + \mu)^3} \quad (2.26)$$

$$\xi_t^2 = \frac{\mu \left( 3 + \sqrt{\frac{\mu}{\mu + 2}} \right)}{8(1 + \mu)^3} \quad (2.27)$$

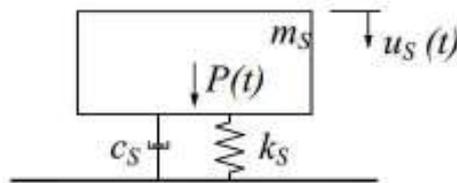
Den Hartog (1985) recomenda que se tome a média dos valores acima como valor ótimo da taxa de amortecimento do TMD. Logo, o amortecimento ótimo é o que segue.

$$\xi_{t \text{ otm}} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)^3}} \quad (2.28)$$

A respeito da aproximação realizada acima, é válido citar que a relação entre as massas do TMD e da estrutura ( $\mu$ ) é um valor pequeno, pois o TMD consiste em um dispositivo a parte que é adicionado à estrutura para que possa trabalhar em conjunto com essa, amenizando possíveis deslocamentos indejesáveis da estrutura causados por excitações dinâmicas. Caso fosse necessária uma massa muito grande para garantir a eficiência do TMD, seria importante analisar se a aplicação do TMD é realmente a solução que mais se adequa, ou se outros métodos seriam mais eficientes, como aumentar a rigidez da estrutura na fase de projeto.

## 2.2.2 Estruturas com amortecimento

Esse caso é o mais próximo das situações reais. Aqui se insere o amortecimento da estrutura ao modelo de um grau de liberdade, mantendo-se as considerações passadas.



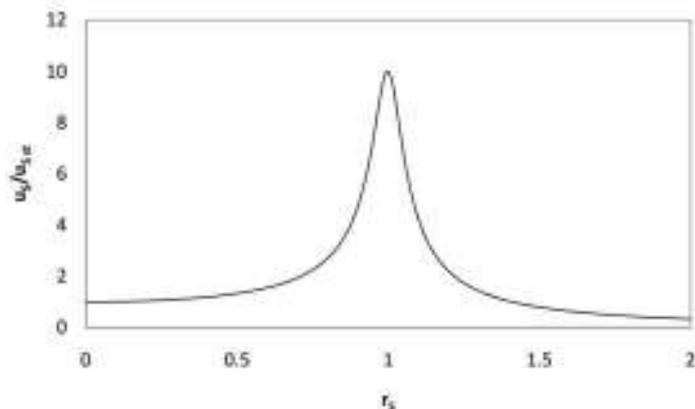
**Figura 2.7** Sistema de um grau de liberdade com amortecimento.

Fonte: PAREDES (2008).

Assim, tem-se que a seguinte equação rege o comportamento do modelo.

$$m_s \ddot{u}_s + c_s \dot{u}_s + k_s u_s = P_0 \text{sen}(\omega t) \quad (2.29)$$

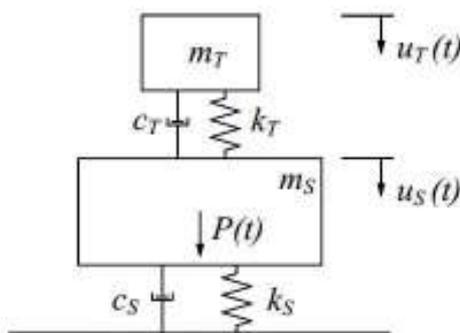
A seguir, tem-se a FRF do modelo.



**Figura 2.8** FRF do sistema.

Fonte: PAREDES (2008).

Novamente, com a adição do TMD, obtém-se um sistema de dois graus de liberdade, esquematizado na figura abaixo.



**Figura 2.9** Sistema de dois graus de liberdade com a adição do TMD.

Fonte: PAREDES (2008).

A nova equação de equilíbrio passa a ser:

$$\begin{cases} m_s \ddot{u}_s + c_s \dot{u}_s + c_t (\dot{u}_s - \dot{u}_t) + k_s u_s + k_t (u_s - u_t) = P_0 \text{sen}(\omega t) \\ m_t \ddot{u}_t + c_t (\dot{u}_t - \dot{u}_s) + k_t (u_t - u_s) = 0 \end{cases} \quad (2.30)$$

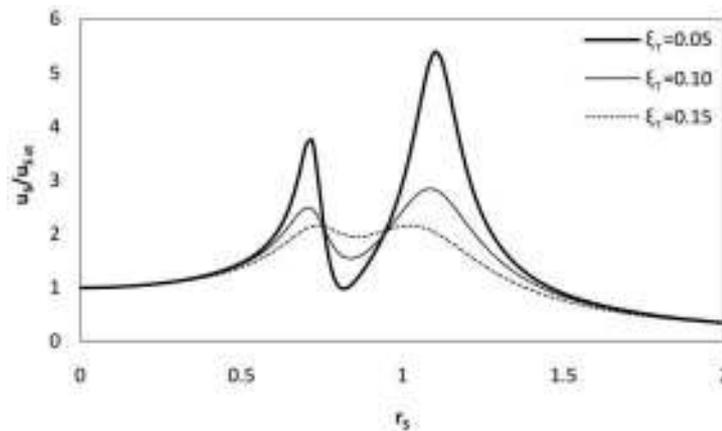
Seguindo as mesmas considerações de atingimento do regime permanente e equacionamento no plano complexo, chega-se aos seguintes resultados.

$$\begin{cases} u_{s0} = P_0 \frac{(k_t - \omega^2 m_t) + \omega c_t i}{[(k_s - \omega^2 m_s)(k_t - \omega^2 m_t) + \omega^2 (c_s c_t - m_t k_t)] + \omega [c_s (-\omega^2 m_t + k_t) + c_t (-\omega^2 m_s - \omega^2 m_t + k_s)] i} \\ u_{t0} = P_0 \frac{k_t + \omega c_t i}{[(k_s - \omega^2 m_s)(k_t - \omega^2 m_t) + \omega^2 (c_s c_t - m_t k_t)] + \omega [c_s (-\omega^2 m_t + k_t) + c_t (-\omega^2 m_s - \omega^2 m_t + k_s)] i} \end{cases} \quad (2.31)$$

Obtendo o módulo da expressão acima e substituindo os parâmetros  $q, r, \mu, \xi$  e  $u_{s, st} = \frac{P_0}{k_s}$ , tem-se:

$$\frac{u_{s0}}{u_{s, st}} = \sqrt{\frac{(2\xi_t r_s q)^2 + (r_s^2 - q^2)^2}{(2r_s)^2 [\xi_t (r_s^2 (1 + \mu) - 1) + \xi_s (r_s^2 - q^2)]^2 + [\mu q^2 r_s^2 - (r_s^2 - 1)(r_s^2 - q^2) + (2r_s)^2 \xi_s \xi_t]^2}} \quad (2.32)$$

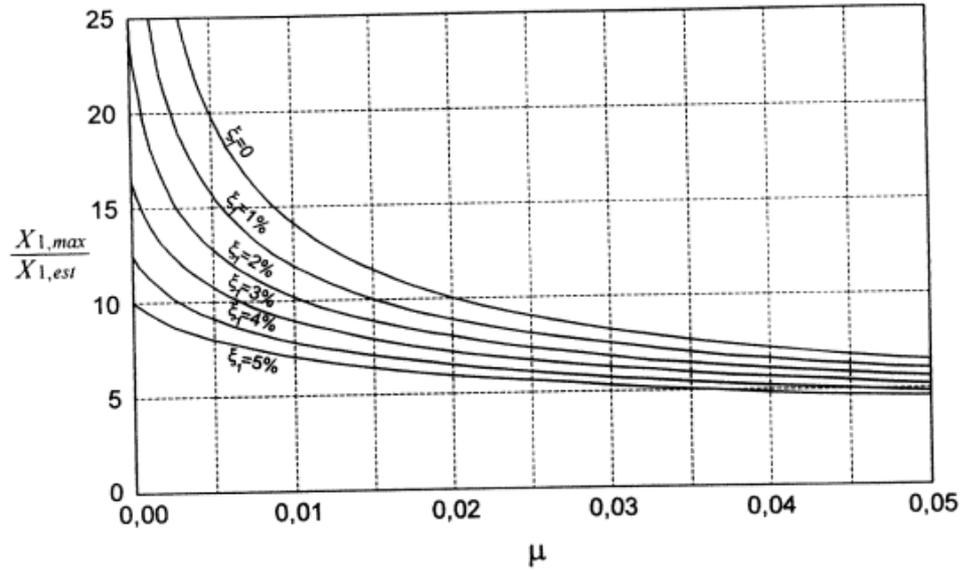
Para concluir com o dimensionamento do TMD nesse caso, da mesma forma que no anterior, deve-se calcular os parâmetros  $\xi_{t, otm}$  e  $q_{otm}$  de forma a posicionar os picos do TMD com o intuito de otimizar a eficiência desse dispositivo. Porém, nesse caso não se consegue afirmar que todas as curvas da FRF passam por dois pontos fixos. O que se percebe é que as curvas passam por uma região limitada, de forma que a área dessa região é proporcional ao amortecimento da estrutura: quanto mais amortecida a estrutura, maior será a área dessa região.



**Figura 2.10** Região de interseção das curvas.

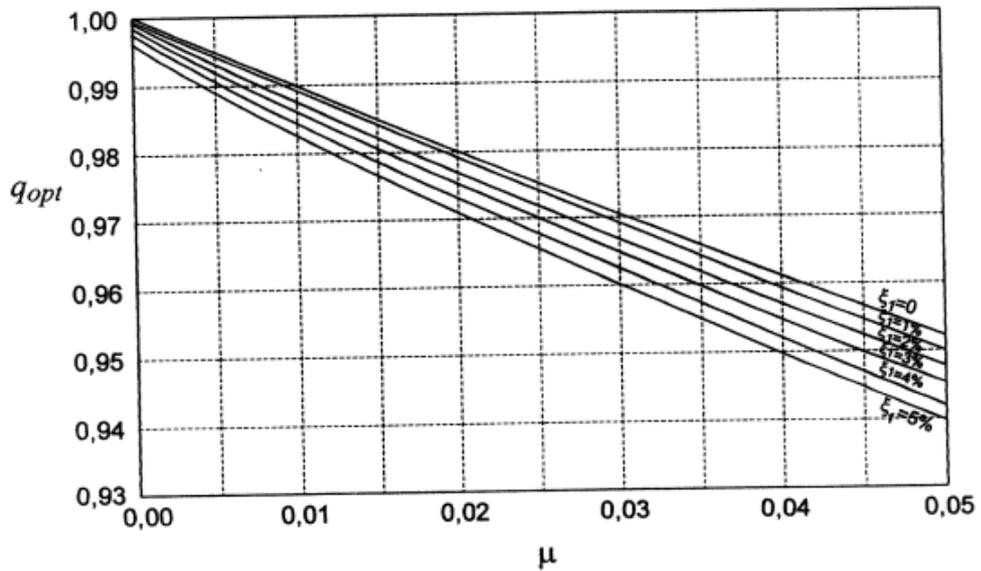
Fonte: PAREDES (2008).

Conforme mencionado anteriormente, para valores amortecimento maiores que 1% não se é possível desprezar esse parâmetro. Para esses casos, utilizam-se ábacos que representam as soluções numéricas da equação (2.32), obtidos de Moutinho (1998).



**Figura 2.11** Curvas de amplificação máxima do deslocamento da massa  $m_s$ .

Fonte: MOUTINHO (1998).



**Figura 2.12** Curvas para determinação de  $q_{otm}$ .

Fonte: MOUTINHO (1998).

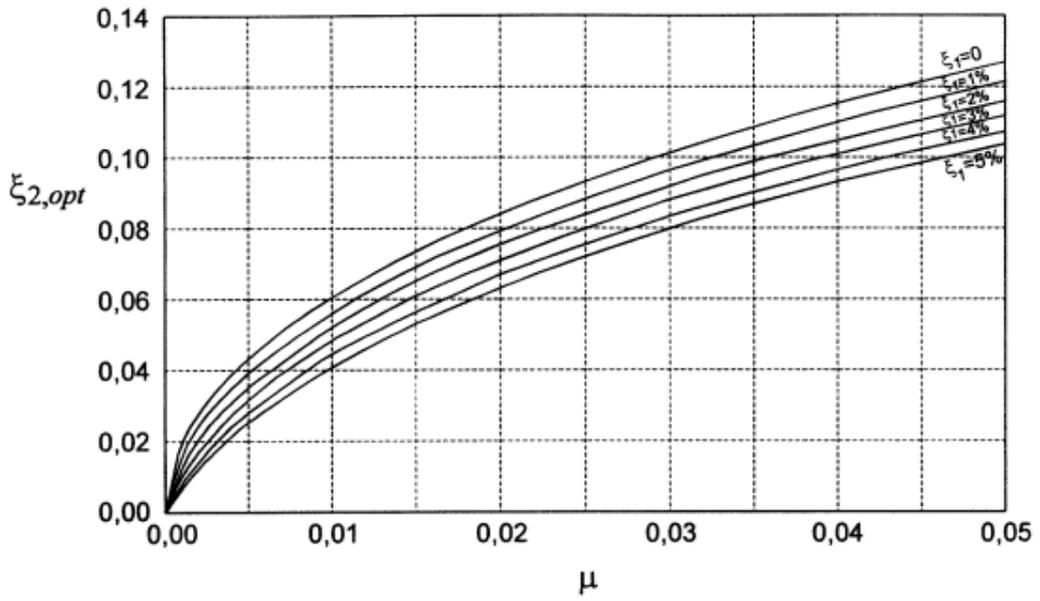


Figura 2.13 Curvas para determinação de  $\xi_{totm}$ .

Fonte: MOUTINHO (1998).

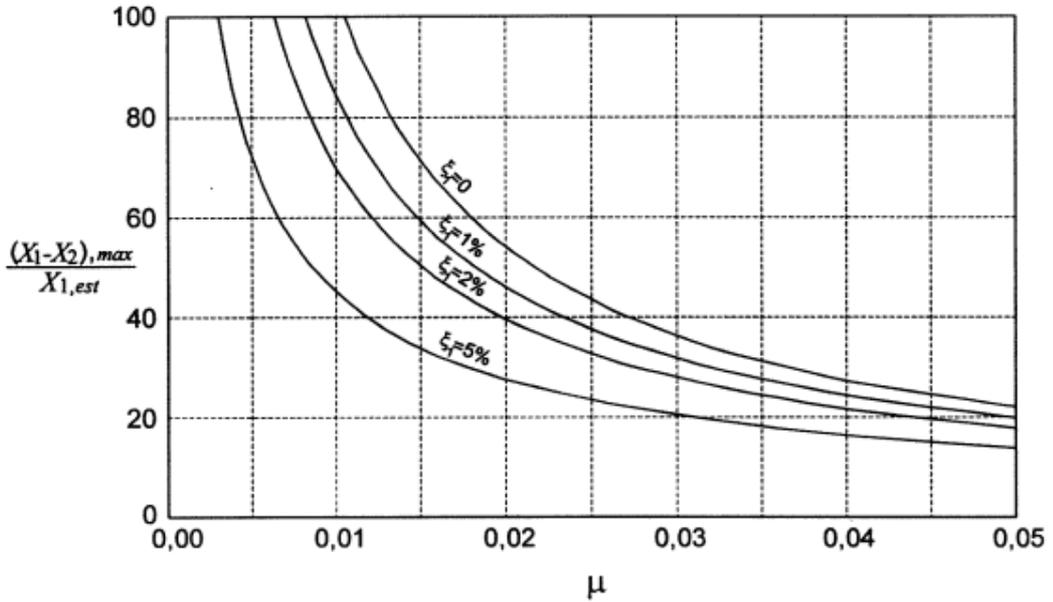


Figura 2.14 Curvas de amplificação máxima do deslocamento relativo entre  $m_s$  e  $m_t$ .

Fonte: MOUTINHO (1998).

O procedimento de cálculo acontece da seguinte forma (MOUTINHO, 1998):

- **Figura 2.11:** são indicadas as curvas de amplificação máxima da resposta do sistema principal, possibilitando a determinação do valor da massa do TMD;
- **Figura 2.12:** permite obter o valor de  $q_{otm}$ , para assim calcular o valor da rigidez do TMD;
- **Figura 2.13:** permite obter o valor do amortecimento ótimo do TMD;
- **Figura 2.14:** indica os deslocamentos máximos relativos entre a estrutura principal e o TMD, de forma a permitir quantificar o espaçamento mínimo entre os dois elementos.

### 2.3 Carregamentos periódicos não harmônicos

Os métodos descritos acima permitem efetuar o dimensionamento de TMD's para solicitações harmônicas. Para o caso de carregamentos periódicos, mas não harmônicos, recomenda-se utilizar a aproximação por série de Fourier para o carregamento em questão (PAREDES, 2008). Dessa forma, tem-se:

$$P(t) = a_0 + \sum_{j=1}^{\infty} a_j \cos(\omega_j t) + \sum_{j=1}^{\infty} b_j \text{sen}(\omega_j t) \quad (2.33)$$

Onde

$$\omega_j = j\omega = j \frac{2\pi}{T} = j2\pi f \quad (2.34)$$

Os coeficientes da série podem ser obtidos da seguinte maneira:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt \quad (2.35)$$

$$a_j = \frac{2}{T} \int_0^T p(t) \cos(\omega_j t) dt, \quad j = 1 \dots \infty \quad (2.36)$$

$$b_j = \frac{2}{T} \int_0^T p(t) \sin(\omega_j t) dt, \quad j = 1 \dots \infty \quad (2.37)$$

Embora a série de Fourier possua um número infinito de termos, na prática considera-se um número finito de termos suficientes para aproximar a função de carga de modo que o erro fique dentro de padrões aceitáveis. Para o caso do caminhar de pessoas, por exemplo, sugere-se considerar três harmônicas para o andar e quatro para corrida (MOUTINHO, 1998).

Como a estrutura analisada no trabalho consiste em um prédio de salas de aula, salas de professores e de auditórios, comenta-se a seguir as funções de carga recomendadas para o caminhar de pessoas, de acordo com Moutinho (1998).

- Função de carga para o andar

$$F_p(t) = G + \sum_{i=1}^n G\alpha_i \sin(2\pi i f_p t - \phi_i) \quad (2.38)$$

Onde  $G$  é o peso do pedestre,  $\alpha_i$  o coeficiente de Fourier da  $i$ -ésima harmônica,  $G\alpha_i$  a amplitude da força correspondente,  $f_p$  a frequência da passada em Hz,  $\phi_i$  o ângulo de fase da  $i$ -ésima harmônica relativamente à primeira,  $i$  o número de ordem dos termos da série e  $n$  o número total de harmônicas consideradas, usualmente igual a três. Pernica (1990) e Bachmann (1995) recomendam para os valores dos coeficientes da série de Fourier das três primeiras harmônicas os valores indicados abaixo.

	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$
$1 < f_p \leq 1,5 \text{ Hz}$	$0,43f_p - 0,38$	0,1	0,1
$1,5 < f_p \leq 2,5 \text{ Hz}$	$0,43f_p - 0,38$	$0,15f_p - 0,125$	0,1

**Figura 2.15** Coeficientes da série de Fourier para as três primeiras harmônicas.

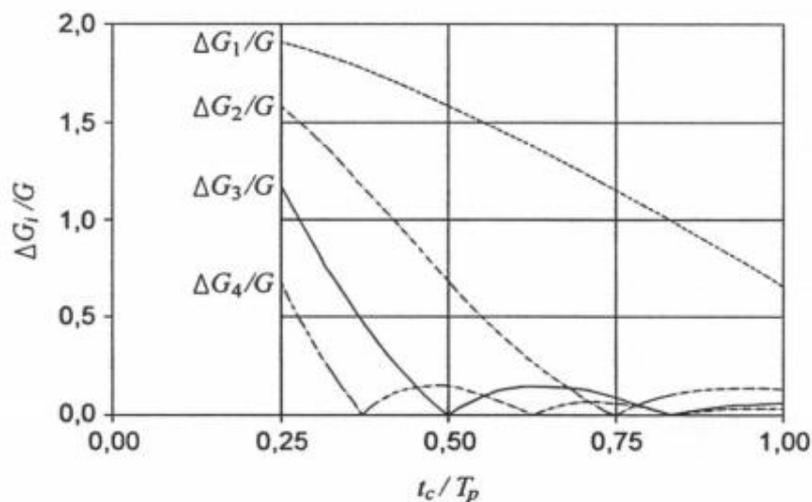
Fonte: MOUTINHO (1998).

De acordo com Moutinho (1998): “Em relação aos ângulos de fase, cuja variação é bastante aleatória, Bachmann propõe a adoção de valores que conduzam à sobreposição de harmônicas mais desfavorável, sendo, no entanto, sugerido que, em cálculo automático, se tome  $\phi_1 = 0, \phi_2 = \frac{\pi}{2}, \phi_3 = -\frac{\pi}{2}$ .”

- Função de carga para a corrida

$$F_p(t) = G + \sum_{i=1}^n \Delta G_i \cos\left(2\pi i f_p \left(t - \frac{t_c}{2}\right)\right) \quad (2.39)$$

Onde  $G$  é o peso do pedestre,  $\Delta G_i$  é a amplitude da  $i$ -ésima harmônica,  $f_p$  é a frequência da passada em Hz,  $t_c$  o tempo de contato pé-pavimento e  $n$  o número total de harmônicas consideradas, que normalmente se toma igual a quatro. A figura abaixo indica os valores dos coeficientes da série de Fourier das primeiras quatro harmônicas em função da relação  $t_c/T_p$ , sendo  $T_p$  o período da passada.



**Figura 2.16** Coeficientes de Fourier das quatro primeiras harmônicas.

Fonte: MOUTINHO (1998).

Depois de definido a quantidade de harmônicas consideradas na série de Fourier, pode-se calcular a resposta da estrutura a cada termo individual pelos métodos de cálculo para carregamentos harmônicos apresentados, utilizando o princípio da superposição dos efeitos

para obter a resposta final do sistema. Também se pode abordar o problema selecionando qual componente da série de Fourier é mais relevante para o comportamento da estrutura e estudá-lo de forma isolada (PAREDES, 2008).

## 2.4 Vibração livre

O método citado agora tem aplicação no controle de vibrações livres em estruturas (FUJINO, 1993), ou seja, vibrações residuais que são originadas por choques ou impactos na estrutura. Nesse caso, apenas aplica-se um pulso inicial na estrutura, sem presença de excitação externa adicional ao longo da análise. Novamente, considere o modelo de dois graus de liberdade oriundo da adição do TMD à estrutura, conforme a **Figura 2.9**. As equações de equilíbrio do sistema são:

$$\begin{cases} m_s \ddot{u}_s + c_s \dot{u}_s + c_t (\dot{u}_s - \dot{u}_t) + k_s u_s + k_t (u_s - u_t) = 0 \\ m_t \ddot{u}_t + c_t (\dot{u}_t - \dot{u}_s) + k_t (u_t - u_s) = 0 \end{cases} \quad (2.40)$$

Sua forma matricial pode ser escrita da seguinte forma:

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = 0 \quad (2.41)$$

De forma que M é a matriz de massa do sistema, C a matriz de amortecimento, K a matriz de rigidez e U o vetor dos deslocamentos, conforme se segue:

$$M = \begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_t \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

$$C = \begin{bmatrix} c_s + c_t & -c_t \\ -c_t & c_t \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

$$K = \begin{bmatrix} k_s + k_t & -k_t \\ -k_t & k_t \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

$$U = \begin{bmatrix} u_s \\ u_t \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Efetua-se, agora, a seguinte substituição nas matrizes C e K:

$$\begin{cases} c = 2m\omega\xi \\ k = \omega^2m \end{cases} \quad (2.46)$$

Aplicando as equações (2.42 – 2.46) em (2.41), chega-se ao seguinte problema de autovalor.

$$[\lambda^2 M + \lambda C + K]\phi = 0 \quad (2.47)$$

$$\left[ \lambda^2 \begin{bmatrix} m_s & 0 \\ m_t & m_t \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} 2m_s\omega_s\xi_s & -2m_t\omega_t\xi_t \\ 0 & 2m_t\omega_t\xi_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_s\omega_s^2 & -m_t\omega_t^2 \\ 0 & m_t\omega_t^2 \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} \phi_s \\ \phi_t \end{bmatrix} = 0 \quad (2.48)$$

Simplificando, chega-se em:

$$\begin{bmatrix} m_s\lambda^2 + 2m_s\omega_s\xi_s\lambda + m_s\omega_s^2 & -2m_t\omega_t\xi_t\lambda - m_t\omega_t^2 \\ m_t\lambda^2 & m_t\lambda^2 + 2m_t\omega_t\xi_t\lambda + m_t\omega_t^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_s \\ \phi_t \end{bmatrix} = 0 \quad (2.49)$$

Para que o sistema representado por (2.49) apresente solução que não seja a trivial, é necessário que o determinante da matriz dos coeficientes de (2.49) seja nulo. Assim, chega-se a seguinte equação:

$$\begin{aligned} \lambda^4 + 2[\omega_s\xi_s + (1 + \mu)\omega_t\xi_t]\lambda^3 + [\omega_s^2 + (1 + \mu)\omega_t^2 + 4\omega_s\omega_t\xi_s\xi_t]\lambda^2 \\ + 2\omega_s\omega_t[\omega_t\xi_s + \omega_s\xi_t]\lambda + \omega_s^2\omega_t^2 = 0 \end{aligned} \quad (2.50)$$

A equação (2.50) possui quatro raízes, constituídas por dois números complexos e seus respectivos conjugados. O valor das frequências naturais e amortecimento do TMD podem ser obtidos através das seguintes equações (PAREDES, 2008), sendo  $\lambda_j, \bar{\lambda}_j = a \pm bi$ ,  $j = 1, 2$  as raízes complexas da equação:

$$\begin{cases} \omega_j = \sqrt{a_j^2 + b_j^2}, \quad j = 1, 2 \\ \xi_j = \frac{a_j}{\sqrt{a_j^2 + b_j^2}}, \quad j = 1, 2 \end{cases} \quad (2.51)$$

As raízes da equação (2.50) podem ser obtidas reescrevendo a mesma em termos de suas raízes, da seguinte forma:

$$\lambda^4 + 4a\lambda^3 + (6a^2 + 2b^2)\lambda^2 - 4a(a^2 + b^2)\lambda + (a^2 + b^2) = 0 \quad (2.52)$$

Assim, obtêm-se os seguintes valores para os parâmetros ótimos do TMD.

$$\begin{cases} q_{otm} = \frac{1}{1 + \mu} - \frac{\sqrt{\mu} \xi_s}{(1 + \mu) \sqrt{1 + \mu - \xi_s^2}} \\ \xi_{t\ otm} = \frac{\xi_s}{1 + \mu} + \frac{\sqrt{\mu} \sqrt{1 + \mu - \xi_s^2}}{1 + \mu} \end{cases} \quad (2.53)$$

## 2.5 TMD's múltiplos

### 2.5.1 Vários modos de vibração

Os equacionamentos feitos nos itens anteriores consideravam uma estrutura sujeita a excitação de apenas um modo de vibração, sendo necessária a instalação de um TMD apenas, sendo enquadrado no caso de TMD's simples. Considere agora uma estrutura que possua dois modos de vibração capazes de serem excitados pelos carregamentos usuais que atuam na estrutura. Sendo assim, o sistema necessita de um TMD que controle os dois modos de vibração analisados.

Para analisar esse caso de mais de um modo de vibração, deve-se fazer as seguintes considerações:

- Frequências naturais afastadas: se os modos de vibração são afastados, deve-se avaliar a contribuição de cada modo de maneira isolada, de forma a determinar a real relevância de cada modo no comportamento da estrutura e discernir se a aplicação do TMD deve levar em conta as duas frequências naturais ou se uma delas pode ser desprezada. Caso haja necessidade de efetuar o controle dos dois modos de vibração, considera-se que uma frequência não tem efeito considerável sobre o modo de vibração da outra, e vice-versa. O mesmo é válido para a atuação do TMD, de forma que um TMD sincronizado com um dos modos de

vibração não afetará de forma significativa o outro modo. Sendo assim, caso as duas frequências sejam relevantes para o comportamento da estrutura, necessita-se de um TMD para cada modo de vibração. Caso contrário, despreza-se o modo de vibração que não possui relevância significativa para o sistema e aplica-se apenas um TMD, sincronizado com o modo considerado;

- Frequências naturais próximas: nesse caso, devido à proximidade dos modos de vibração, os carregamentos capazes de excitar um dos modos exercem influência significativa no outro modo, de forma que as duas frequências necessitam de controle. A questão é saber se apenas um TMD será capaz de efetuar o controle dos dois modos de vibração. Estudos indicam que os TMD's são extremamente sensíveis ao sincronismo de frequência, mas são pouco sensíveis às variações de amortecimento (PAREDES, 2008). Sendo assim, para garantir a eficiência do TMD frente às variações de frequência, é necessário projetar um TMD para cada modo de vibração.

Diante do exposto, pode-se resumir que o dimensionamento de um TMD deve ser efetuado considerando um TMD para cada modo de vibração. Cada modo é analisado como um oscilador de um grau de liberdade, desprezando a influência no modo em estudo de outros TMD's sincronizados para outras frequências (PAREDES, 2008).

### **2.5.2 Um modo de vibração**

Nos casos de aplicações reais de TMD's, as estruturas impõem restrições à implementação desses dispositivos, sejam elas restrições arquitetônicas ou até mesmo restrições estruturais, caso a margem de segurança das peças estruturais não tenha folga considerável para receber a massa de projeto do TMD (isso pode acontecer caso não se tenha avaliado o comportamento da estrutura frente à carregamentos dinâmicos na fase de projeto, caso em que não teria sido previsto acréscimo de massa para controle de vibração devido à acoplagem de TMD's). Somando-se a isso, a implementação de TMD's com massas e dimensões elevadas é bem mais complicado quando comparada com a implementação de várias unidades menores, considerando que essas terão o mesmo efeito do TMD original. A solução para esse inconveniente é dada a seguir.

De acordo com PAREDES (2008): “conhecendo os níveis de resposta desejados para a estrutura em causa, determina-se o valor de  $\mu$  necessário, como se se tratasse de um único TMD. Em seguida, é imprescindível conhecer o número de TMD’s menores a instalar e as respectivas posições. A posição deve ser escolhida de modo a que os TMD’s se situem o mais próximo possível das secções com componentes modais mais elevadas (para o modo em causa). O seu número deve ser escolhido de forma a satisfazer as restrições colocadas pela estrutura. Pode, por exemplo, optar-se pela instalação de dois TMD’s. Se tal solução não for compatível com as restrições impostas, vai-se aumentando o número até chegar ao adequado. Em seguida, calcula-se o valor da massa modal correspondente à posição de cada TMD, considerando o modo de vibração normalizado de forma a possuir componente modal unitária na posição de cada TMD. Com a massa modal correspondente à posição de cada TMD, adoptando para cada o valor de  $\mu$  calculado anteriormente, calcula-se a massa de cada um dos TMD’s. No entanto, o conjunto de TMD’s concebidos por este processo, vai dar origem a uma redução de resposta maior do que a necessária, ou seja, o TMD equivalente está sobre-dimensionado. De modo a controlar este efeito, é conveniente introduzir um coeficiente  $\beta_j$ , chamado de fator de participação, que deve ser multiplicado pela massa de cada TMD,  $m_{tj}$ . Esses factores de participação devem respeitar a condição:”

$$\sum_{j=1}^n \beta_j = 1 \quad (2.54)$$

## 2.6 Considerações sobre o uso de TMD’s

A seguir, faz-se um breve comentário a cerca das características teóricas e práticas do uso desses dispositivos.

### 2.6.1 Considerações teóricas

De modo geral, o dimensionamento de TMD’s, assim como a análise do comportamento de uma estrutura frente à carregamentos dinâmicos, é feito com base no estudo de um sistema de um grau de liberdade, sendo a estrutura aproximada por uma massa, uma rigidez e um amortecimento que se desloca em uma direção. A esse sistema é acoplado um dispositivo com as mesmas características da estrutura principal (uma massa, uma mola e um amortecedor), de

forma que o sistema resultante possui dois graus de liberdade, que representam os deslocamentos da estrutura e do TMD. Assim, a análise é feita considerando esse sistema simplificado de dois graus de liberdade, conforme a **Figura 2.9**, com o intuito de achar os parâmetros ótimos do TMD de modo a reduzir ao máximo os deslocamentos na estrutura principal.

Como as estruturas reais possuem vários graus de liberdade com seus respectivos modos de vibração, a análise completa da resposta da estrutura frente à carregamentos dinâmicos consiste no estudo de vários sistemas de um grau de liberdade, sendo que cada sistema representa um modo de vibração de interesse. Sendo assim, é necessário determinar os vários valores de massa, rigidez e amortecimento modais da estrutura. A normalização dos diversos modos de vibração da estrutura será efetuada atribuindo o valor unitário à componente modal correspondente ao grau de liberdade em estudo (PAREDES, 2008).

### **2.6.2 Considerações práticas**

O processo de estudo, dimensionamento e instalação de um TMD deve ser feito em conjunto com a análise experimental do comportamento da estrutura do ponto de vista dinâmico. A rigidez da estrutura pode ser obtida, com precisão suficiente para a análise em questão, através dos dados do projeto. Já o amortecimento e modos de vibração requerem ensaios dinâmicos na estrutura para serem obtidos com precisão (embora as frequências naturais/modos de vibração possam ser obtidas através de modelagem numérica, recomenda-se que esses valores sejam calibrados através do ensaio dinâmico da estrutura). Um exemplo de ensaio consiste na liberação súbita de uma massa suspensa na estrutura, fazendo com que a mesma entre em vibração livre. Esse modelo de ensaio provoca a excitação de várias frequências naturais, com seus respectivos modos de vibração, que podem ser registrados através de aparelhos apropriados. A eficiência desse ensaio é inversamente proporcional ao porte da estrutura, pois grandes estruturas requerem uma energia cada vez maior para mobilizar seus modos de vibração.

Durante a fase de concepção é indispensável avaliar a sintonização do TMD, no que diz respeito à frequência e ao amortecimento. Segundo PAREDES (2008): “Recorrendo a ensaios de vibração livre, é possível estimar a frequência a partir da resposta do TMD e o amortecimento a partir do decaimento da curva envolvente da resposta. Se o TMD apresentar dimensões relativamente pequenas, pode-se iniciar o ensaio de vibração livre através de excitação manual. Caso contrário, terão de ser utilizados outros meios. Se se pretender efectuar um ensaio de

vibração forçada, deve-se evitar a excitação manual, pois esta solicita várias frequências. Nestas situações devem ser utilizados excitadores mecânicos.”

Vale ressaltar que o dimensionamento do TMD deve ser feito de forma a considerar que o elemento responsável por lhe conferir amortecimento também afeta em sua rigidez, de forma que a sintonização de frequência do TMD deve ser feita juntamente com a sintonização de amortecimento.

Por fim, ao término do processo de dimensionamento dos TMD's, é necessário testar sua eficiência na estrutura. Caso o TMD tenha sido dimensionado de forma precisa, a FRF do sistema apresentará as características citadas anteriormente: dois picos de mesma altura, que configuram os pontos fixos (PAREDES, 2008). A eficiência do TMD é obtida com o quociente da diferença dos deslocamentos da estrutura sem e com a aplicação do TMD pelo deslocamento da estrutura sem a aplicação do TMD.

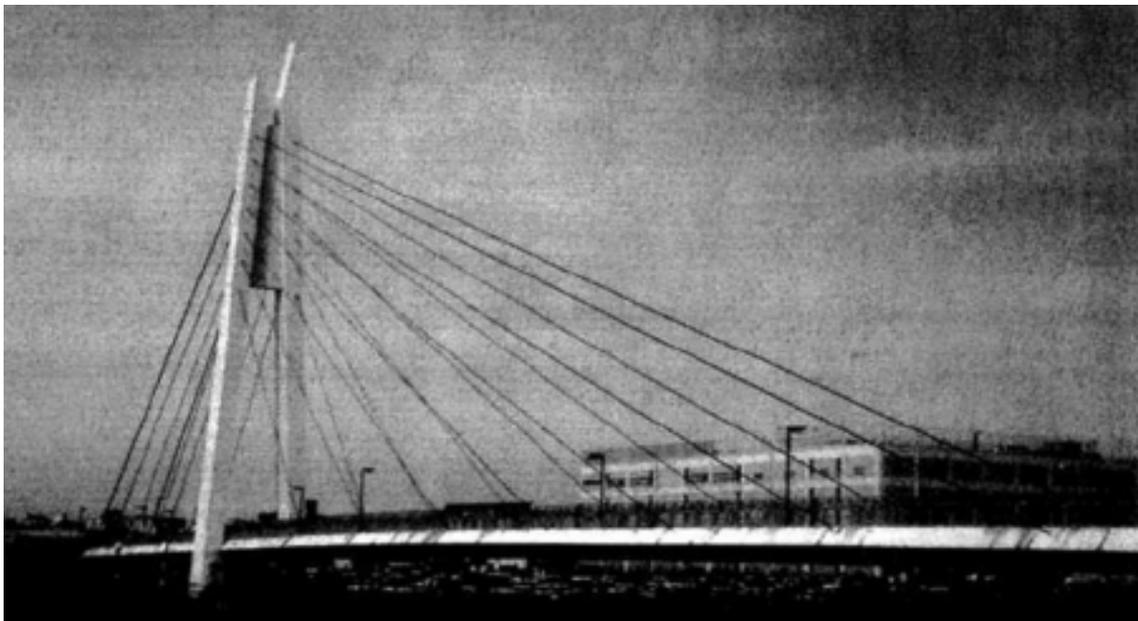
Os peritos sugerem que na implementação prática dos TMD's os projetistas tirem proveito do próprio funcionamento da estrutura e dos equipamentos instalados nela. No caso de edifícios, quando for necessário instalar um TMD com pequenos valores de  $\mu$ , o equipamento existente nas coberturas (ar condicionados, por exemplo), quando montado sobre um conjunto de molas e amortecedores com rigidez e amortecimento apropriados, pode ser utilizado eficazmente com TMD (PAREDES, 2008).

## **2.7 Exemplos de aplicação de TMD's**

A seguir, comenta-se sobre alguns casos de aplicações reais de TMD's para controle de vibrações em estruturas. Serão discutidos os casos relatados na ponte de Toda no Japão; ponte Pedro e Inês em Coimbra, Portugal; ponte Millennium em Londres e o caso do estádio do Morumbi no Brasil.

### **2.7.1 Ponte de Toda**

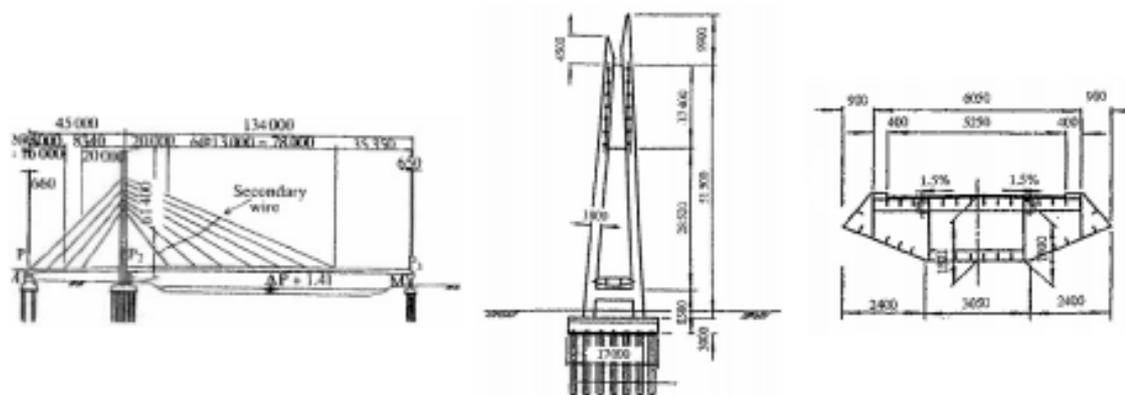
O estudo desse caso foi de extrema importância no avanço da análise e controle de vibrações em estruturas, pois foi um dos primeiros a citar o problema de vibração lateral em pontes estaiadas de pedestres. O estudo foi realizado por Nakamura e Fujino (2002). A seguir, tem-se uma imagem da ponte.



**Figura 2.17** Ponte de Toda no Japão.

Fonte: PAREDES (2008).

A estrutura é constituída por um vão principal de 134 metros, e um vão lateral de 45 metros, suportados por dois planos de cabos, contendo, cada plano, onze cabos e uma torre de 61,40 metros de altura, feita de concreto armado (PAREDES, 2008). O tabuleiro é constituído por uma seção transversal metálica, em caixão, com 6,05 metros de largura e 1,80 metros de altura (PAREDES, 2008). Na figura abaixo apresentam-se os cortes da ponte.

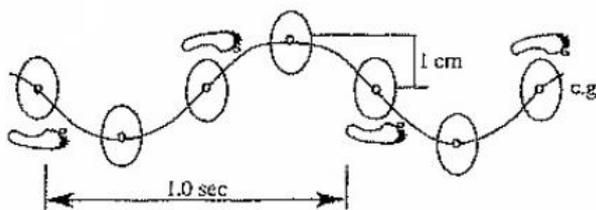


**Figura 2.18** Cortes da ponte de Toda.

Fonte: PAREDES (2008).

Essa estrutura constituía o único acesso entre um estádio onde eram realizadas competições de barcos a motor e um terminal de autocarros. As reclamações com as vibrações da ponte aconteciam justamente ao término dessas competições, em que a ponte ficava congestionada. Nesse período, foram observadas vibrações nos cabos e no tabuleiro da ponte, sendo suficientes para causar desconforto nos pedestres, levando à execução de estudos dinâmicos na estrutura com o intuito de descobrir as causas das vibrações. De acordo com os estudos realizados, constatou-se que no período em que a ponte estava congestionada, os estais apresentavam oscilações horizontais e verticais, enquanto que o tabuleiro não apresentava vibrações significativas. Passado o tempo, o tabuleiro já apresentava oscilações horizontais perceptíveis, sem apresentar oscilações verticais consideráveis. Ao término do congestionamento, as vibrações no tabuleiro iam cessando, assim como as oscilações nos cabos.

Inicialmente, os engenheiros concluíram que as oscilações horizontais nos estais estavam atuando como fonte excitadora das vibrações laterais no tabuleiro. Com isso, para evitar que os estais excitassem as oscilações laterais no tabuleiro, esses cabos foram conectados uns aos outros, com o intuito de reduzir os seus graus de liberdade e aumentar sua rigidez. Verificou-se que a medida realmente reduziu os níveis de vibração nos estais, mas as oscilações no tabuleiro ainda persistiram, levando os engenheiros a investigarem outra fonte de excitação causadora das vibrações no tabuleiro da ponte. Após uma análise profunda dos carregamentos dinâmicos que atuavam na ponte, os peritos concluíram que o próprio caminhar dos pedestres estava provocando oscilações laterais no tabuleiro da ponte, embora esse carregamento tenha natureza vertical. Quando uma pessoa caminha, a mesma não consegue manter esse movimento totalmente em linha reta, ou seja, o centro de massa da pessoa apresenta pequenos deslocamentos laterais devido à assimetria natural do caminhar humano.



**Figura 2.19** Deslocamento do centro de massa de uma pessoa ao caminhar.

Fonte: PAREDES (2008).

Com isso, os engenheiros concluíram que essa pequena aceleração do centro de massa dos pedestres era suficiente para excitar oscilações laterais no tabuleiro da ponte. Após essa conclusão, foram feitos ensaios na ponte com o auxílio de 30 estudantes, com o intuito de verificar as oscilações no tabuleiro caso a frequência do caminhar das pessoas coincidissem com a frequência natural correspondente da ponte, que, nesse caso, valia 0,9 Hz. Para isso, coordenou-se a movimentação dos estudantes de forma que eles caminhassem em uma frequência de 2 Hz, o que acarretaria em uma frequência lateral de oscilação do centro de massa por volta de 1 Hz (cerca de metade da frequência das passadas normais). Esse ensaio realmente constatou a observação feita pelos engenheiros, pois ele conseguiu introduzir oscilações significativas no tabuleiro da ponte durante sua execução.

No entanto, em condições normais de uso, sabe-se que os pedestres tendem a caminhar aleatoriamente, sem sincronizar suas passadas com os demais usuários da ponte. Com isso, as forças laterais geradas possuem ângulos de fase diferentes, fazendo com que elas anulem os efeitos causados pelas outras. A partir dessa observação prática, foi concluída outra importante constatação através do estudo: quando pessoas caminham em uma superfície que apresenta oscilações laterais, elas tendem a sincronizar suas passadas de acordo com a movimentação da superfície, de forma que quando a superfície se desloca para a direita, a pessoa tende a se mover para a direita e calcar o pé direito, o mesmo acontecendo no outro sentido. De acordo com a sensibilidade de cada pessoa, a partir do momento em que os níveis de vibração laterais da ponte vão aumentando, as mesmas tendem a sincronizar suas passadas com a movimentação do tabuleiro, de forma que a excitação do tabuleiro vai se intensificando, da mesma forma que seus deslocamentos. Assim, cada vez mais pessoas sincronizam suas passadas com a movimentação da ponte, de forma a aumentar seus níveis de oscilação, dando origem a um ciclo vicioso designado por *Lock In* (PAREDES, 2008). Na teoria esse fenômeno aumentaria as oscilações no tabuleiro da ponte de forma indefinida, caracterizando um fenômeno de ressonância. Na prática isso não acontece porque ao atingir níveis muito superiores aos padrões de conforto, as pessoas tendem a abrandar seu caminhar, ou até mesmo parar, de forma que as amplitudes das vibrações não ultrapassam certo limite.

Para esse caso, os TMD's não constituíram a solução propriamente dita, pois se optou por utilizar TLD's. Conforme mencionado na seção 2.1, o funcionamento desses dispositivos é semelhante ao funcionamento dos TMD's, sendo que a massa do TMD é substituída por um líquido viscoso, fazendo com que a dissipação de energia ocorra pela movimentação desse líquido viscoso no interior do dispositivo, também ocorrendo a geração de ondas.

### 2.7.2 Ponte Millennium

A Millennium Bridge é uma ponte suspensa de aço para pedestres que atravessam o rio Tamisa em Londres, ligando Bankside à cidade de Londres. Sua construção começou em 1998, e foi inicialmente inaugurada em junho de 2000. Possui 325 metros de comprimento, 4 metros de largura e maior período longitudinal de 144 metros.



**Figura 2.20** Ponte Millennium em Londres.

Fonte: Google Imagens.

Devido a problemas de vibração lateral, a ponte foi fechada no mesmo mês em que foi inaugurada. Inicialmente, tentou-se controlar os carregamentos atuantes na estrutura, de forma a limitar o número de pessoas que atravessam a ponte. Essa medida não foi eficiente, além de causar o aparecimento de longas filas. Semelhante ao caso da ponte de Toda, a vibração teve causa na aceleração lateral existente no deslocamento do centro de massa do pedestre enquanto caminha, gerando o fenômeno do *Lock In*.

No caso em estudo, os modos de vibração devido às cargas verticais e as cargas de vento foram antecipados pelos engenheiros. Porém, não se considerou no projeto os modos de vibração ocasionados pelo fenômeno de *Lock In*, fazendo com que a ponte apresentasse deslocamentos laterais com amplitudes bem acima dos níveis de conforto humano. É válido citar que pontes que possuam frequências naturais laterais menores que 1,30 Hz são bastante suscetíveis às vibrações causadas pelo processo do *Lock In*. Isso é justificado pelo fato de que a frequência de oscilação lateral do centro de massa da pessoa ao caminhar é igual a

aproximadamente metade do valor da frequência do caminhar, que oscila entre 1,7 Hz e 2,3 Hz, conforme a figura abaixo (MOUTINHO, 1998).

Tipo de andamento	$f_p$ (Hz)
Andamento lento	~1,7
Andamento normal	~2,0
Andamento rápido	~2,3
Corrida lenta	~2,5
Corrida rápida	>3,2

**Figura 2.21** Frequências características do caminhar de pessoas.

Fonte: MOUTINHO (1998).

Outras pontes que também sofreram problemas de vibração devido o fenômeno do *Lock In* foram:

- Birmingham NEC Link bridge, com uma frequência lateral de 0,7 Hz;
- Groves Suspension Bridge, Chester, em 1977, durante a regata do rio Jubileu;
- Auckland Harbour Bridge, com uma frequência lateral de 0,67 Hz, durante uma manifestação em 1975.

O problema da ponte Millennium foi resolvido com a implementação de 37 amortecedores viscosos para controlar o movimento horizontal, e 52 TMD's para controlar o movimento vertical. A seguir tem-se uma imagem dos amortecedores viscosos instalados em baixo da ponte.



**Figura 2.22** Amortecedores fluídos.

Fonte: Google Imagens.

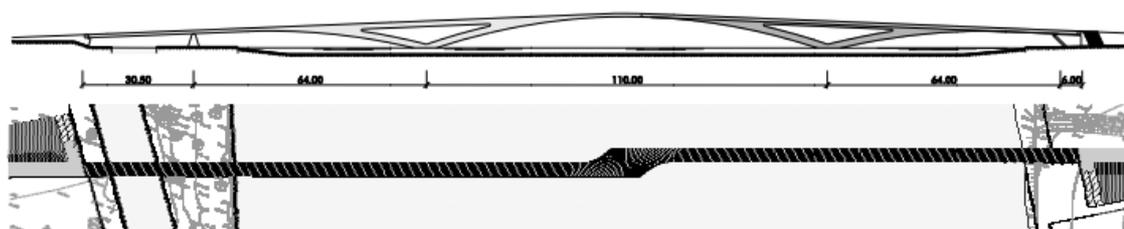
### 2.7.3 Ponte Pedro e Inês

O estudo desse caso foi feito por Caetano, Cunha e Moutinho (2007). Essa ponte possui 275 metros de comprimento e 4 metros de largura, sendo constituída por um arco central parabólico, com 110 metros de vão e 9 metros de flecha e 2 meios arcos laterais, em aço, apoiando, com total continuidade, um tabuleiro misto de aço e concreto. A seguir, têm-se algumas figuras ilustrando a arquitetura da ponte.



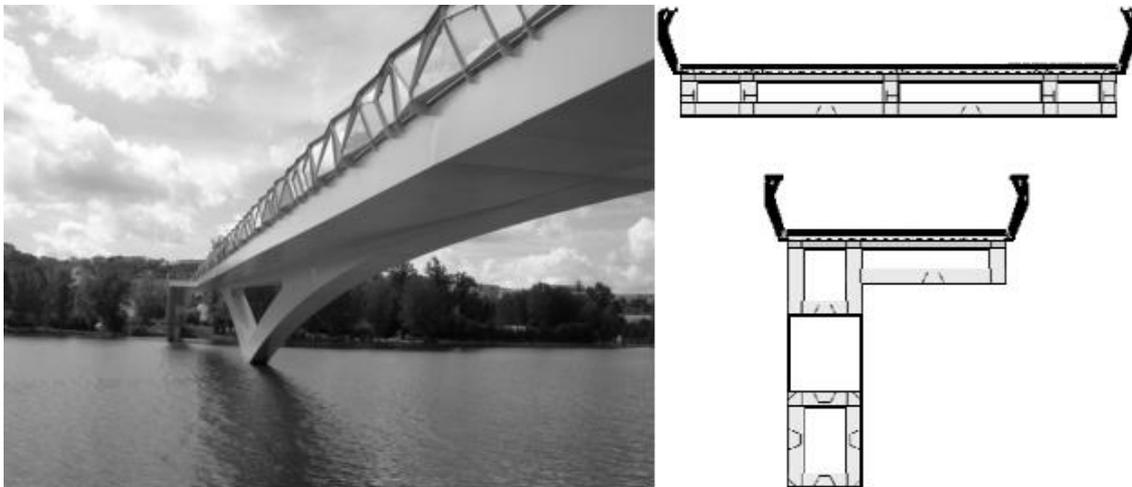
**Figura 2.23** Ponte Pedro e Inês.

Fonte: PAREDES (2008).



**Figura 2.24** Planta da ponte Pedro e Inês.

Fonte: PAREDES (2008).



**Figura 2.25** Seção transversal da ponte na zona central e nos tramos laterais.

Fonte: PAREDES (2008).

Nesse caso, já na fase de projeto, foi constatado que a estrutura da ponte estava muito flexível e poderia estar sensível ao caminhar dos pedestres. Foi realizada uma modelagem numérica extremamente precisa, com o intuito de investigar o comportamento da estrutura frente aos carregamentos dinâmicos, entre outras características estruturais da ponte. Essa análise foi realizada pelo ViBEST/FEUP (Laboratory of Vibrations and Structural Monitoring – Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto), (PAREDES, 2008). A análise concluiu que frequências laterais próximas de 0,7 Hz eram capazes de excitar a ponte, e que existia um número significativo de modos de vibração verticais. Foram sugeridos a instalação de 8 TMD's para efetuar o controle dos modos de vibração críticos na ponte. É interessante citar que mesmo com a análise numérica extremamente rigorosa, os engenheiros decidiram por esperar que a construção da ponte estivesse encerrada, para então realizar ensaios na estrutura para determinar suas características dinâmicas, para só então decidir pela instalação ou não dos TMD's.

Os ensaios dinâmicos na ponte foram feitos de duas formas: ensaio de vibração livre a partir da liberação de massas suspensas pelo tabuleiro, com o intuito de calibrar o amortecimento da estrutura para os diferentes modos de vibração de interesse; e ensaios de vibração com utilização de sismógrafos triaxiais, com o intuito de obter suas frequências naturais e seus respectivos modos de vibração.

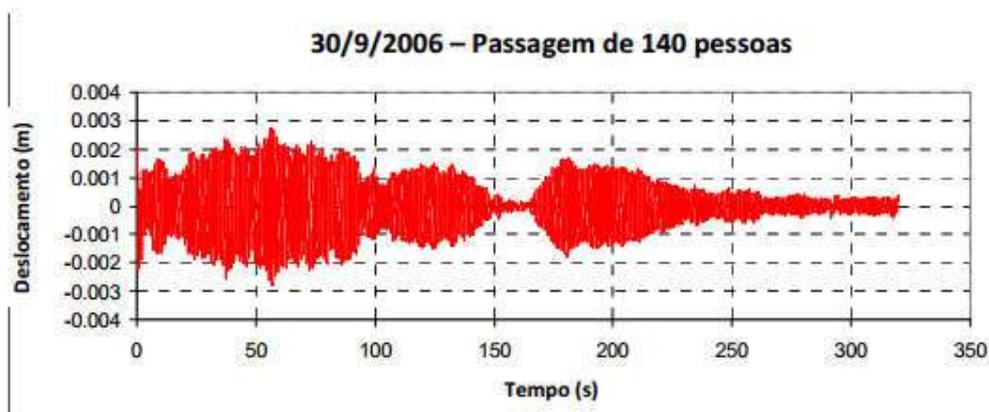
Após os ensaios, foi investigada a suscetibilidade da ponte ao fenômeno do *Lock In*. Esse estudo foi feito utilizando-se a equação desenvolvida por Dallard *et al*, em seu estudo sobre a ponte Millennium:

$$N_l = \frac{8\pi\xi Mf}{k} \quad (2.55)$$

Onde  $f$  é a frequência natural do modo de vibração em estudo;  $M$  é sua massa modal;  $\xi$  é o seu fator de amortecimento modal e  $k$  é uma constante que assume valores iguais a  $300 \text{ Ns/m}$  para faixas de frequências de 0,5 a 1 Hz. A partir da equação (2.55), que permite estimar o número de pedestres a partir do qual podem ser observadas oscilações transversais significativas no tabuleiro de uma ponte com frequência próxima a 1 Hz (PAREDES, 2008), obteve-se que 73 eram suficientes para excitar oscilações transversais na ponte Pedro e Inês. Esse valor foi confirmado posteriormente com um ensaio em campo, de forma que um número determinado de pessoas era posto para caminhar na ponte com o intuito de identificar os picos de aceleração lateral no tabuleiro da ponte. Chegou-se a um número próximo de 70, conforme previsto pela equação (2.55). Essa avaliação foi feita com a intenção de validar a equação (2.55) e usá-la no restante do estudo. Com isso, a equação (2.55) foi usada no restante do estudo para calcular o amortecimento necessário para evitar que ocorresse o *Lock In*.

Depois de todos os estudos de campos realizados, a determinação dos parâmetros dos TMD's foi efetuada segundo os estudos de Bachmann e Weber. Iniciou-se por se fixar a massa total do TMD,  $m_t$ , seguindo com o cálculo das constantes de rigidez e de amortecimento,  $k_t$  e  $c_t$ , respectivamente, de acordo com a Teoria dos Pontos Fixos de Ormondroyd e Den Hartog (PAREDES, 2008).

Outro fato importante a respeito desse caso envolve a montagem dos TMD's. Segundo PAREDES (2008), “um TMD deve ser concebido de forma a mobilizar o menor nível de atrito possível e montado com uma tolerância apertada de nivelamento. Numa montagem vertical, a força de atrito é facilmente vencida com uma ligeira oscilação da massa do TMD e a sua activação é quase instantânea. No entanto, numa montagem horizontal a força de atrito exerce um efeito maior, pelo que já não é possível uma activação instantânea dos amortecedores. Nestas situações, tenta-se que eles entrem em funcionamento para determinados níveis de vibração. Na estrutura em análise, o critério utilizado foi a activação dos TMD's para acelerações horizontais dentro do limite do conforto humano, de  $0,1 \text{ m/s}^2$ . Através de observações, foi possível verificar que estes exibiam um comportamento intermitente, responsável por uma variação das propriedades dinâmicas da estrutura”. A seguir, tem-se uma figura ilustrando o funcionamento do TMD durante o caminhar de 140 pessoas.



**Figura 2.26** Ativação dos TMD's para o caminhar de 140 pessoas.

Fonte: PAREDES (2008).

A partir da análise da figura acima, percebe-se que o TMD começa a atuar por volta dos 100 segundos, pois os deslocamentos da estrutura começam a amenizar. Por volta do instante 170 segundos, o TMD para de funcionar e os deslocamentos da estrutura voltam a aumentar instantaneamente, para depois voltarem a cair, indicando que o carregamento dinâmico cessou sua atuação.

Ainda de acordo com PAREDES (2008): “Caetano, Cunha e Moutinho alertam ainda para um facto importante. Dadas as apertadas tolerâncias de construção das massas e molas e o facto de ser utilizado o mesmo fluido em todos os amortecedores, todas as unidades constituintes do TMD deveriam apresentar um comportamento dinâmico idêntico. No entanto verifica-se que as diferentes unidades estão sujeitas a níveis de atrito diferentes entre si e, por conseguinte, nem são activadas em simultâneo, nem atingem os mesmos níveis de vibração. Isto resultou numa perda de eficácia do conjunto, visto o amortecimento proporcionado pelos seis TMD's ser inferior aquele que seria proporcionado por um único TMD, com uma massa igual a totalidade das massas das seis unidades. No entanto, não é possível prever tal perda de eficácia”.

Uma importante conclusão desse estudo é que os atritos externos gerados pela montagem de TMD's para combate de oscilações laterais afetam de forma significativa a eficiência desses dispositivos. De acordo com PAREDES (2008): “Caetano, Cunha e Moutinho alertam para o facto do controlo de vinhações horizontais ser mais difícil do que o controlo de vibrações verticais, em virtude das forças de atrito geradas durante as oscilações dos TMD's e, que, no caso de vibrações horizontais têm uma grande influência no comportamento do TMD. Caso seja necessário efectuar uma segmentação do TMD, existe ainda uma perda de eficácia

adicional ao facto de cada TMD individual apresentar propriedades dinâmicas diferentes dos restantes, não sendo possível, no entanto, quantificar essa perda de eficácia. No caso particular em estudo, constatou-se que o amortecimento global da estrutura proporcionado pela instalação destes dispositivos de controlo foi de cerca de 4%, mas este só será mobilizado gradualmente, para situações em que a ponte apresente vibrações laterais superiores a 1 milímetro”.

#### **2.7.4 Estádio do Morumbi**

Devido à natureza agressiva dos carregamentos dinâmicos aplicados a estádios de futebol, é comum que essas estruturas apresentem níveis de vibrações que causem desconforto ao público. Além disso, vale ressaltar que os estádios mais antigos não foram projetados para suportar os carregamentos dinâmicos a que vêm sendo submetidos. Na época em que foram construídos, os esforços dinâmicos induzidos pelo público eram de intensidade muito menor e de curta duração, e não como ocorre atualmente durante grandes espetáculos musicais, por exemplo, quando as arquibancadas devem suportar, por um longo intervalo de tempo, o impacto rítmico de uma plateia. Mesmo nos casos em que os critérios de ruína sejam verificados, os critérios de conforto são de importante valia para evitar situações de pânico, principalmente em estruturas que suportam carregamentos dinâmicos agressivos tais como as estruturas de estádios de futebol.

No caso do Estádio Cícero Pompeu de Toledo (Morumbi), tem-se que o mesmo foi interditado em 1995 pelo CONTRU-Departamento da Prefeitura do Município de São Paulo, com o intuito de solucionar problemas estruturais em suas arquibancadas. Com o intuito de verificar a eficiência das reformas realizadas, foi-se executado um ensaio dinâmico de vibração forçada, sendo o primeiro registro de um ensaio desse tipo no Brasil. O estudo foi executado ainda em 1995, sendo os resultados, e posterior liberação da estrutura, entregues em 1996.

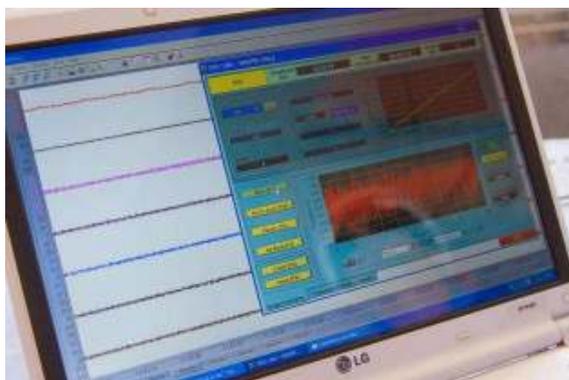
O ensaio teve por objetivo determinar as propriedades dinâmicas da estrutura (frequências naturais, modos de vibração e amortecimentos modais) e calcular os níveis de vibração induzidos pelo uso da mesma. O ensaio consistiu em excitar as arquibancadas através de um excitador mecânico, denominado Vibrodina, simulando os efeitos provocados pela torcida.



**Figura 2.27** Excitador mecânico (Vibrodina).

Fonte: Gizmo do Brasil.

A atuação da Vibrodina se baseia no uso da força centrífuga. Ela tem dois discos de 60 cm de diâmetro, em que são dispostos massas de chumbo. Com a máquina fixada no chão da estrutura a ser testada, um motor elétrico aciona os discos, que giram e transmitem a força para a construção, fazendo-a vibrar. A alimentação é feita por um gerador de 380V e 40 KVA, movido a óleo diesel, e quase toda a potência gerada vai para a máquina. A intensidade das vibrações varia de acordo com a posição da massa no disco, enquanto a frequência, que chega a até 20 Hz, depende da velocidade do motor, sendo controlado eletronicamente. Para chegar até o local dos testes, a Vibrodina é levada por um caminhão Munck e precisa ser carregada por uma grua até os locais altos, pois, apesar de ser compacta (1,20 metros de largura por 1,00 metro de comprimento por 1,20 metros de altura), pesa 2,5 toneladas, podendo exercer até 10 toneladas-força. As respostas da estrutura são coletadas e processadas pelo software denominado ISA (Ismes Signal Analyses), que tem por objetivo medir as acelerações geradas na estrutura pelo carregamento dinâmico para verificar com critérios fornecidos por normas internacionais.



**Figura 2.28** Interface de coleta de dados (ISA – Ismes Signal Analysis).

Fonte: Gizmo do Brasil.

As acelerações da estrutura são captadas por acelerômetros instalados em vários pontos da mesma. No caso do Morumbi, uma rede de 21 sensores foi instalada em pontos estratégicos da arquibancada com o intuito de captar as respostas da estrutura frente a excitação e transmiti-las ao sistema de filtros e amplificadores, sendo posteriormente enviadas ao software ISA.

O estádio do Morumbi é composto por 72 pilares de sustentação, sendo constituído por módulos que se repetem. O ensaio foi realizado em apenas um desses módulos, pois os engenheiros consideraram que os resultados apresentados por um modelo poderiam ser representativos para os demais. Além de fornecer todas as características dinâmicas da estrutura, o ensaio testou uma alternativa em estudo que visava reduzir as vibrações das arquibancadas. Essa alternativa consistia em um pilar metálico situado entre o anel inferior (numeradas inferiores) e o intermediário (numeradas superiores). Desta forma, o ensaio foi realizado duas vezes: com e sem o pilar. Após 10 dias de ensaios e cálculos dinâmicos, os resultados finais mostraram que:

- as estruturas das arquibancadas não apresentaram quaisquer deformações plásticas;
- a alternativa que considera o pilar metálico não apresentou reduções significativas das vibrações;
- com a lotação completa, os níveis vibracionais ultrapassam os limites permitidos por normas internacionais.

Depois das análises e estudos realizados, ao contrário de muitas propostas que defendiam o enrijecimento estrutural, foi instalado um sistema passivo de dissipação de energia (molas e amortecedores) para aumentar o poder de amortecimento da estrutura.

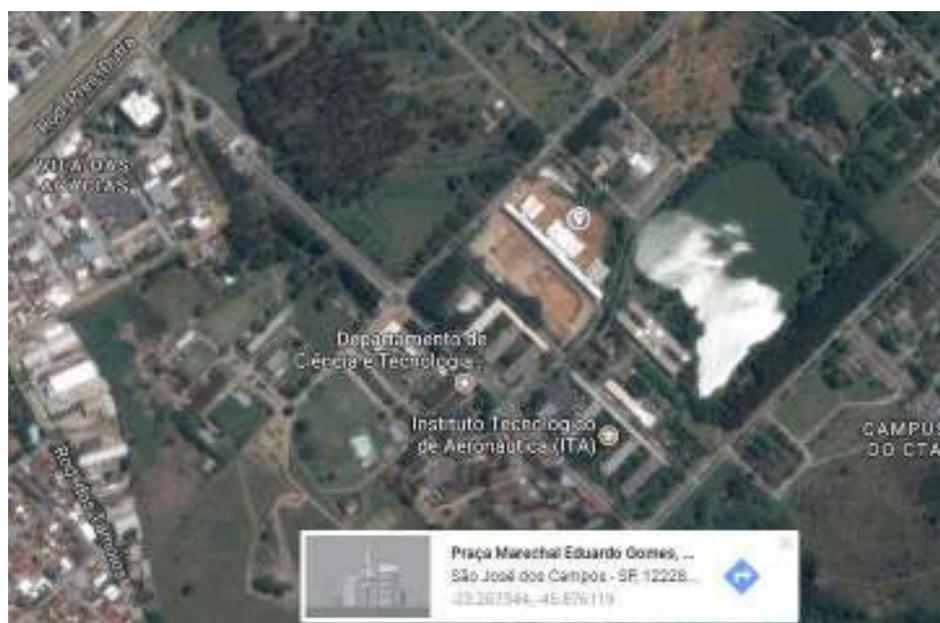
### 3 Estrutura analisada

Neste capítulo são apresentadas as características da estrutura analisada, descrevendo a localização e função da estrutura, os perfis utilizados e a sua estruturação geométrica.

#### 3.1 Localização e função da estrutura

A estrutura analisada está situada no Departamento de Ciência e Tecnologia da Aeronáutica (DCTA), em São José dos Campos-SP. Trata-se do novo prédio das Ciências Fundamentais do ITA, onde serão ministradas as aulas para os alunos da graduação durante os dois anos iniciais do curso. Além disso, o prédio também comportará algumas atividades da pós-graduação, possuindo ambientes destinados aos professores e alunos da área.

Basicamente, o prédio contém salas de aula, salas para professores, ambientes de estudo coletivo, ambientes de convívio e dois auditórios. Além dessa infraestrutura principal, o prédio também contém toda a infraestrutura auxiliar para garantir sua operação, como banheiros, cantina, espaço para área técnica, etc. A seguir, tem-se uma imagem do prédio (obtida do Google Maps) com sua localização.

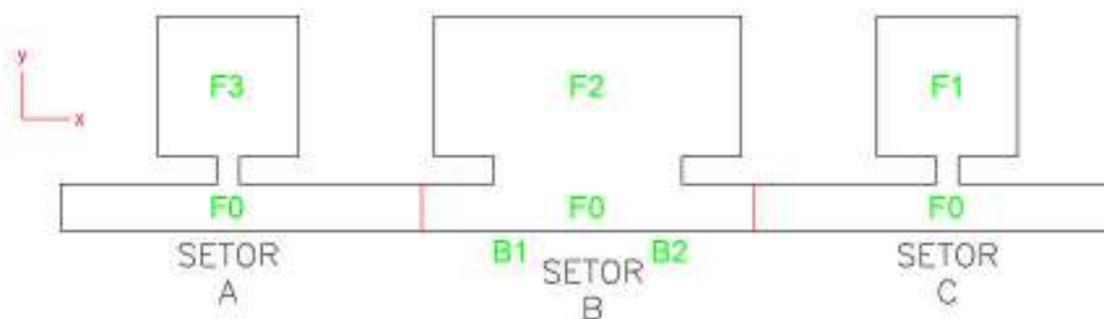


**Figura 3.1** Localização do prédio analisado.

Fonte: Google Maps.

### 3.2 Setorização da estrutura

A estrutura está subdividida em quatro blocos: F0, F1, F2 e F3, sendo que o bloco F0 foi subdividido em quatro setores. A seguir, tem-se uma imagem ilustrando a subdivisão feita em cada bloco.



**Figura 3.2** Vista em planta do prédio.

Conforme é ilustrado na figura, os blocos F1 e F3 são simétricos, da mesma forma que os setores B1 e B2, e A e C, do bloco F0, respectivamente. Todos os blocos possuem um eixo de simetria em relação ao eixo y mostrado na figura.

O bloco F0 contém as salas dos professores e é composto pelo térreo e por dois pavimentos com as referidas salas, além da cobertura. Os laboratórios da graduação estão localizados no andar térreo dos blocos F1, F2 e F3. Esses três blocos possuem apenas um pavimento funcional mais a cobertura, diferentemente do bloco F0, que possui dois pavimentos funcionais. Cada pavimento do bloco F0 possui 2280 m<sup>2</sup> (228 m x 10 m), enquanto que os blocos F1 e F3 possuem 900 m<sup>2</sup> (30 m x 30 m) e o bloco F2 possui 1980 m<sup>2</sup> (66 m x 30 m). O primeiro pavimento do bloco F3 possui 6 salas de aula para alunos de graduação, com capacidade para 30 alunos cada, sendo 3 salas em cada lado do eixo de simetria. Já o primeiro pavimento do bloco F2 possui, em cada lado do seu eixo de simetria, 3 salas de aula e 1 auditório, totalizando mais 6 salas de aula e 2 auditórios. Por fim, o primeiro pavimento do bloco F1 possui salas para professores convidados e espaços para estudo coletivo. A seguir, têm-se algumas imagens do novo prédio das Ciências Fundamentais.



**Figura 3.3** Visão geral do prédio.



**Figura 3.4** Térreo do bloco F0.



**Figura 3.5** 1º pavimento do bloco F0.



**Figura 3.6** Laboratórios situados abaixo do bloco F2.



**Figura 3.7** Laboratórios situados abaixo do bloco F3.



**Figura 3.8** Salas de aula da graduação.

### 3.3 Descrição dos perfis utilizados

A seguir, comenta-se brevemente a respeito dos perfis utilizados na estrutura do prédio. Para a análise em questão não foi necessário modelar toda a estrutura do prédio, apenas alguns módulos foram modelados e por isso não foi necessário utilizar todos os perfis presentes na estrutura. Sendo assim, a seção seguinte apenas contém informações resumidas acerca dos perfis das vigas e dos pilares da estrutura. Na seção 4.2, serão listados todos os perfis realmente utilizados no modelo.

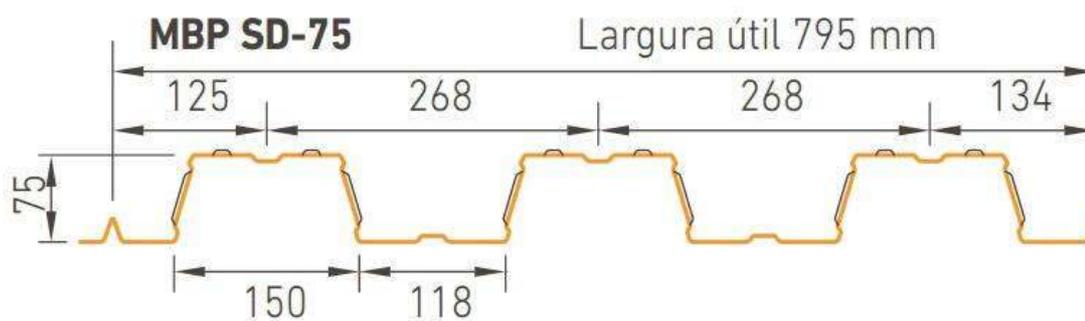
#### 3.3.1 Vigas e pilares

A estrutura conta com perfis soldados, com alguns poucos perfis laminados. Basicamente, os perfis utilizados são perfis I soldados, com algumas vigas ou pilares com perfis H ou W laminados. Ainda, existem dois perfis do tipo tubo quadrangular na estrutura, além de cabos de contraventamento.

As vigas que suportam a cobertura possuem seção variável, pois a laje da cobertura possui 1% de declive com o intuito de escoar volumes de água de chuva acumulados.

#### 3.3.2 Laje

A laje da estrutura é uma laje do tipo steel-deck, que é um modelo de laje composta de aço e concreto. O modelo utilizado no prédio é do tipo MBP SD-75, de largura útil de 795 mm, e espessura de 0,80 mm, conforme a **Figura 3.9**. Nesse modelo de laje, o steel-deck (aço) atua como armadura positiva da laje, também servindo de suporte para os funcionários, enquanto o processo de concretagem é realizado, substituindo as tradicionais fôrmas de madeira. A seguir, tem-se uma imagem do modelo utilizado.



**Figura 3.9** Modelo de laje steel-deck adotada.

Fonte: Grupo MBP (<http://www.mbp.com.br>).

O concreto utilizado na laje possui  $f_{ck} = 30$  MPa e 6,5 cm de espessura, além da nervura de 7,5 cm do steel-deck, totalizando 14 cm de espessura de laje.

## 4 Modelo de elementos finitos

Neste capítulo, apresentam-se todas as considerações feitas na modelagem da estrutura. Serão descritos todos os materiais, propriedades, carregamentos e condições de contorno adotadas no modelo.

### 4.1 Materiais

#### 4.1.1 Aço

Para a modelagem realizada, utilizaram-se as seguintes propriedades mecânicas do aço, obtidas do item 4.5.2.9 da NBR 8800 (2008):

- Módulo de elasticidade:  $E_a = 200\,000\text{ MPa}$ ;
- Coeficiente de Poisson:  $\nu_a = 0,3$ ;
- Massa específica:  $\rho_a = 7850\text{ kg/m}^3$

A seguir, tem-se uma imagem ilustrando a forma com que são dados esses input's no software utilizado.

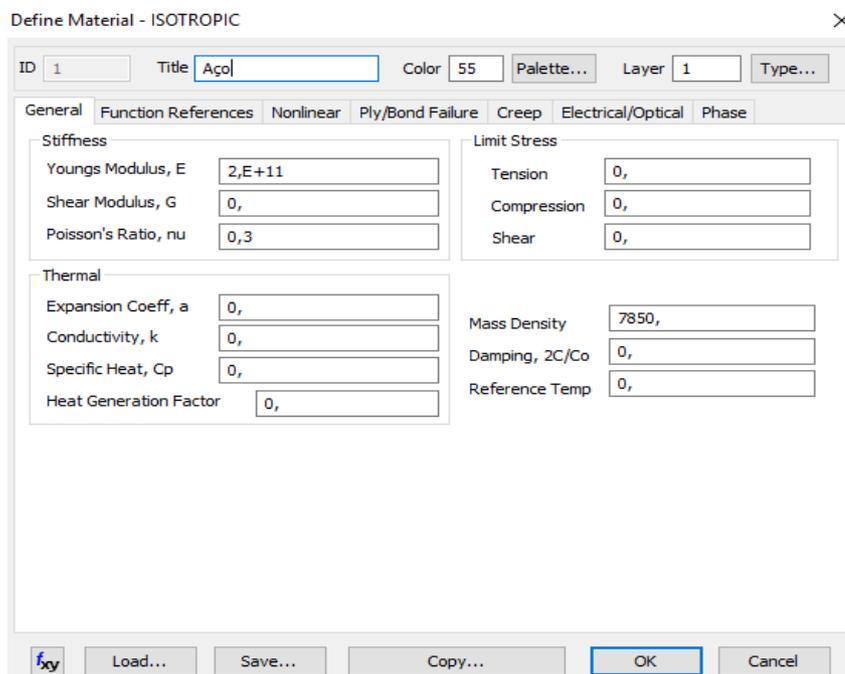


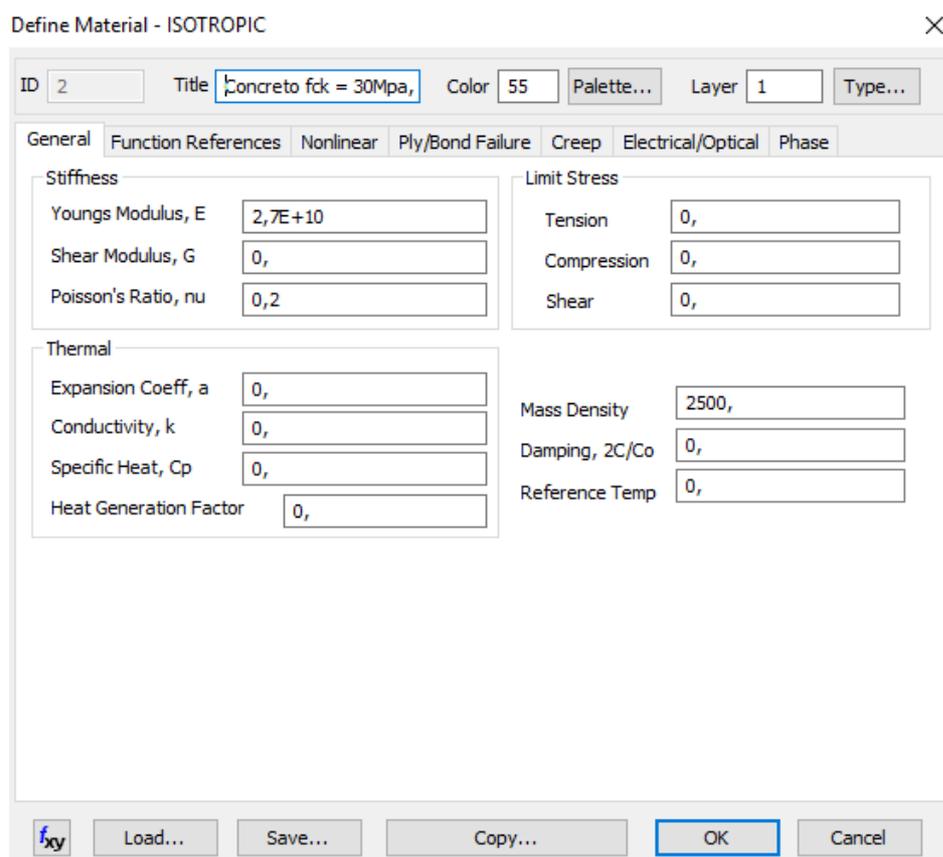
Figura 4.1 Definição do material Aço no Femap.

#### 4.1.2 Concreto

Como já foi mencionado, o concreto utilizado, no caso das lajes compostas, possui  $f_{ck} = 30$  MPa. De acordo com as seções 8.2.2, 8.2.8 e 8.2.9 da NBR 6118 (2014), utilizaram-se as seguintes propriedades mecânicas para o concreto:

- Módulo de elasticidade:  $E_c = 27\ 000$  MPa;
- Coeficiente de Poisson:  $\nu_c = 0,2$ ;
- Massa específica:  $\rho_c = 2500$  kg/m<sup>3</sup>

O valor adotado para o módulo de elasticidade do concreto corresponde ao seu módulo de elasticidade secante, para o  $f_{ck} = 30$  MPa, que é obtido na Tabela 8.1 da NBR 6118 (2014). Esse valor foi adotado de acordo com as recomendações do item 14.5.2 da mesma norma. Novamente, tem-se uma imagem ilustrando os input's colocados no software.



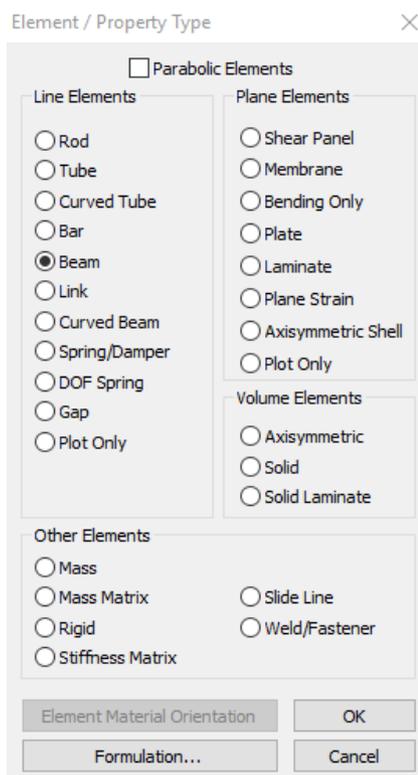
**Figura 4.2** Definição do material Concreto  $f_{ck} = 30$  MPa no Femap.

## 4.2 Propriedades

Os perfis utilizados na modelagem são representados pelas propriedades no Femap, ou seja, cada propriedade criada no software representa um tipo de perfil utilizado na estrutura. A seguir, detalham-se todas as propriedades utilizadas na modelagem. Como mencionado na seção 3.3, as propriedades citadas a seguir se referem aos perfis que efetivamente foram utilizados na modelagem, não englobando todos os perfis presentes na estrutura real.

### 4.2.1 Vigas e pilares

Todas as vigas e pilares da estrutura foram modelados utilizando elementos de barra do tipo BEAM. Esse tipo de elemento linear corresponde à aproximação mais completa da realidade, pois o mesmo transfere todos os tipos de esforços existentes na estrutura, ao contrário dos elementos de treliça ROD, que apenas transferem esforços axiais, por exemplo. A seguir, têm-se três imagens com a interface do Femap: uma ilustrando a escolha do tipo de elemento, e outras duas, ilustrando a criação de uma nova propriedade.



**Figura 4.3** Escolha do tipo de elemento a ser utilizado.

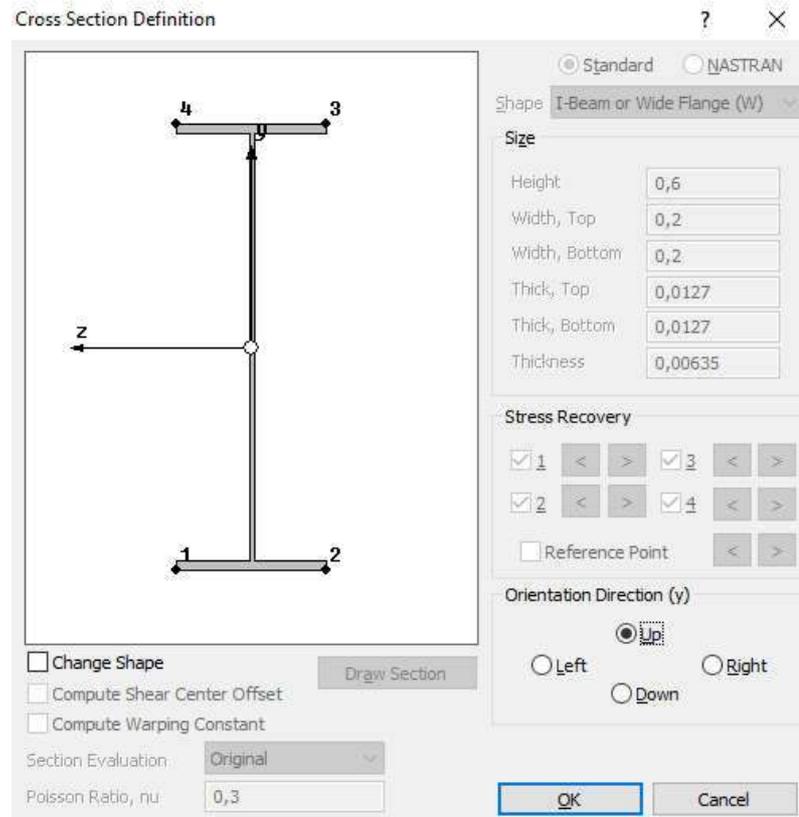


Figura 4.4 Definição do perfil e de suas dimensões.

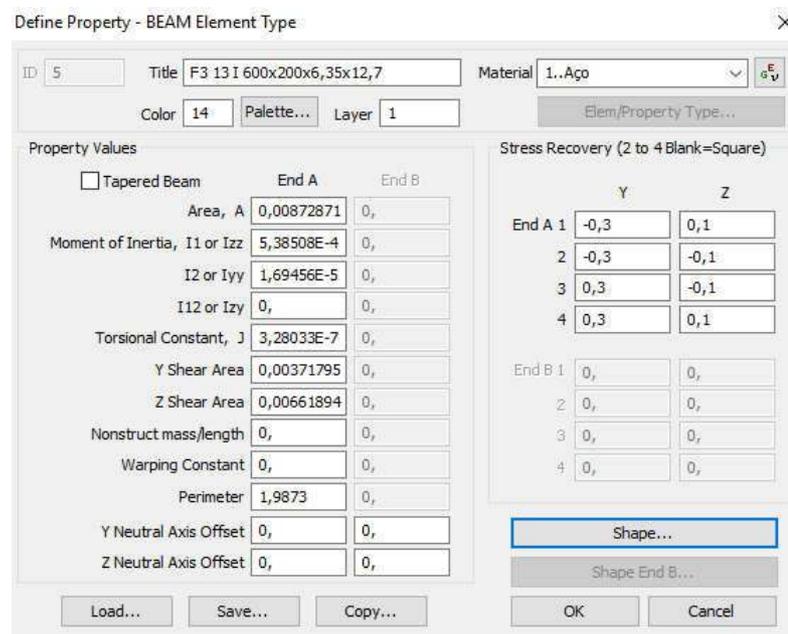


Figura 4.5 Definição do material e identificação da propriedade.

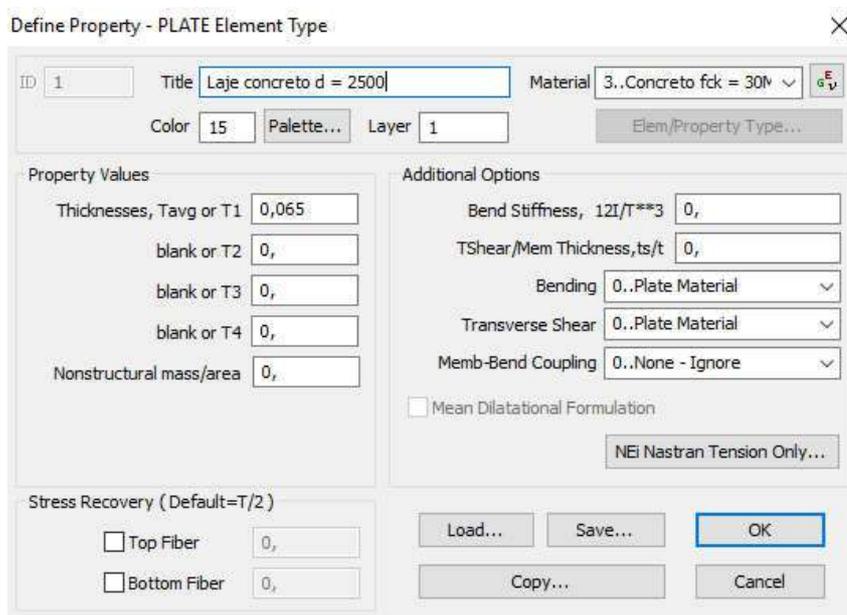
Vale ressaltar que os parâmetros contidos na **Figura 4.5** são calculados automaticamente pelo software ao se preencher as dimensões do perfil na interface ilustrada pela **Figura 4.4**, restando ao usuário apenas a identificação da propriedade e a escolha do material do perfil.

A identificação das propriedades foi feita obedecendo a seguinte lógica do exemplo da **Figura 4.5**:

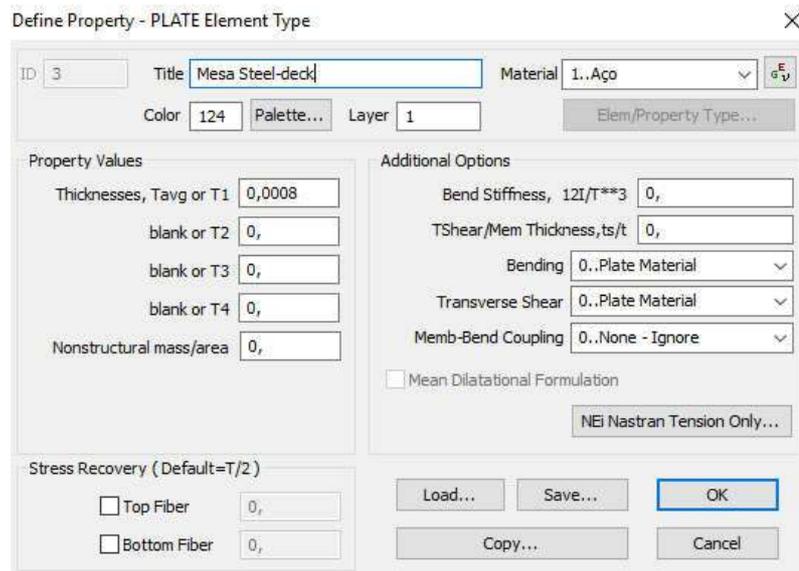
*Bloco – numeração CAD – tipo de perfil – dimensões físicas*  
→ F3 13 I 600 200 6,35 12,7

#### 4.2.2 Laje

A laje steel-deck foi modelada utilizando elementos de placa do tipo PLATE em sua maioria. Como a mesma possui nervuras, foi necessário mesclar elementos do tipo BEAM para representar essas nervuras. Também foram utilizados elementos de BEAM para representar parte do steel-deck. Esse processo de criação da malha da laje será explicado com mais detalhes na seção 4.3.2. A interface de escolha dos elementos do tipo PLATE está ilustrada na **Figura 4.3**. A seguir, têm-se duas imagens da interface do software para a propriedade de placa PLATE, uma para o concreto e outra para o steel-deck (aço).



**Figura 4.6** Interface para a definição da propriedade tipo PLATE para o concreto.



**Figura 4.7** Interface para a definição da propriedade tipo PLATE para o aço.

### 4.2.3 Listagem das propriedades criadas

As tabelas listadas a seguir contêm todas as propriedades criadas para a confecção do modelo. Inicia-se com as propriedades da laje, pois o perfil desse elemento estrutural é constante ao longo de todo o modelo. Em seguida, apresentam-se os modelos lineares que representam as vigas e os pilares.

Como foi dito na seção 4.2.2, foi necessário fazer uso de propriedades do tipo BEAM e PLATE para modelar a laje analisada. A tabela a seguir contém as informações de todas as propriedades utilizadas para a modelagem da laje. Na seção 4.3.2 será explicado com detalhes as considerações realizadas para a modelagem da laje.

a) Laje

**Tabela 4.1** Propriedades componentes da laje composta.

Bloco	Material	Tipo de propriedade	Espessura (mm)	Base (mm)	Altura (mm)
F0	Concreto	BEAM	-	134	75
F0	Concreto	PLATE	65	-	-
F0	Steel-deck	BEAM	-	0,8	75
F0	Steel-deck	PLATE	0,8	-	-

b) Perfis lineares: vigas e pilares

- Bloco F0

**Tabela 4.2** Perfis I soldados.

<b>Bloco</b>	<b>Nº CAD</b>	<b>Fabricação</b>	<b>Tipo de propriedade</b>	<b>d (mm)</b>	<b>bf (mm)</b>	<b>tw (mm)</b>	<b>tf (mm)</b>
F0	9	Soldado	BEAM	600	200	6,35	8
F0	14	Soldado	BEAM	500	150	6,35	6,35
F0	47	Soldado	BEAM	600	300	8	22
F0	48	Soldado	BEAM	600	300	8	19
F0	61	Soldado	BEAM	820	250	8	12,7
F0	66	Soldado	BEAM	625	240	6,35	12,7
F0	68	Soldado	BEAM	680	240	6,35	12,7

**Tabela 4.3** Perfil W laminado.

<b>Bloco</b>	<b>Nº CAD</b>	<b>Fabricação</b>	<b>Tipo de propriedade</b>	<b>Bitola</b>	<b>d (mm)</b>	<b>bf (mm)</b>	<b>tw (mm)</b>	<b>tf (mm)</b>
F0	70	Laminado	BEAM	W 310x21,0	303	101	5,1	5,7

**Tabela 4.4** Perfis I de seção variável.

<b>Bloco</b>	<b>Nº CAD</b>	<b>Fabricação</b>	<b>Tipo de propriedade</b>	<b>d (mm)</b>	<b>bf (mm)</b>	<b>tw (mm)</b>	<b>tf (mm)</b>
F0	7	Soldado	BEAM	530-450	200	4,75	6,35
F0	15	Soldado	BEAM	430-350	150	4,75	9,5

**Tabela 4.5** Perfil duplo soldado.

<b>Bloco</b>	<b>Nº CAD</b>	<b>Fabricação</b>	<b>Tipo de propriedade</b>	<b>Tipo</b>	<b>d (mm)</b>	<b>bf (mm)</b>	<b>tw (mm)</b>	<b>tf (mm)</b>
F0	32	Soldado	BEAM	Duplo I	820	150	8	12,5
F0	41	Soldado	BEAM	Duplo I	680	150	9,5	16

- Bloco F2

**Tabela 4.6** Perfis I soldados.

<b>Bloco</b>	<b>Nº CAD</b>	<b>Fabricação</b>	<b>Tipo de propriedade</b>	<b>d (mm)</b>	<b>bf (mm)</b>	<b>tw (mm)</b>	<b>tf (mm)</b>
F2	11	Soldado	BEAM	600	240	6,35	12,5
F2	13	Soldado	BEAM	600	240	6,35	12,5
F2	14	Soldado	BEAM	600	240	6,35	16
F2	17	Soldado	BEAM	530	200	6,35	9,5
F2	23	Soldado	BEAM	600	240	8	19
F2	27	Soldado	BEAM	600	240	12,7	19
F2	48	Soldado	BEAM	350	350	8	8
F2	49	Soldado	BEAM	350	350	8	12,5
F2	50	Soldado	BEAM	350	350	8	16
F2	51	Soldado	BEAM	350	350	9,5	19
F2	52	Soldado	BEAM	350	350	19	32
F2	53	Soldado	BEAM	350	350	12,5	25,5
F2	54	Soldado	BEAM	350	350	19	22
F2	61	Soldado	BEAM	820	200	8	12,5
F2	62	Soldado	BEAM	820	200	8	16
F2	77	Soldado	BEAM	820	240	8	16
F2	89	Soldado	BEAM	600	240	12,5	25,5
F2	95	Soldado	BEAM	820	240	8	12,5
F2	109	Soldado	BEAM	600	240	12,5	22
F2	156	Soldado	BEAM	530	250	6,35	12,7
F2	175	Soldado	BEAM	600	250	8	12,5
F2	194	Soldado	BEAM	650	250	8	16
F2	195	Soldado	BEAM	650	250	6,35	12,7
F2	245	Soldado	BEAM	750	200	8	12,7

**Tabela 4.7** Perfil W laminado.

<b>Bloco</b>	<b>Nº CAD</b>	<b>Fabricação</b>	<b>Tipo de propriedade</b>	<b>Bitola</b>	<b>d (mm)</b>	<b>bf (mm)</b>	<b>tw (mm)</b>	<b>tf (mm)</b>
F2	7	Laminado	BEAM	W 150x37,1	162	154	8,1	11,6
F2	114	Laminado	BEAM	W 460x52,0	450	152	7,6	10,8
F2	121	Laminado	BEAM	W 460x52,0	450	152	7,6	10,8
F2	160	Laminado	BEAM	W 410x38,8	399	140	6,4	8,8
F2	202	Laminado	BEAM	W 360x51,0	355	171	7,2	11,6

**Tabela 4.8** Perfis I de seção variável.

<b>Bloco</b>	<b>Nº CAD</b>	<b>Fabricação</b>	<b>Tipo de propriedade</b>	<b>d (mm)</b>	<b>bf (mm)</b>	<b>tw (mm)</b>	<b>tf (mm)</b>
F2	16	Soldado	BEAM	520-400	150	6,35	8
F2	102	Soldado	BEAM	750-600	200	6,35	12,7
F2	133	Soldado	BEAM	600-450	200	4,75	12,7
F2	136	Soldado	BEAM	600-450	200	6,35	12,7
F2	181	Soldado	BEAM	650-530	200	8	9,5
F2	207	Soldado	BEAM	650-530	240	8	12,7
F2	237	Soldado	BEAM	750-600	240	9,5	16

**Tabela 4.9** Tubo quadrangular.

<b>Bloco</b>	<b>Nº CAD</b>	<b>Fabricação</b>	<b>Tipo de propriedade</b>	<b>Base (mm)</b>	<b>Espessura (mm)</b>
F2	TB QUAD	Soldado	BEAM	125	10,6
F2	TB QUAD	Soldado	BEAM	120	6,35

- Bloco F3

**Tabela 4.10** Perfis I soldados.

<b>Bloco</b>	<b>Nº CAD</b>	<b>Fabricação</b>	<b>Tipo de propriedade</b>	<b>d (mm)</b>	<b>bf (mm)</b>	<b>tw (mm)</b>	<b>tf (mm)</b>
F3	2	Soldado	BEAM	350	250	8	8
F3	3	Soldado	BEAM	350	250	9,5	19
F3	4	Soldado	BEAM	350	350	8	12,5
F3	5	Soldado	BEAM	350	350	9,5	12,5
F3	6	Soldado	BEAM	350	350	12,7	19
F3	8	Soldado	BEAM	350	350	8	16
F3	11	Soldado	BEAM	600	240	6,35	9,5
F3	13	Soldado	BEAM	600	200	6,35	12,7
F3	14	Soldado	BEAM	600	240	6,35	16
F3	17	Soldado	BEAM	530	200	6,35	9,5
F3	38	Soldado	BEAM	650	240	6,35	12,7
F3	39	Soldado	BEAM	650	240	8	16
F3	40	Soldado	BEAM	600	240	8	16
F3	42	Soldado	BEAM	600	240	12,7	19
F3	43	Soldado	BEAM	600	240	8	19
F3	45	Soldado	BEAM	530	250	6,35	12,7
F3	51	Soldado	BEAM	350	250	8	16

**Tabela 4.11** Perfis W laminado.

<b>Bloco</b>	<b>N° CAD</b>	<b>Fabricação</b>	<b>Tipo de propriedade</b>	<b>Bitola</b>	<b>d (mm)</b>	<b>bf (mm)</b>	<b>tw (mm)</b>	<b>tf (mm)</b>
F3	31	Laminado	BEAM	W 460x52,0	450	152	7,6	10,8
F3	32	Laminado	BEAM	W 360x51,0	355	171	7,2	11,6

**Tabela 4.12** Perfil H laminado.

<b>Bloco</b>	<b>N° CAD</b>	<b>Fabricação</b>	<b>Tipo de propriedade</b>	<b>Bitola</b>	<b>d (mm)</b>	<b>bf (mm)</b>	<b>tw (mm)</b>	<b>tf (mm)</b>
F3	7	Laminado	BEAM	H 150x37,1	162	154	8,1	11,6

**Tabela 4.13** Perfis I de seção variável.

<b>Bloco</b>	<b>N° CAD</b>	<b>Fabricação</b>	<b>Tipo de propriedade</b>	<b>d (mm)</b>	<b>bf (mm)</b>	<b>tw (mm)</b>	<b>tf (mm)</b>
F3	15	Soldado	BEAM	650-530	200	6,35	12,7
F3	16	Soldado	BEAM	520-400	150	6,35	8
F3	22	Soldado	BEAM	650-530	200	6,35	8

**Tabela 4.14** Tubo quadrangular.

<b>Bloco</b>	<b>N° CAD</b>	<b>Fabricação</b>	<b>Tipo de propriedade</b>	<b>Lado (mm)</b>	<b>Espessura (mm)</b>
F3	52	Soldado	BEAM	120	4,75

### 4.3 Malha de elementos finitos

Nesta seção será detalhado todo o procedimento utilizado na construção do modelo, incluindo as considerações feitas, os setores escolhidos para aplicação da malha de elementos finitos, offset's do modelo, carregamentos e condições de contorno.

#### 4.3.1 Módulos

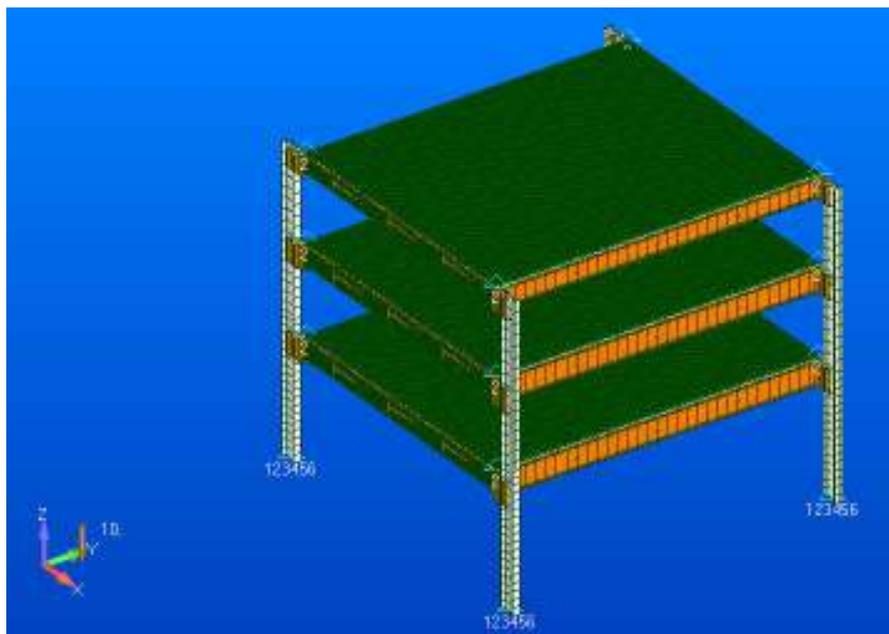
Como já foi mencionado, a estrutura não foi modelada por completo, escolhendo-se apenas alguns módulos para criar a malha de elementos finitos. Essa aproximação foi feita tendo-se em vista que era necessário verificar as frequências naturais em cada setor específico da estrutura, para ser possível enumerar todos os modos de vibração de cada bloco da estrutura de forma mais precisa. Assim, foram criados quatro modelos, descritos a seguir.

- Modelo representativo dos blocos F1 e F3 (pois esses blocos possuem estruturas idênticas): salas de aula;
- Modelo representativo do bloco F0: corredor e salas de professores;
- Modelo representativo do bloco F2: salas de aula;
- Modelo representativo do bloco F2: auditório.

Vale ressaltar que em todos os modelos criados foram considerados módulos circundados por pilares. A seguir, têm-se a descrição detalhada de cada modelo criado.

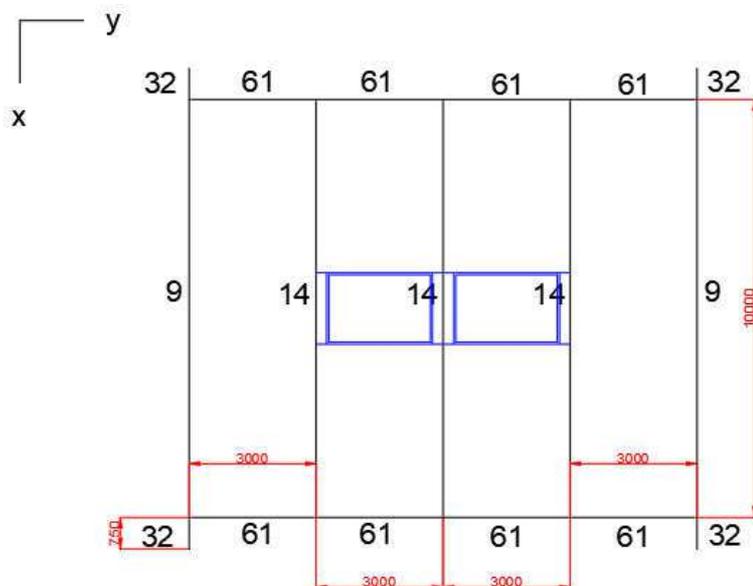
a) Bloco F0

Foi escolhido um módulo tal que o mesmo está circundado por pilares e contempla duas salas de professores, aproximadamente, e parte do corredor. O corredor está situado ao longo da direção Y, de acordo com o referencial presente na **Figura 4.8**, de modo que o bloco F0 se estende ao longo dessa direção. As salas de professores também se estendem ao longo da direção Y, sendo paralelas ao corredor. A seguir, tem-se uma imagem com o modelo referente ao bloco F0.

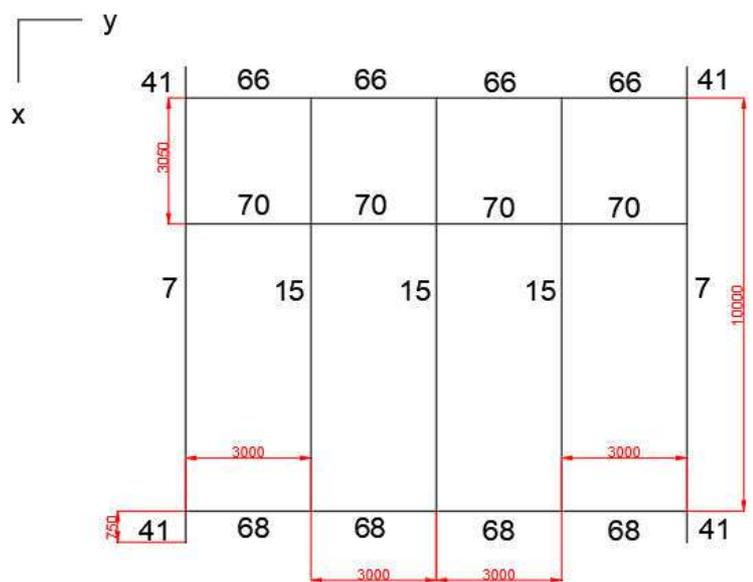


**Figura 4.8** Modelo do bloco F0.

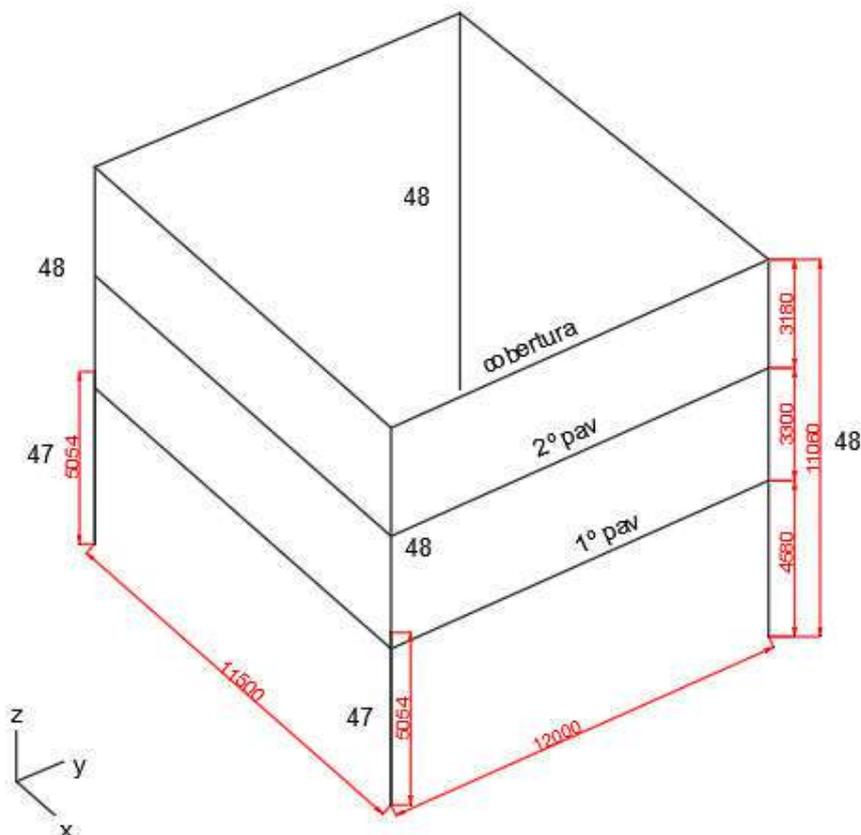
Em seguida, têm-se imagens ilustrando os perfis empregados e as dimensões físicas do modelo (os traços mostrados representam o eixo das vigas). A numeração dos perfis está conforme as tabelas contidas na seção 4.2.3 desse relatório. O referencial mostrado nas próximas figuras coincide com o referencial da **Figura 4.8**. Em azul estão localizadas as posições dos suportes dos TMD's.



**Figura 4.9** Planta de perfis do 1º e 2º pavimentos (dimensões em mm).



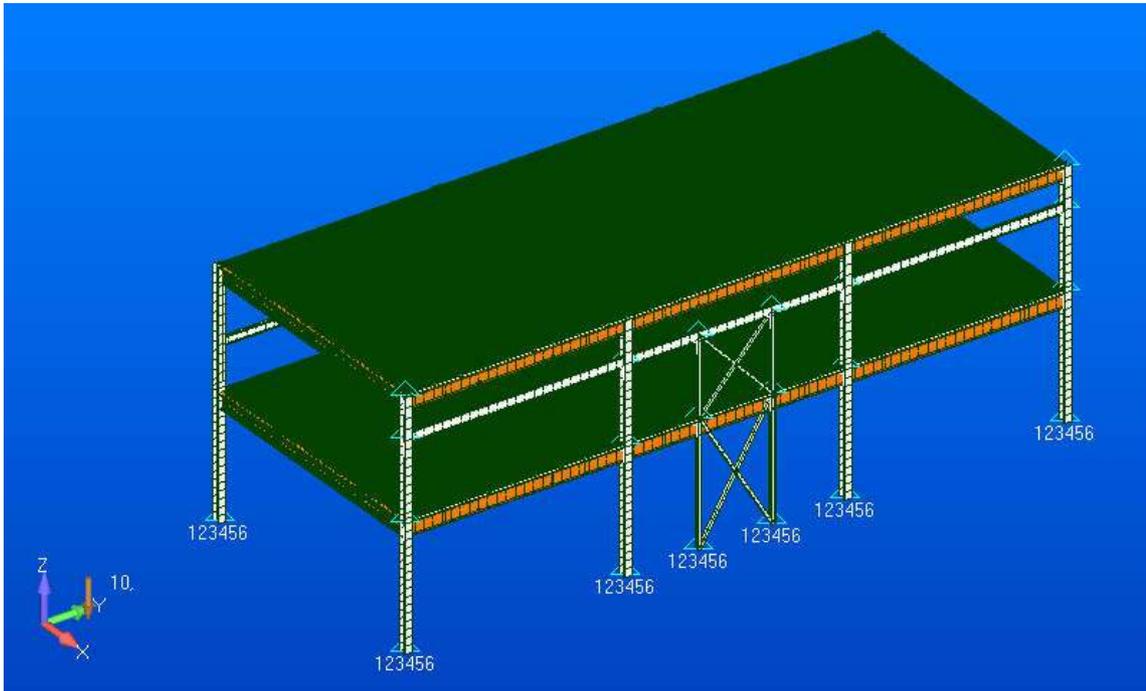
**Figura 4.10** Planta de perfis da cobertura (dimensões em mm).



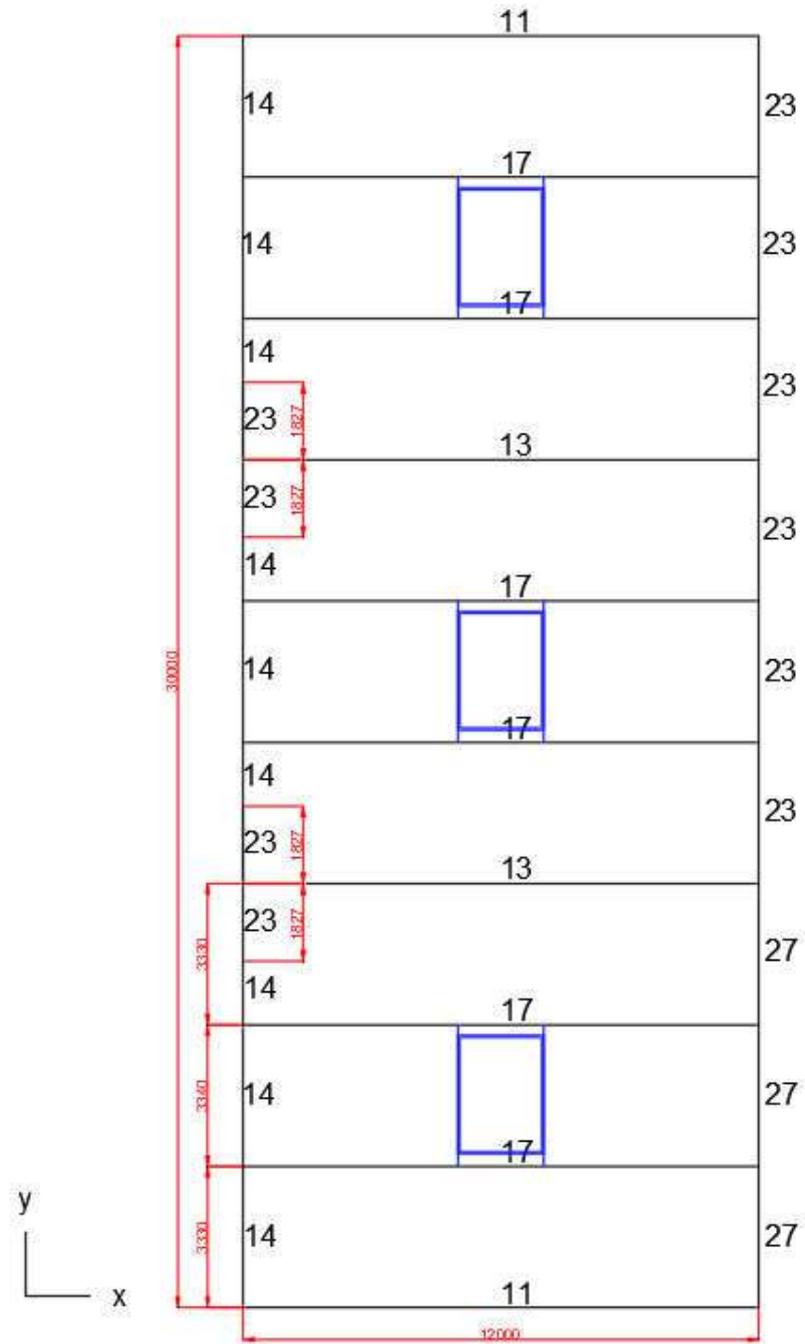
**Figura 4.11** Vista em perfil do módulo (dimensões em mm).

b) Bloco F2

Foram criados dois modelos para o bloco F2, um que contivesse as salas de aula e outro, contendo o auditório. A **Figura 4.12** mostra a modelagem do módulo que contém três salas de aula. As três salas mencionadas se estendem na direção Y, sendo que as divisórias das salas se localizam no alinhamento dos pilares internos. Abaixo, tem-se a imagem do modelo e as imagens com os perfis empregados e as dimensões físicas do modelo (os traços mostrados representam o eixo das vigas). Em azul estão localizadas as posições dos suportes dos TMD's.



**Figura 4.12** Modelo do bloco F2 (salas de aula).



**Figura 4.13** Planta de perfis do 1º pavimento (dimensões em mm).

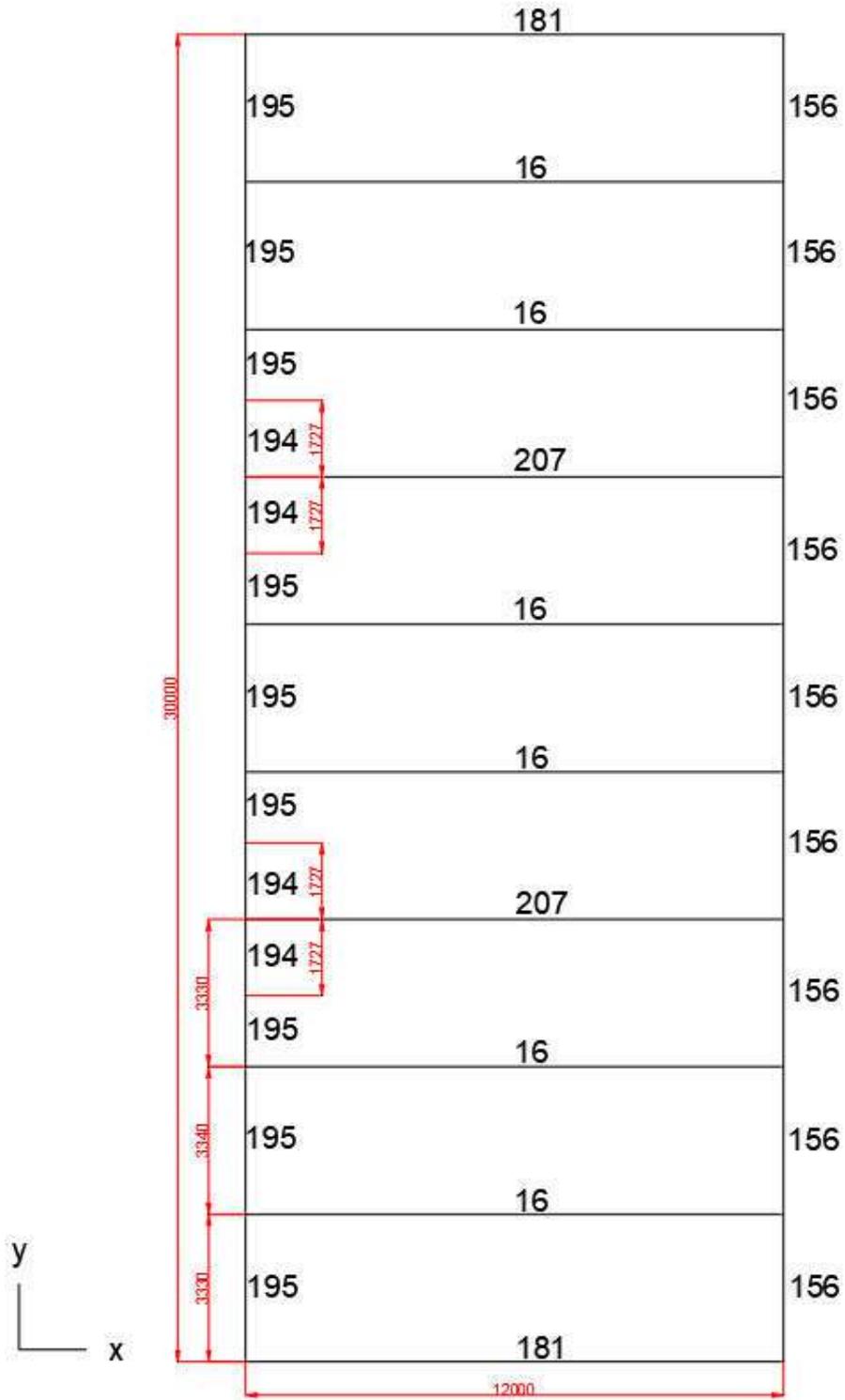
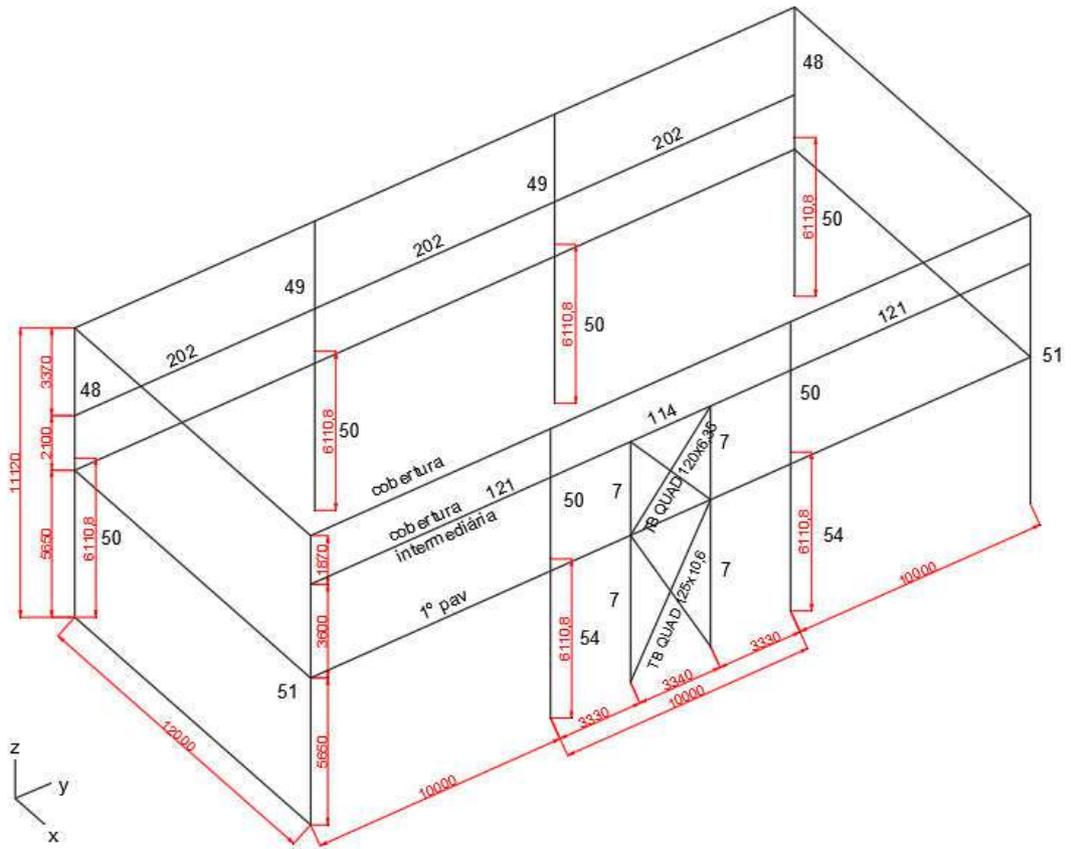
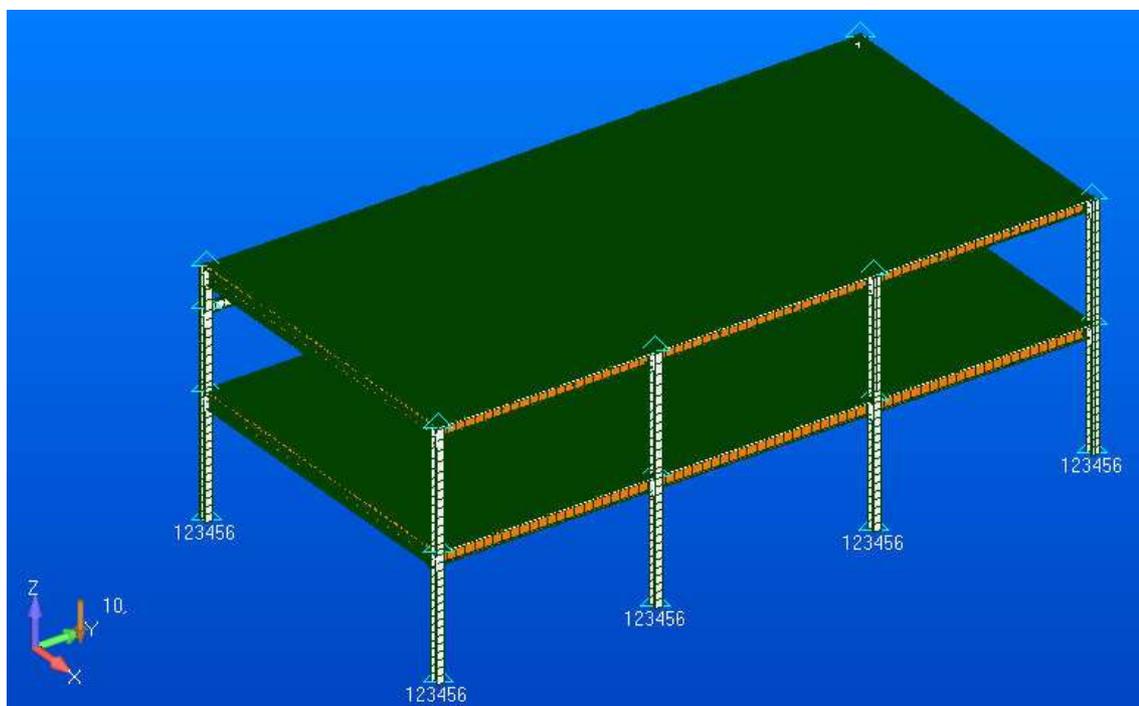


Figura 4.14 Planta de perfis da cobertura (dimensões em mm).

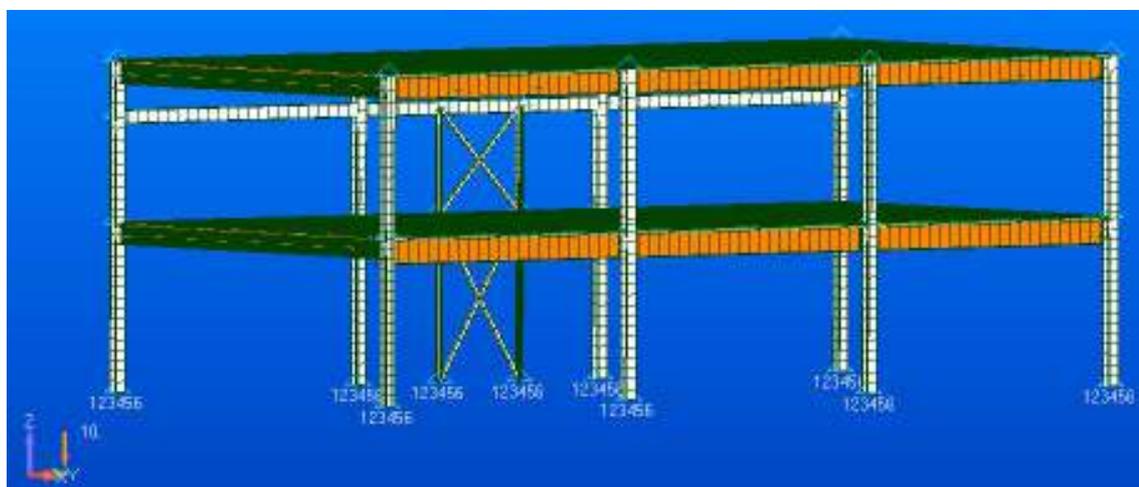


**Figura 4.15** Vista em perfil do módulo (dimensões em mm).

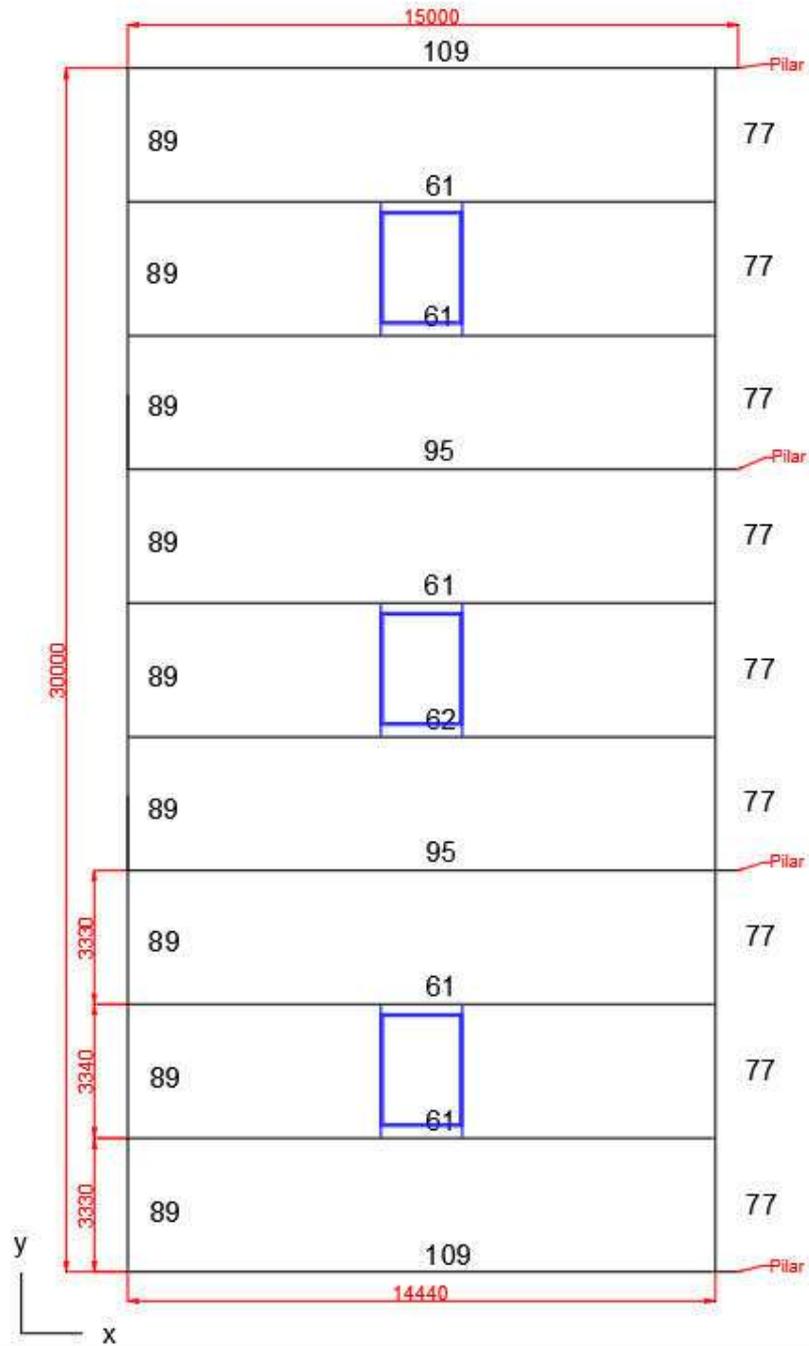
O segundo modelo criado para analisar o bloco F2 foi o módulo que continha o auditório. Têm-se nas figuras abaixo o modelo e as imagens com os perfis empregados e as dimensões físicas do modelo (os traços mostrados representam o eixo das vigas). Em azul estão localizadas as posições dos suportes dos TMD's.



**Figura 4.16** Modelo do bloco F2 (auditório).



**Figura 4.17** Modelo do bloco F2, vista dos pilares do plano YZ situados à esquerda do modelo.



**Figura 4.18** Planta de perfis do 1º pavimento (dimensões em mm).

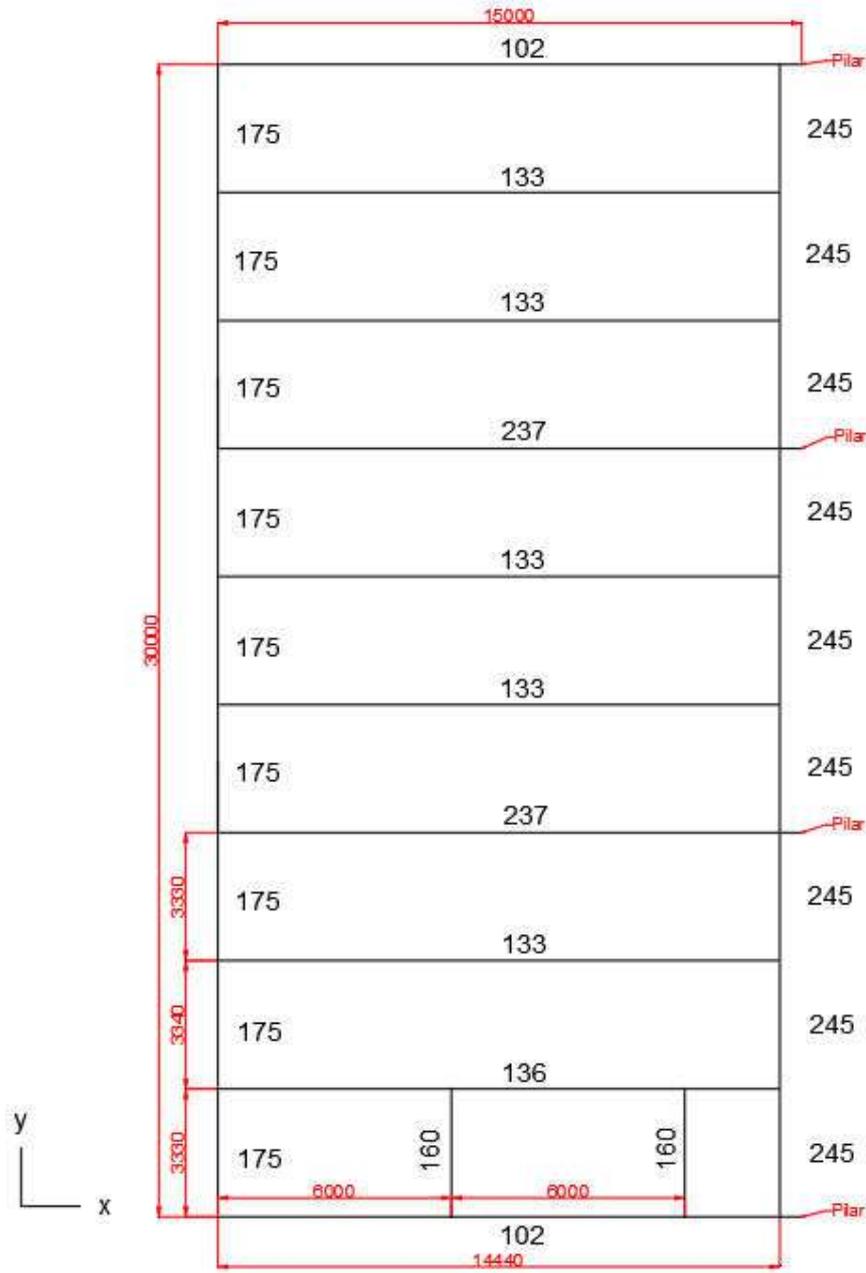
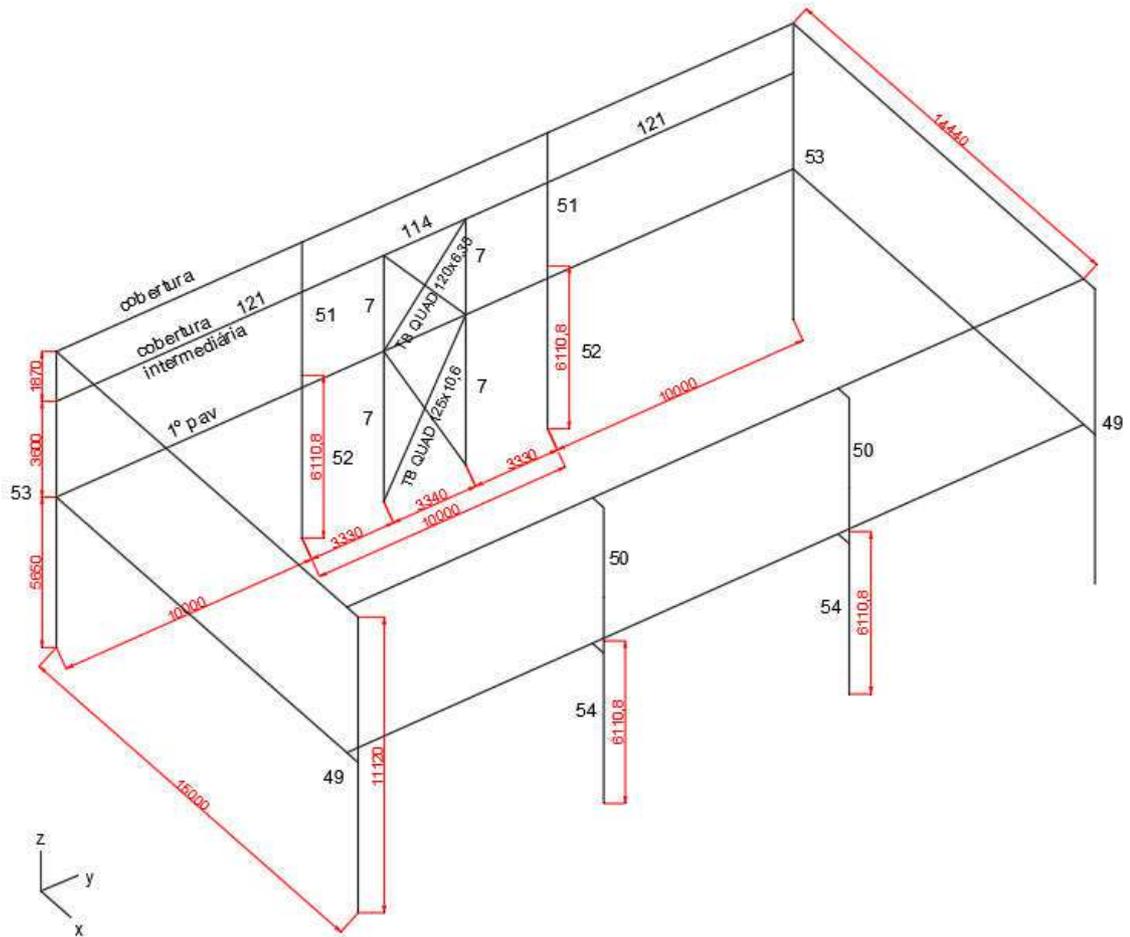


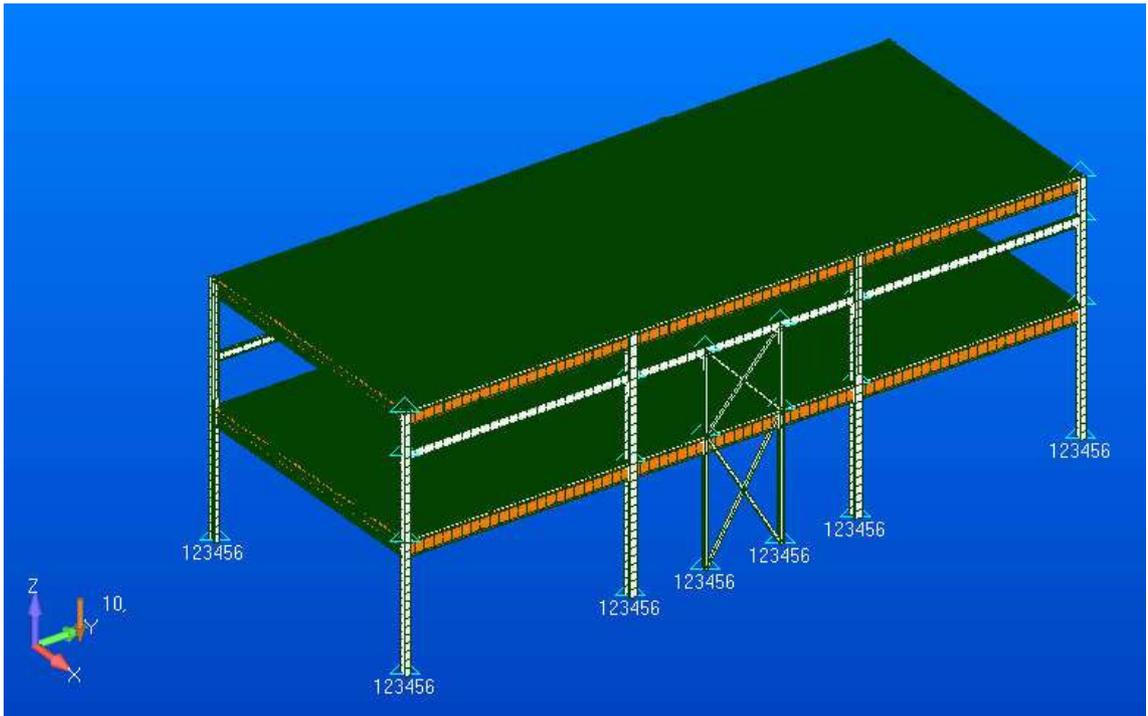
Figura 4.19 Planta de perfis da cobertura (dimensões em mm).



**Figura 4.20** Vista em perfil do módulo (dimensões em mm).

c) Bloco F1/F3

Aproveitou-se da simetria dos blocos F1 e F3 e criou-se apenas um modelo para representar ambos. Novamente, o modelo contempla 3 (três) salas de aula, de forma semelhante ao modelo do bloco F2 representado na **Figura 4.12**. A disposição das salas e as orientações referidas anteriormente para o bloco F2 com as salas de aula são válidas nesse caso. A seguir, tem-se a imagem do modelo e as imagens com os perfis empregados e as dimensões físicas do modelo (os traços mostrados representam o eixo das vigas). Em azul estão localizadas as posições dos suportes dos TMD's.



**Figura 4.21** Modelo do bloco F1/F3 (salas de aula).

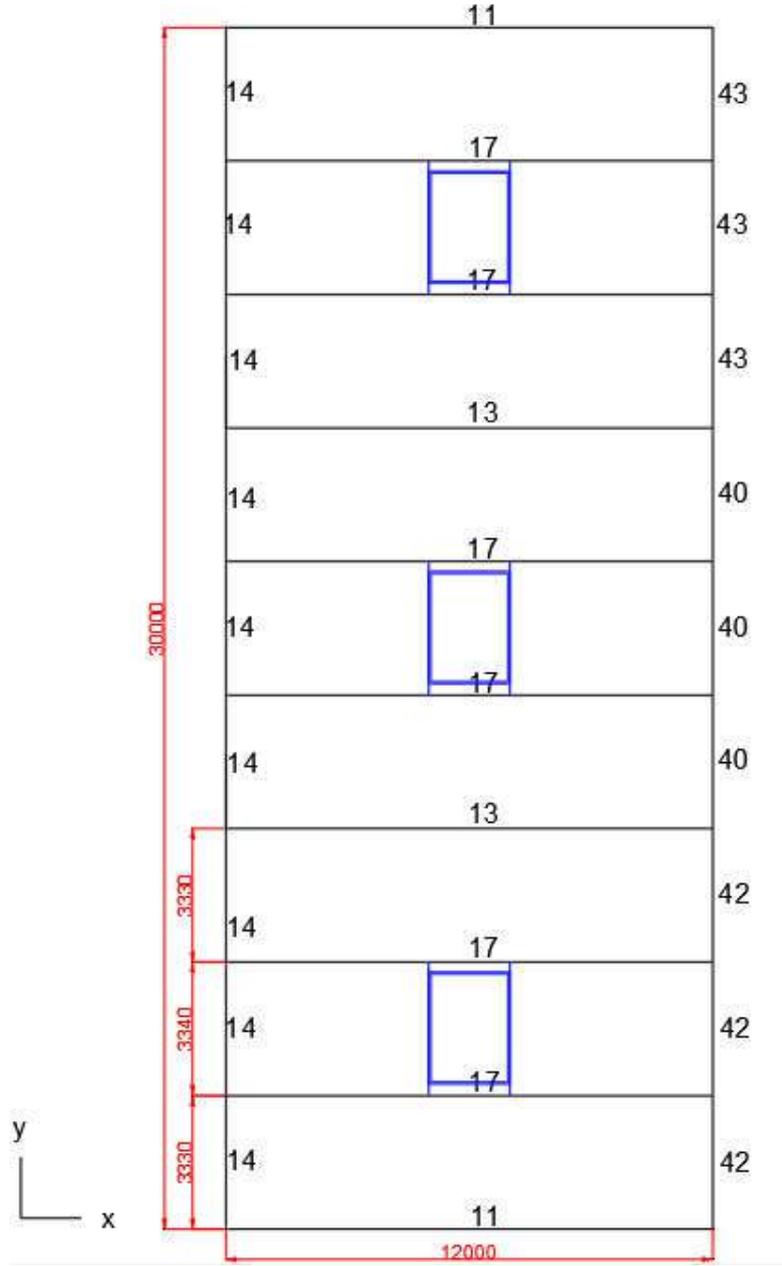
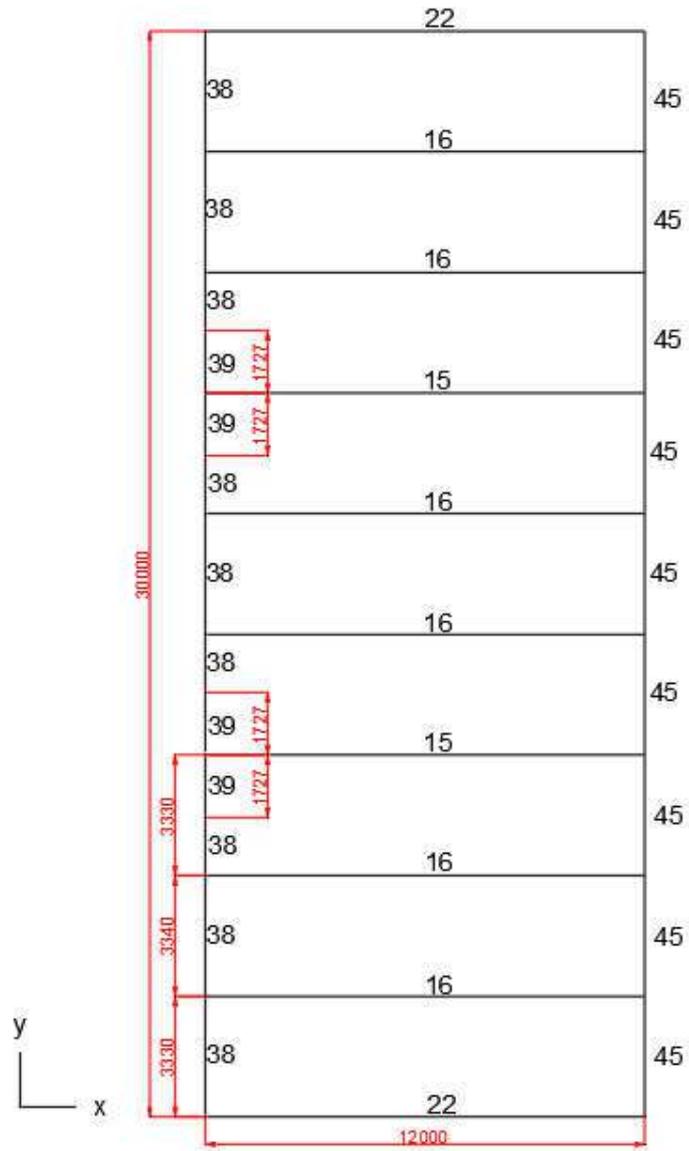
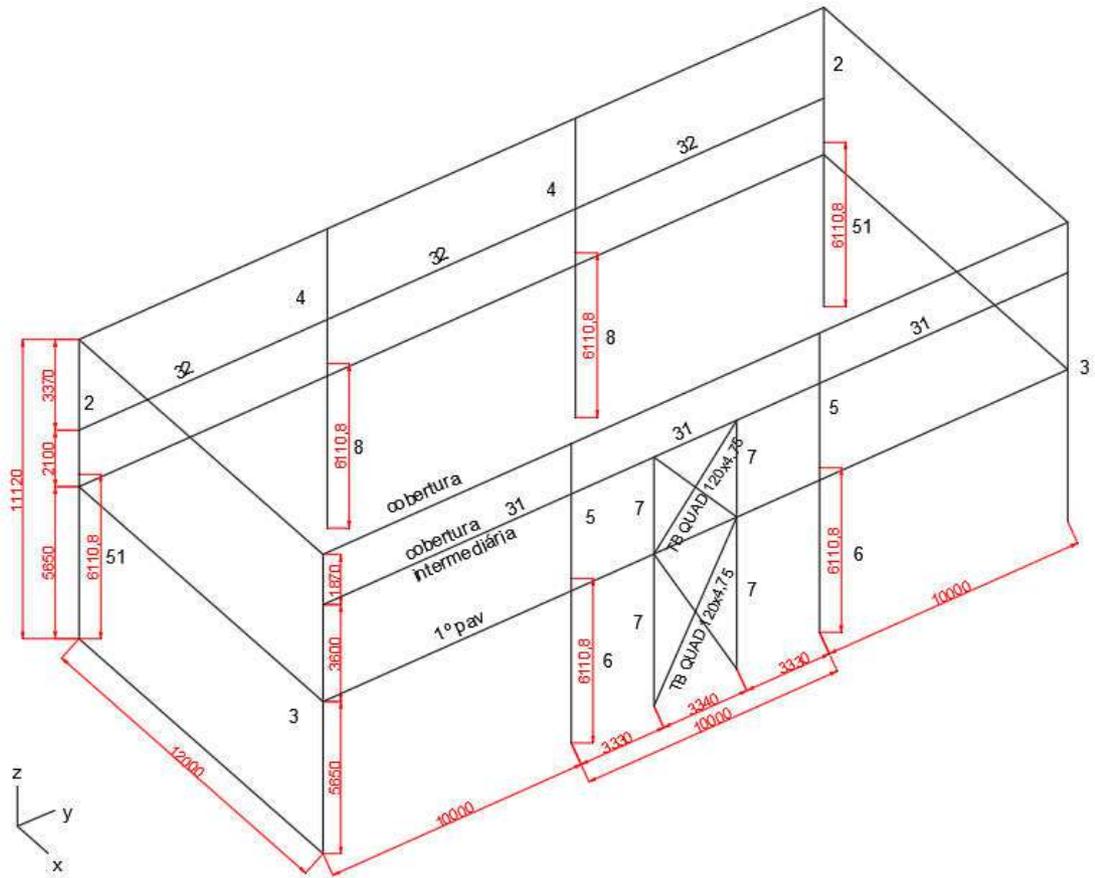


Figura 4.22 Planta de perfis do 1º pavimento (dimensões em mm).



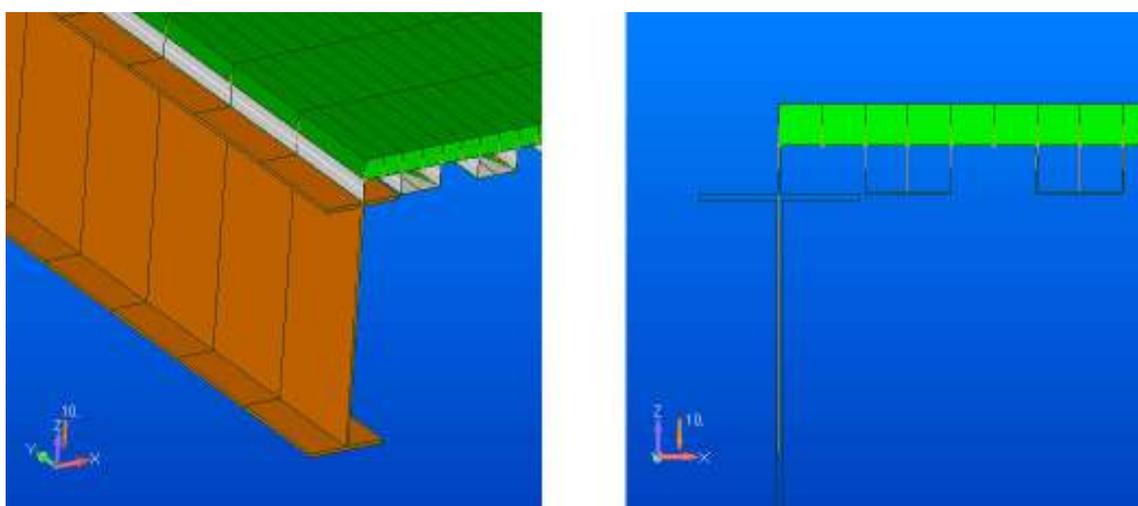
**Figura 4.23** Planta de perfis da cobertura (dimensões em mm).



**Figura 4.24** Vista em perfil do bloco (dimensões em mm).

### 4.3.2 Modelagem da laje

A criação dos modelos se iniciou com a modelagem da laje, pois a malha das vigas e dos pilares foi feita a partir da definição da malha da laje. Ainda, as cotas dos pavimentos da estrutura foram definidas no modelo a partir do posicionamento da malha da laje. A laje se estende até os eixos das vigas externas, de forma que o distanciamento/posicionamento das vigas está conforme mostrado na seção 4.3.1, nas imagens das plantas de perfis. A seguir, tem-se uma imagem ilustrando a vinculação entre a laje e as vigas, na extremidade da laje.



**Figura 4.25** Vinculação entre viga e laje.

Como dito na seção 3.3.2, foi adotado um modelo de laje composta tipo steel-deck para a estrutura em análise, o que exigiu certa simplificação no processo de modelagem. A simplificação foi feita de forma a conservar a massa de concreto e alterar o mínimo possível a rigidez do modelo. Conforme visto na **Figura 3.9**, o steel-deck possui nervuras com paredes inclinadas. A representação dessa inclinação no modelo acarretaria em uma malha não uniforme, dificultando o processo de modelagem. Como simplificação de modelo, essa inclinação foi desconsiderada e criou-se uma malha de forma que as nervuras possuam ângulos de 90°, uniformizando a malha da laje e simplificando o processo de modelagem. A seguir, tem-se a imagem que representa a laje utilizada, seguida da simplificação de modelo realizada.

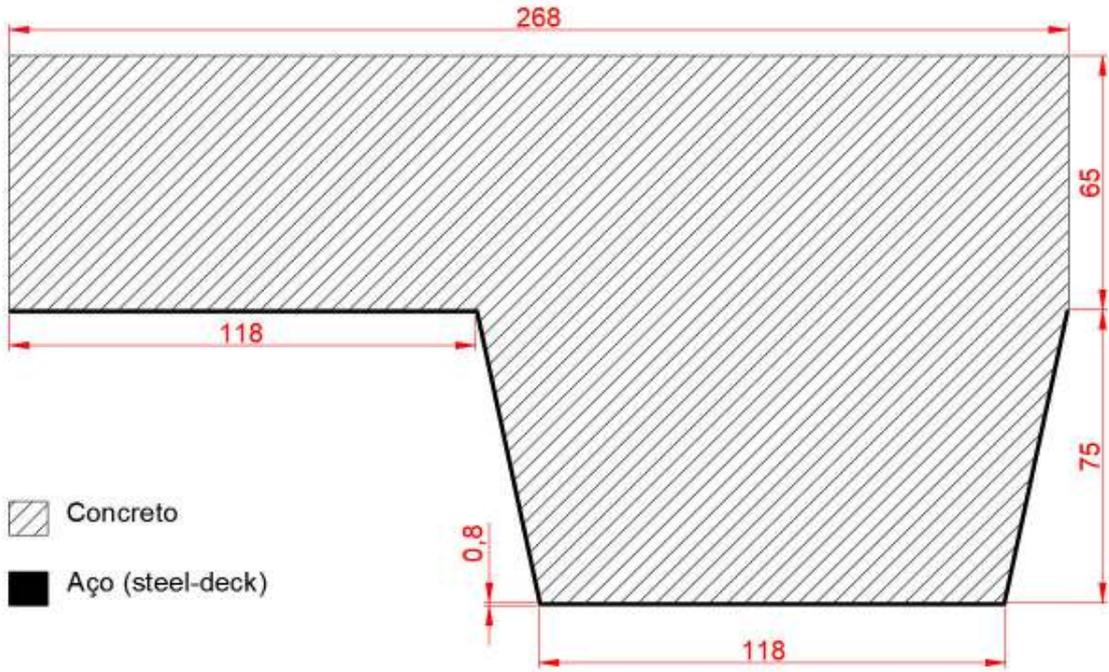


Figura 4.26 Dimensões do módulo repetitivo da laje steel-deck usada (dimensões em mm).

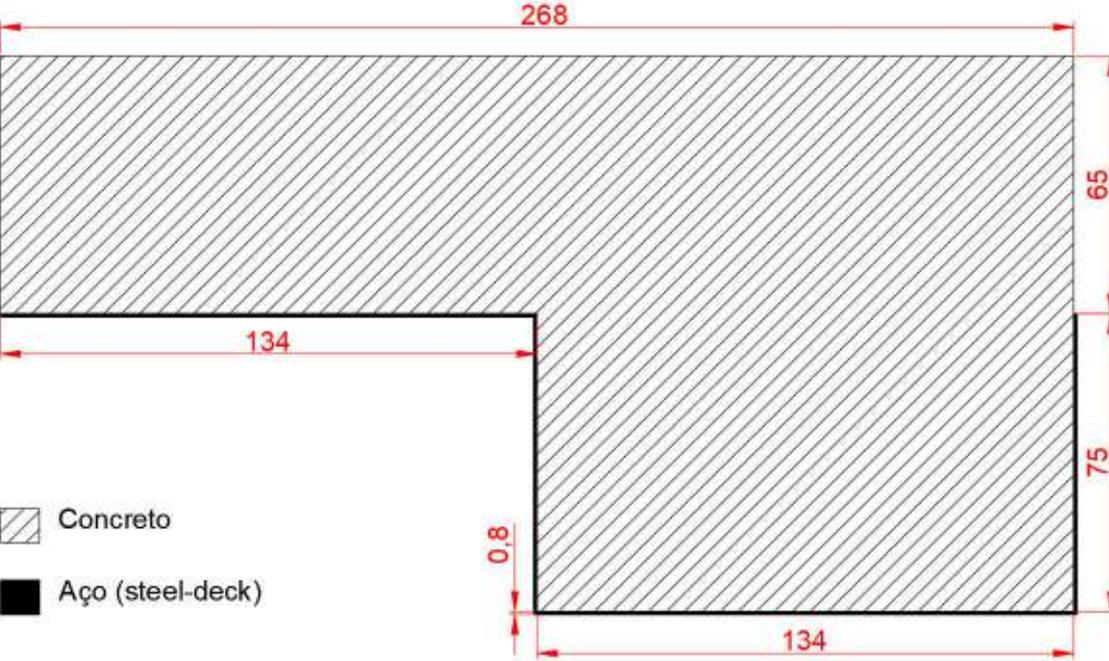
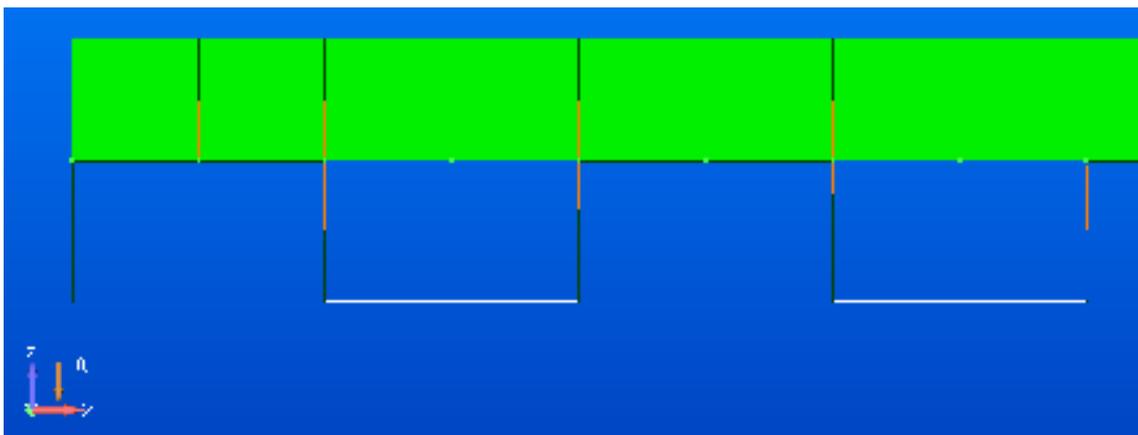


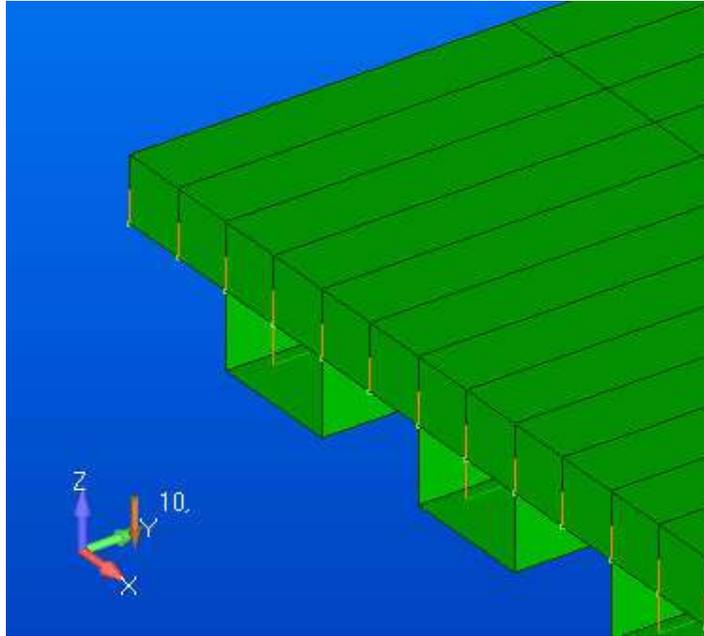
Figura 4.27 Simplificação adotada no modelo (dimensões em mm).

Como já mencionado, a massa do perfil foi mantida, de forma que o retângulo criado na simplificação possui mesma área que a nervura em forma de trapézio do perfil real. Em relação à alteração da rigidez do modelo, o steel-deck é responsável por atuar como armadura positiva da laje, suportando os momentos fletores positivos, sendo a própria laje responsável por suportar esforços cortantes. Com isso, a alteração da inclinação da nervura não altera de forma significativa a rigidez do modelo, justificando a simplificação realizada. Na figura abaixo é apresentado o perfil da laje steel-deck modelada.

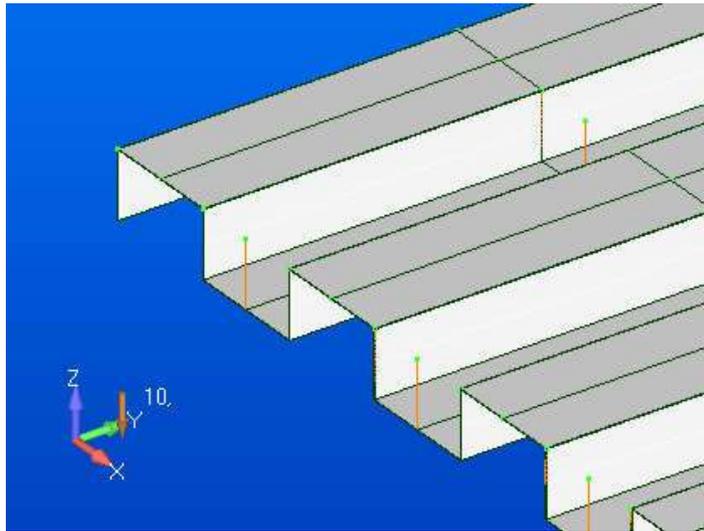


**Figura 4.28** Perfil da malha da laje.

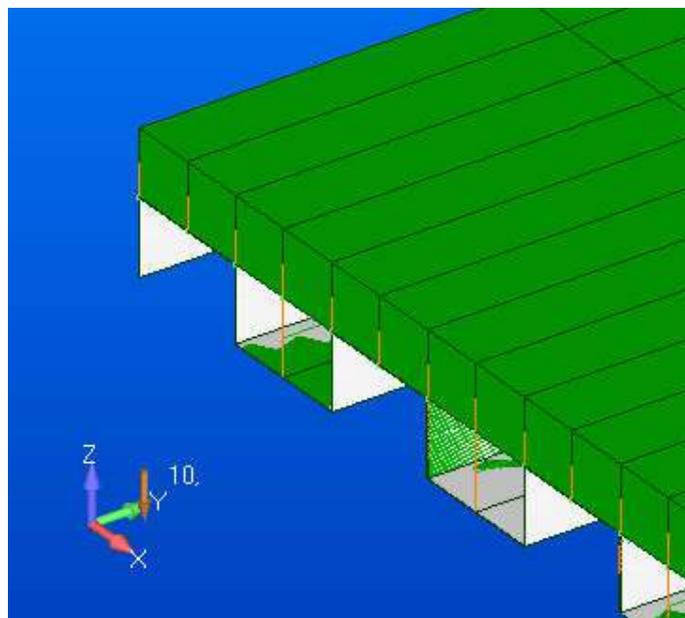
O perfil da laje foi modelado mesclando elementos de lineares (BEAM) e de placa (PLATE). As nervuras da laje foram modeladas utilizando-se elementos lineares, tanto para o concreto quanto para o steel-deck. As “mesas” do steel-deck foram modeladas com elementos de placa, assim como a porção de concreto de espessura 6,5 cm. Assim, foi necessária a criação de nós nos pontos médios e nas extremidades das “mesas” do steel-deck, para inserir a malha das nervuras do concreto e do steel-deck, respectivamente. A seguir, têm-se figuras ilustrando o que foi mencionado.



**Figura 4.29** Laje: porção de concreto.

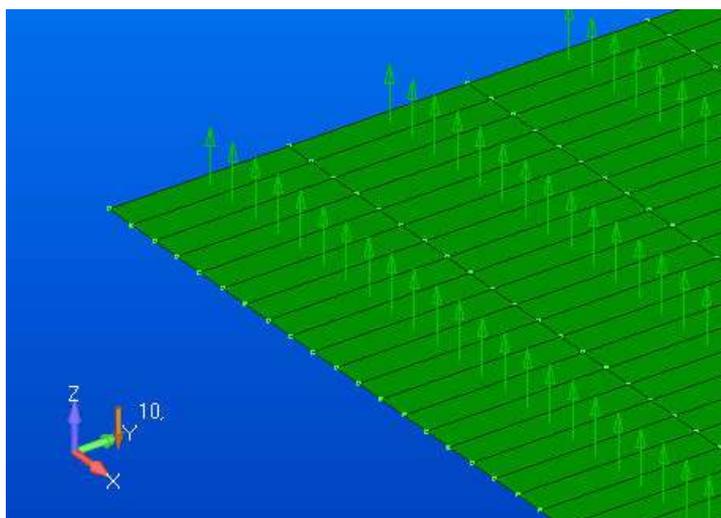


**Figura 4.30** Laje: steel-deck.

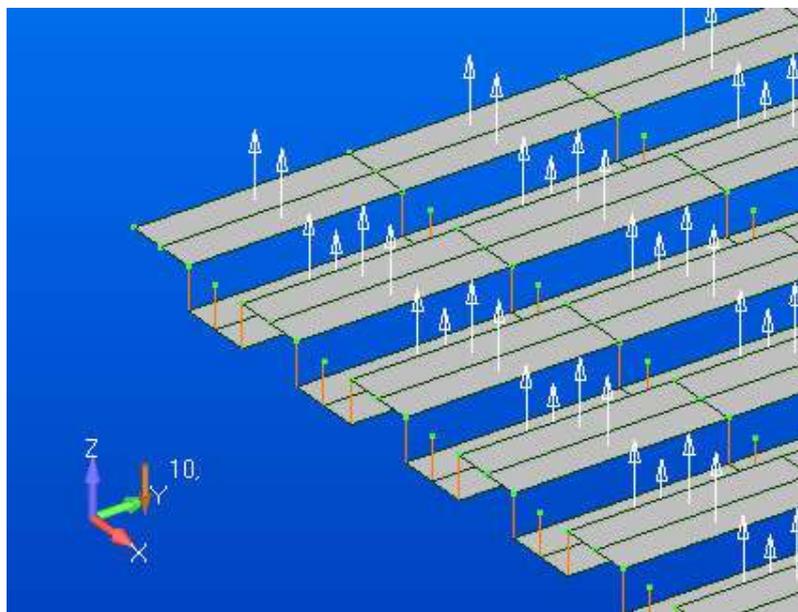


**Figura 4.31** Laje completa.

Todas as propriedades do tipo PLATE foram modeladas de forma que seus elementos possuíssem orientação anti-horária, fazendo com que seus vetores de orientação normais “*Normal Vectors*” estivessem alinhados com o eixo Z do sistema referencial global do modelo.



**Figura 4.32** *Normal vectors* da laje de concreto.

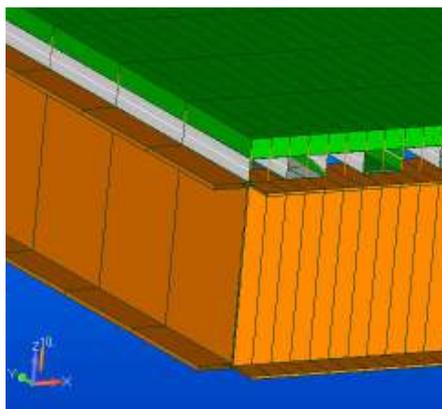


**Figura 4.33** *Normal Vectors* das mesas do steel-deck.

Os elementos utilizados na malha dos quatro modelos possuem dimensões semelhantes. A geometria da malha das vigas e dos pilares foi criada de forma que possuísse 8 ou 16 divisões por trecho, resultando em 8 ou 16 elementos por trecho. Essa divisão pode ser observada na malha dos pilares e das vigas, que exercem a função de longarinas da estrutura. Para as vigas que exercem a função de travessas da estrutura, a sua malha está conforme o perfil da laje, mostrado na **Figura 4.28**, resultando em elementos de 67 mm de dimensão. Como as malhas da laje e das vigas estão vinculadas, a dimensão do elemento de placa da laje fica limitada pela definição da dimensão do perfil da laje e da dimensão dos elementos das longarinas do modelo. As dimensões dos elementos lineares da laje, que correspondem as suas nervuras, possuem as dimensões conforme as longarinas do modelo. A seguir, têm-se as dimensões dos elementos dos módulos.

- a) Blocos F2 e F1/F3: esses blocos possuem posicionamento das travessas coincidentes, sendo válidos para os dois modelos criados para o bloco F2, justificando a semelhança na dimensão dos elementos. A dimensão dos elementos lineares dos pilares varia por causa das vinculações que esses fazem com os diferentes níveis da estrutura (1º pavimento, 2º pavimento e cobertura intermediária), sendo os valores mostrados abaixo correspondente ao maior elemento da malha dos pilares;

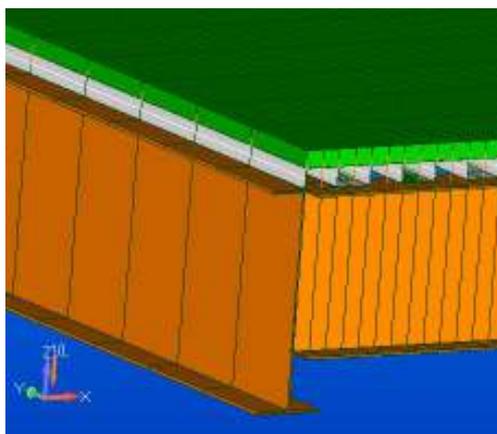
- Longarinas: 41,625 cm
- Travessas: 6,7 cm
- Laje:  $278,88 \text{ cm}^2 = 6,7 \text{ cm} \times 41,625 \text{ cm}$
- Pilar: 46,75 cm



**Figura 4.34** Bloco F3: malha das longarinas e travessas.

b) Bloco F0: o mesmo comentário feito no item anterior em relação a malha dos pilares é válido nesse item;

- Longarinas: 37,50 cm
- Travessas: 6,7 cm
- Laje:  $251,25 \text{ cm}^2 = 6,7 \text{ cm} \times 37,50 \text{ cm}$
- Pilar: 41,25 cm



**Figura 4.35** Bloco F0: malha das longarinas e travessas.

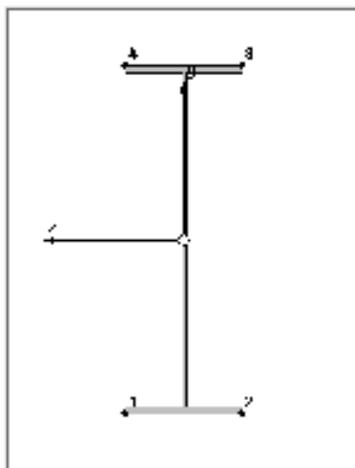
Como é possível constatar, nenhum elemento linear possui dimensão superior a 50 cm.

### 4.3.3 Modelagem das vigas e pilares

Todas as vigas e pilares foram modelados com elementos lineares do tipo BEAM. Como os perfis empregados eram todos usuais, não foi necessário realizar nenhuma consideração adicional na modelagem desses perfis. Como já foi mencionado, a malha das vigas e dos pilares está vinculada com a malha da laje. Ainda, a malha dos pilares foi criada de forma a sempre possuir um nó coincidente com cada nível existente na estrutura em análise. Com relação a orientação dos perfis, estabeleceu-se o seguinte padrão:

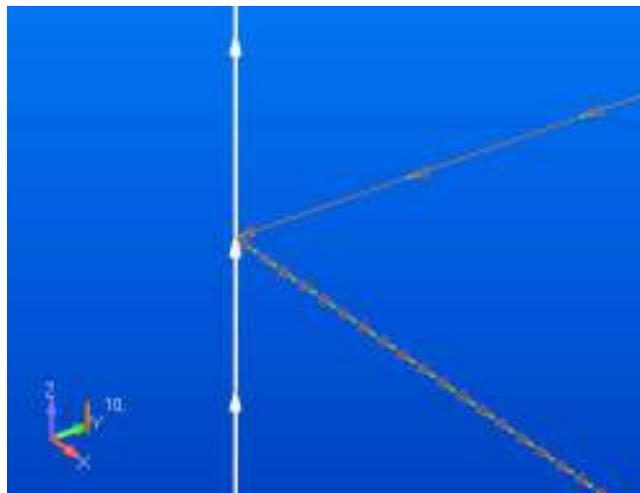
- Para pilares, o eixo X do referencial do elemento teve a mesma direção e sentido que o eixo Z global do modelo. Já o eixo Y do referencial do elemento teve a mesma direção, mas sentido contrário, que o eixo X global do modelo;
- Para vigas, no caso em que essas possuíssem a mesma direção que o eixo Y global do modelo, o sentido de seu eixo X local seria contrário ao sentido desse eixo; quando possuísse a mesma direção que o eixo X global do modelo, o sentido de seu eixo X local seria igual ao sentido desse eixo. Já o eixo Y local do elemento foi direcionado na mesma direção e sentido do eixo Z global do modelo.

O eixo local Y de todos os perfis lineares foi orientado conforme a figura abaixo.

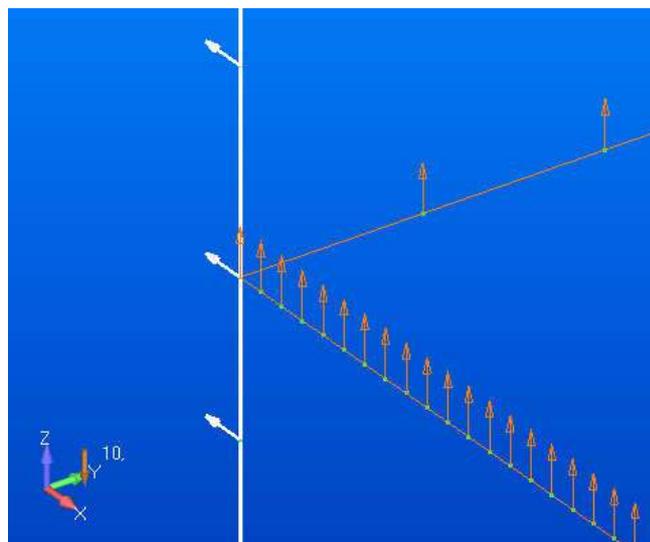


**Figura 4.36** Eixo Y local dos perfis lineares.

A seguir, têm-se duas figuras ilustrando as orientações dos elementos lineares correspondetes aos pilares e as vigas.



**Figura 4.37** Eixo X do referencial do elemento.



**Figura 4.38** Eixo Y do referencial do elemento.

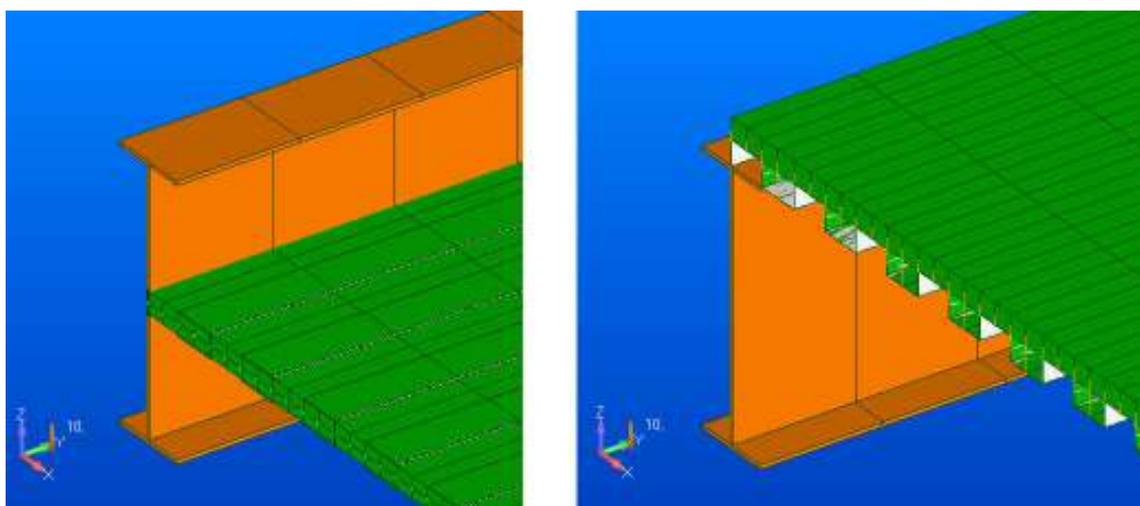
Comentários a respeito da malha dos perfis lineares já foram feitos no item anterior, devido a vinculação dessas malhas com a malha da laje.

Vale ressaltar que as travessas das coberturas dos blocos possuem seção variável (no caso, a altura da alma do perfil é variável), conforme é visto nas tabelas presentes na seção 4.2.3. Foi considerado, para efeitos de modelagem, que esses perfis teriam seção constante

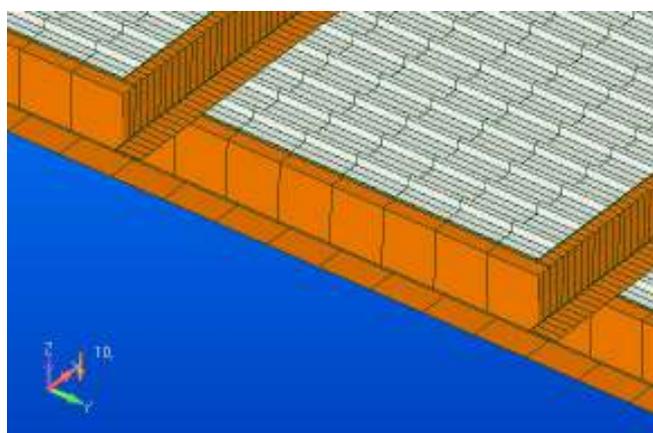
possuindo altura da alma igual a média entre a maior e a menor dimensão de alma da travessa. Como o interesse do trabalho era avaliar as frequências nos 1º pavimentos, a consideração realizada não alteraria de forma significativa os valores procurados.

#### 4.3.4 Offset's do modelo

Após a criação das malhas necessárias para a modelagem completa da estrutura, é necessário aplicar os offset's no modelo para posicionar corretamente todos os elementos criados, para assim garantir a correta adequação da rigidez do modelo, pois o distanciamento relativo das peças estruturais do modelo está diretamente relacionado com sua inércia.



**Figura 4.39** Modelo sem e com offset dos perfis.



**Figura 4.40** Vista do offset do modelo por baixo da laje.

#### 4.3.5 Carregamentos permanentes

Como o objetivo do trabalho era investigar as frequências naturais da estrutura, os carregamentos atuantes na estrutura não seriam levados em conta, pois as frequências naturais da estrutura somente dependem de sua rigidez e massa. Porém, os carregamentos permanentes que atuam na estrutura, como as cargas de revestimentos, alteram sua massa total. Com isso, é necessário contabilizar tais carregamentos na massa total da estrutura. Ou seja, tais carregamentos tendem a diminuir os valores das frequências naturais da estrutura por aumentarem sua massa.

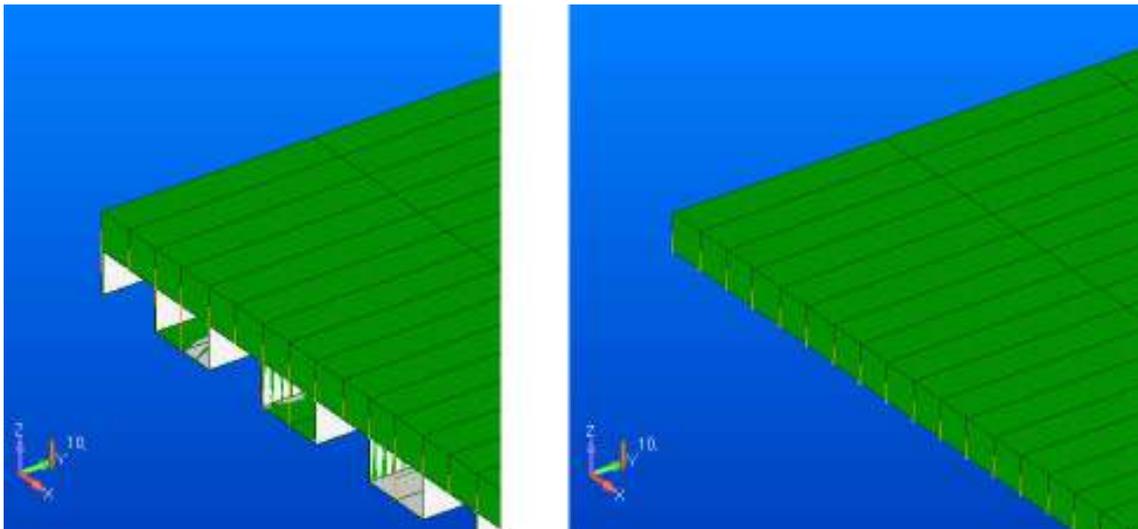
No caso da estrutura em análise, incluem-se como carregamentos permanentes, além do peso próprio, os revestimentos/impermeabilização dos pisos, os fechamentos internos e externos, as cargas de forro e as divisórias internas das salas.

Como simplificação de análise, optou-se por considerar, além do peso próprio da estrutura, apenas as cargas permanentes aplicadas diretamente sobre o piso da estrutura, por serem de maior magnitude para a análise. Com isso, além do peso próprio da estrutura (que é obtido pelo software), foram consideradas as cargas advindas do revestimento/impermeabilização dos pisos. As consequências dessa simplificação serão detalhadas na seção 5.

As cargas consideradas estão de acordo com a NBR 6120 (1980):

- Carga de revestimento:  $2,00 \text{ kN}/\text{m}^2$  (equivalente a 10 cm de revestimento, de argamassa de cimento e areia)
- Carga de forro:  $0,50 \text{ kN}/\text{m}^2$

Como a análise de frequências naturais realizada pelo software não reconhece carregamentos aplicados, foi necessário inserir tais carregamentos permanentes como acréscimo de massa no modelo, para assim contabilizá-los na análise. Dessa forma, alterou-se a densidade de parte dos elementos da laje com o intuito de simular o acréscimo de massa necessário provocado pelas cargas permanentes consideradas. Selecionaram-se os elementos de placa da laje que tinham o concreto como material para aplicar o acréscimo de massa.



**Figura 4.41** Laje completa e elementos selecionados para acréscimo de massa.

Assim, calculou-se um valor de densidade equivalente que, quando aplicada nos elementos do modelo, pudesse tanto representar o peso próprio da estrutura quanto o acréscimo de massa necessário. A seguir, têm-se as tabelas com o cálculo da densidade equivalente realizado.

**Tabela 4.15** Densidade equivalente bloco F0 – pav 1 e pav2.

CARGAS NA LAJE		
F0 - pav 1 e pav2		
Gravidade	10,00	m/s <sup>2</sup>
Área	120,00	m <sup>2</sup>
concreto		
mConc	19.500,00	kg
VConc	7,80	m <sup>3</sup>
massas permanentes		
nivelamento dos pisos	2,00	kN/m <sup>2</sup>
forro e utilidades	0,50	kN/m <sup>2</sup>
total	30.000,00	kg
massa total		
M	49.500,00	kg
Vconc	7,80	m <sup>3</sup>
d	6.346,15	kg/m <sup>3</sup>

**Tabela 4.16** Densidade equivalente bloco F0 – cobertura.

CARGAS NA LAJE		
F0 - cobertura		
Gravidade	10,00	m/s <sup>2</sup>
Área	120,00	m <sup>2</sup>
concreto		
mConc	19.500,00	kg
VConc	7,80	m <sup>3</sup>
massas permanentes		
impermeabilização e regularização	2,00	kN/m <sup>2</sup>
forro e utilidades	0,50	kN/m <sup>2</sup>
total	30.000,00	kg
massa total		
M	49.500,00	kg
Vconc	7,80	m <sup>3</sup>
d	6.346,15	kg/m <sup>3</sup>

**Tabela 4.17** Densidade equivalente blocos F3 e F2 (salas de aula) – pav 1.

CARGAS NA LAJE		
F3 e F2 (salas de aula) - pav 1		
Gravidade	10,00	m/s <sup>2</sup>
Área	360,00	m <sup>2</sup>
concreto		
mConc	58.500,00	kg
VConc	23,40	m <sup>3</sup>
massas permanentes		
nivelamento dos pisos	2,00	kN/m <sup>2</sup>
forro e utilidades	0,50	kN/m <sup>2</sup>
total	90.000,00	kg
massa total		
M	148.500,00	kg
Vconc	23,40	m <sup>3</sup>
d	6.346,15	kg/m <sup>3</sup>

**Tabela 4.18** Densidade equivalente blocos F3 e F2 (salas de aula) – cobertura.

CARGAS NA LAJE		
F3 e F2 (salas de aula) - cobertura		
Gravidade	10,00	m/s <sup>2</sup>
Área	360,00	m <sup>2</sup>
concreto		
mConc	58.500,00	kg
VConc	23,40	m <sup>3</sup>
massas permanentes		
impermeabilização e regularização	2,00	kN/m <sup>2</sup>
forro e utilidades	0,50	kN/m <sup>2</sup>
total	90.000,00	kg
massa total		
M	148.500,00	kg
Vconc	23,40	m <sup>3</sup>
d	6.346,15	kg/m <sup>3</sup>

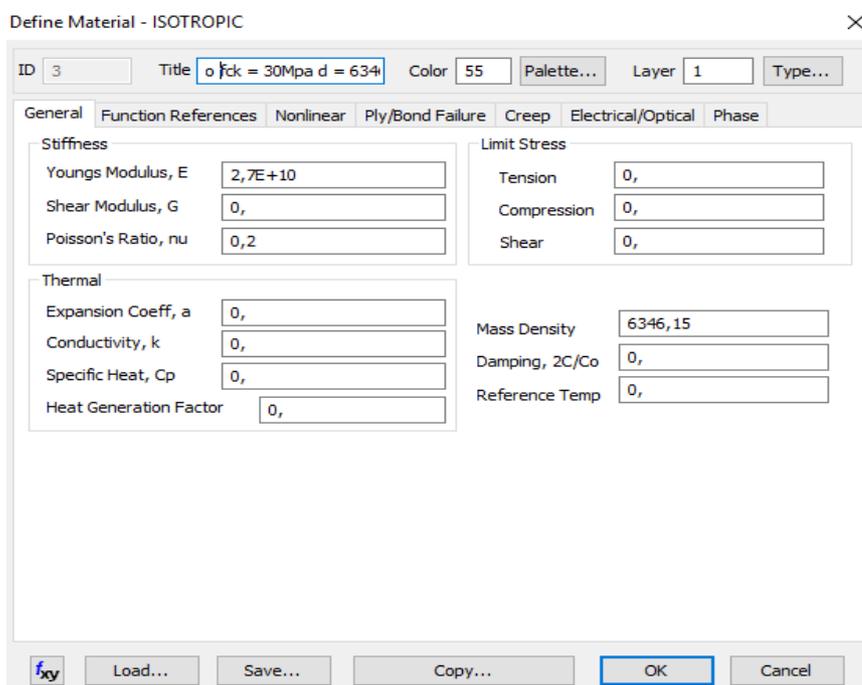
**Tabela 4.19** Densidade equivalente bloco F2 (auditório) – pav1.

CARGAS NA LAJE		
F2 (auditório) - pav 1		
Gravidade	10,00	m/s <sup>2</sup>
Área	450,00	m <sup>2</sup>
concreto		
mConc	73.125,00	kg
VConc	29,25	m <sup>3</sup>
massas permanentes		
nivelamento dos pisos	2,00	kN/m <sup>2</sup>
forro e utilidades	0,50	kN/m <sup>2</sup>
total	112.500,00	kg
massa total		
M	185.625,00	kg
Vconc	29,25	m <sup>3</sup>
d	6.346,15	kg/m <sup>3</sup>

**Tabela 4.20** Densidade equivalente bloco F2 (auditório) – cobertura.

CARGAS NA LAJE		
F2 (auditório) - cobertura		
Gravidade	10,00	m/s <sup>2</sup>
Área	450,00	m <sup>2</sup>
concreto		
mConc	73.125,00	kg
VConc	29,25	m <sup>3</sup>
massas permanentes		
impermeabilização e regularização	2,00	kN/m <sup>2</sup>
forro e utilidades	0,50	kN/m <sup>2</sup>
total	112.500,00	kg
massa total		
M	185.625,00	kg
Vconc	29,25	m <sup>3</sup>
d	6.346,15	kg/m <sup>3</sup>

Sendo assim, acrescentou-se mais um material ao modelo para inserir a massa adicional proveniente dos carregamentos permanentes considerados, com densidade equivalente de  $6.346,15 \text{ kg/m}^3$ . Os outros elementos da laje continuaram com seus materiais e densidades iniciais, conforme descrito na seção 4.1. A seguir, tem-se uma imagem ilustrando a criação do novo material com a densidade equivalente calculada.

**Figura 4.42** Material criado com a densidade equivalente.

#### 4.3.6 Condições de contorno

No modelo criado, considerou-se que a base de todos os pilares estaria engastada, com as seis restrições possíveis reconhecidas pelo software, consistindo nas translações e nas rotações nos três eixos. Também foi necessário inserir restrições em outras partes do modelo, devido à modelagem em módulos realizada. Todas as condições de contorno podem ser verificadas nas imagens presentes na seção 4.3.1. A numeração que representa as restrições presentes no modelo obedece ao seguinte padrão:

1. Translação no eixo X;
2. Translação no eixo Y;
3. Translação no eixo Z;
4. Rotação em torno do eixo X;
5. Rotação em torno do eixo Y;
6. Rotação em torno do eixo Z;

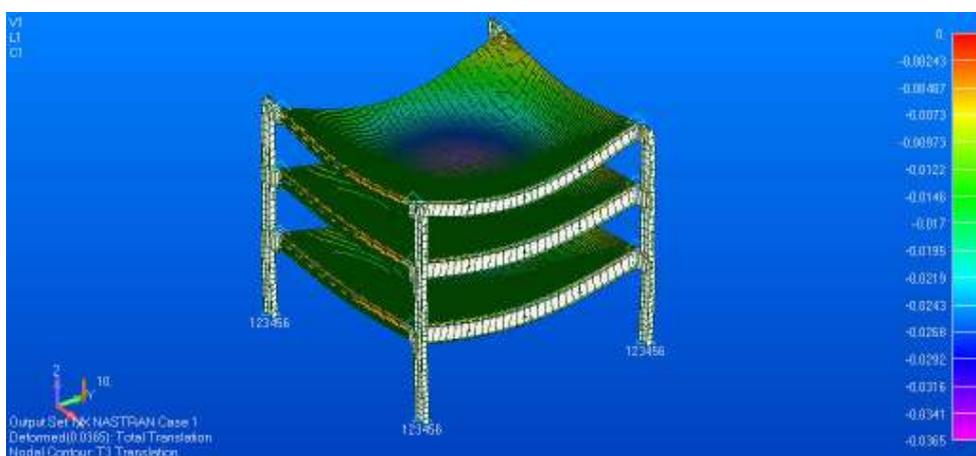
As condições de contorno foram adotadas de modo a considerar as outras partes da estrutura que não foram modeladas, devido ao padrão repetitivo. Todas as restrições adicionadas no modelo foram aplicadas na interseção dos pilares com os pavimentos da estrutura, sendo esses os 1º e 2º pavimentos funcionais, cobertura ou cobertura intermediária. Aplicou-se somente a restrição que representava a limitação na translação do modelo, de forma que a continuação da estrutura que não foi modelada foi representada como uma restrição de translação para a parte modelada.

Para exemplificar a aplicação das condições de contorno, considere a **Figura 4.8**, que representa o modelo do bloco F0. As unidades repetitivas desse bloco se estendem ao longo do eixo Y global do modelo, conforme a figura citada. Com isso, considera-se que a estrutura não apresentará translações significativas ao longo desse eixo, adicionando-se a restrição número 2 ao modelo, que representa a restrição da translação ao longo do eixo Y global da figura. Seguindo esse raciocínio, foram adicionadas todas as restrições de translação presentes nos quatro modelos.

### 4.3.7 Verificação do modelo

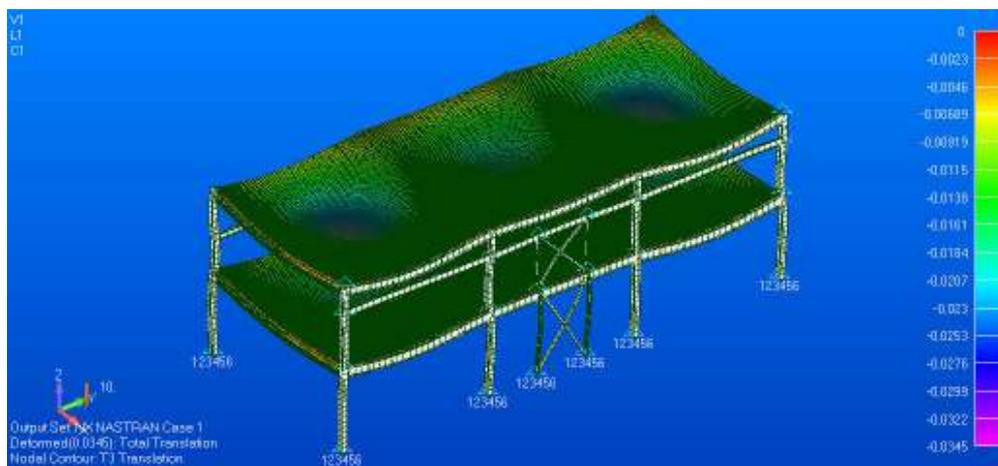
Antes de realizar a análise dos modos de vibração da estrutura, foram realizadas análises lineares com os carregamentos permanentes considerados aplicados sobre o modelo, para verificar a consistência do modelo criado. O intuito era obter as configurações deformadas e os deslocamentos máximos ocasionados pelo carregamento considerado e verificar qualquer inconsistência no modelo. A seguir, apresentam-se os resultados dessa análise preliminar (as configurações deformadas estão ampliadas em 5 ou 10 vezes, para facilitar a visualização).

#### a) Bloco F0



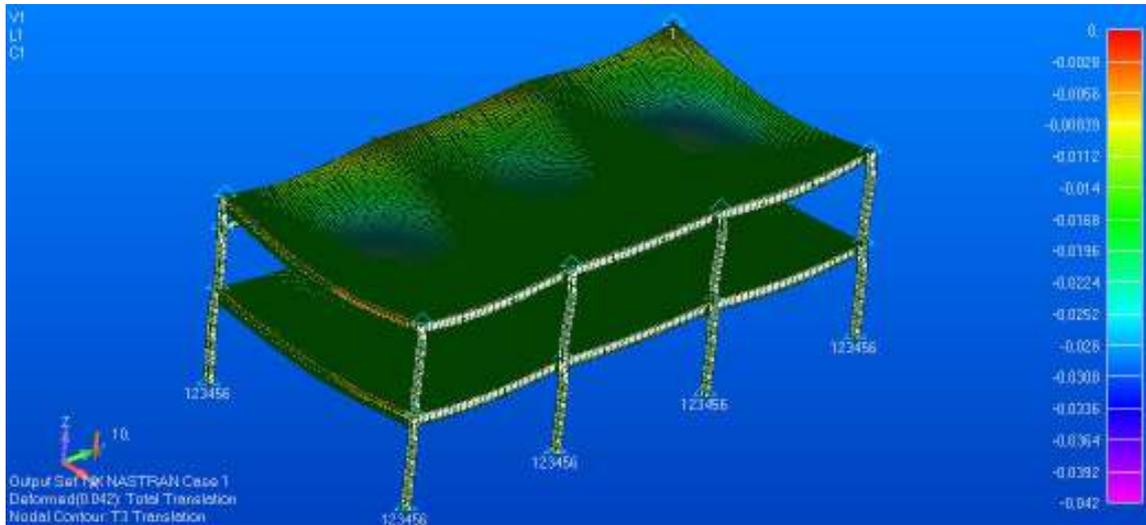
**Figura 4.43** Configuração deformada (ampliada de 10 vezes). Deslocamento máximo: 36,50 mm.

#### b) Bloco F2 (salas de aula)



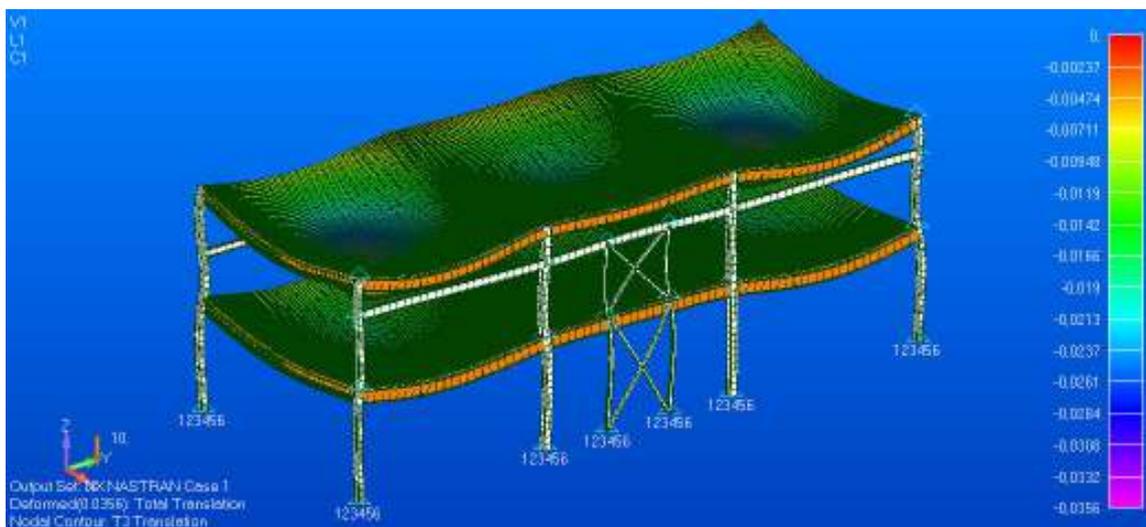
**Figura 4.44** Configuração deformada (ampliada de 5 vezes). Deslocamento máximo: 34,50 mm.

## c) Bloco F2 (auditório)



**Figura 4.45** Configuração deformada (ampliada de 5 vezes). Deslocamento máximo: 42,00 mm.

## d) Bloco F1/F3



**Figura 4.46** Configuração deformada (ampliada de 5 vezes). Deslocamento máximo: 35,60 mm.

O valor do deslocamento máximo não coincide com as flechas máximas do modelo, pois o software somente fornece os deslocamentos do modelo, e não as flechas. Assim, também foram verificados os deslocamentos no 1º pavimento de cada modelo, para garantir maior consistência ao modelo (o deslocamento no 1º pavimento é o valor que mais se aproxima de sua flecha, diferindo apenas pelos deslocamentos verticais nas porções dos pilares que suportam esse pavimento). Na tabela abaixo têm-se os valores obtidos.

**Tabela 4.21** Deslocamentos no 1º pavimento.

<b>Bloco</b>	<b>Deslocamento (mm)</b>
F0	25,68
F2 (salas de aula)	25,54
F2 (auditório)	21,98
F3/F1	26,30

A NBR 8800 (2008), em seu Anexo C, Tabela C.1, limita os deslocamentos máximos nas peças por função exercida. No caso das vigas de piso, o critério limita os deslocamentos em até  $\frac{L}{350}$ , onde  $L$  é o comprimento do vão. Constata-se que os deslocamentos do 1º pavimento estão dentro dos limites estabelecidos por norma em cada um dos quatro modelos. Na tabela abaixo têm-se os limites estabelecidos por norma.

**Tabela 4.22** Deslocamentos máximos em vigas de piso.

<b>Bloco</b>	<b>L (m)</b>	<b>L/350 (mm)</b>
F0	11,50	32,86
F2 (salas de aula)	12,00	34,29
F2 (auditório)	15,00	42,86
F3/F1	12,00	34,29

Por fim, as configurações deformadas foram analisadas com o intuito de verificar possíveis problemas de vinculação entre os elementos da malha criada para cada bloco. A partir da análise das deformações dos modelos, não se detectou nenhum problema de vinculação na malha confeccionada.

## 5 Resultados e discussões

Seguindo todas as considerações até então listadas, a análise dos modos de vibração do modelo foi realizada. Conforme mencionado na **Figura 2.21**, o caminhar de pessoas possui frequências que oscilam entre 1,7 Hz e 3,2 Hz (MOUTINHO, 1998). Com isso, optou-se por listar todos os modos de vibração com frequências de até 5 Hz.

É importante frisar que as frequências naturais a serem analisadas seriam as que estivessem relacionadas com os modos de vibração dos pisos da estrutura, desconsiderando as demais frequências obtidas pelo software.

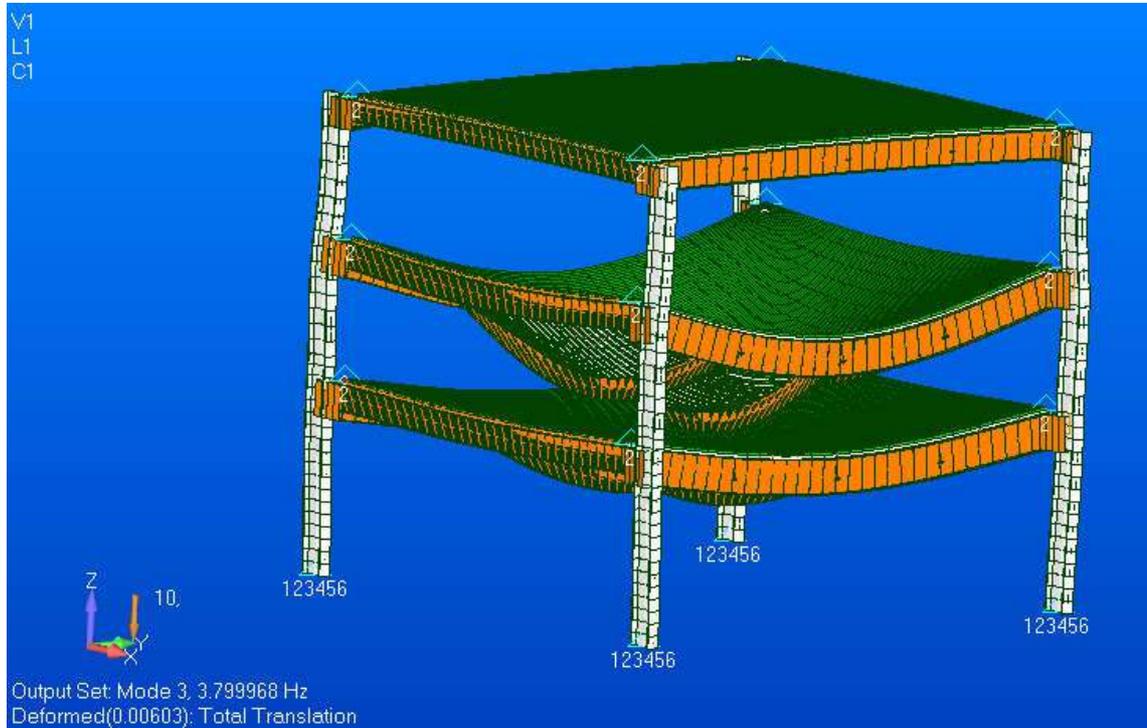
A NBR 8800 (2008), em seu Anexo L, no item L.3, fornece uma avaliação simplificada para a análise de vibrações em pisos. Segundo esse item, nos pisos em que as pessoas caminham regularmente, a menor frequência natural não pode ser inferior a 4 Hz. Sendo assim, a verificação consiste em analisar se as frequências naturais do modelo estão acima ou abaixo de 4 Hz. A seguir, têm-se todos os resultados obtidos na análise realizada, com as respectivas configurações deformadas causadas pelos modos de vibração (ampliadas em 5 ou 10 vezes).

### a) Bloco F0

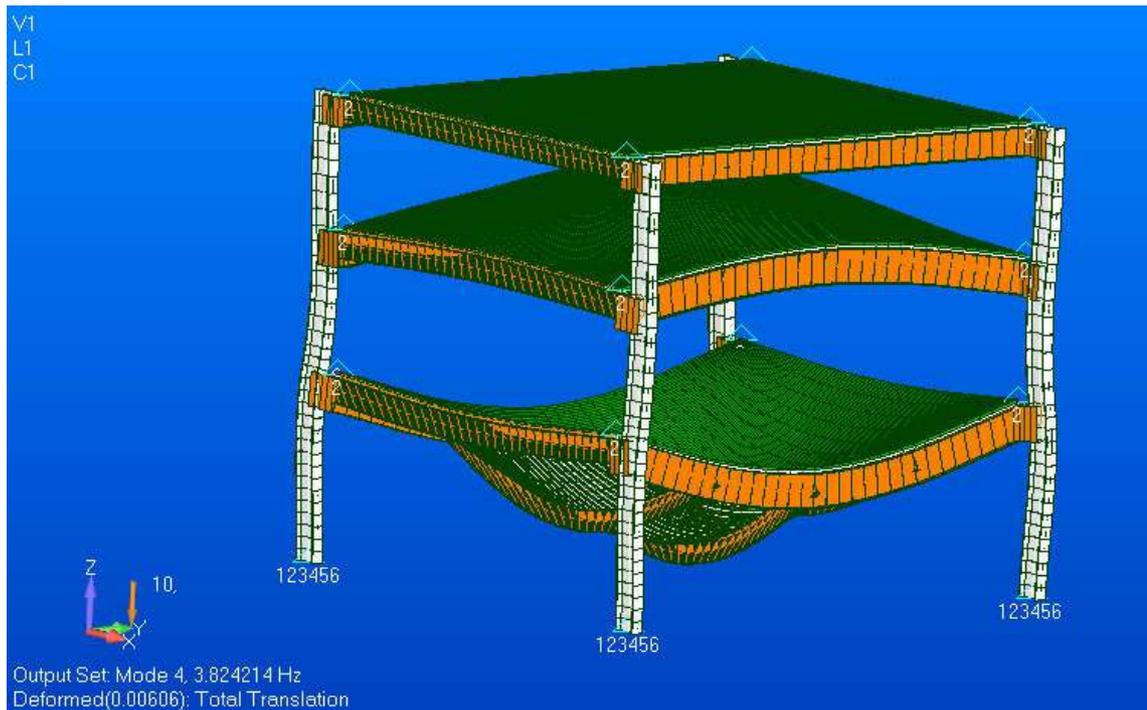
Seguem a tabela com os resultados e as figuras com as configurações deformadas de cada modo de vibração.

**Tabela 5.1** Frequências naturais do bloco F0.

<b>Bloco F0</b>		
1º Modo	3,799968	Hz
2º Modo	3,824214	Hz



**Figura 5.1** 1º modo de vibração.



**Figura 5.2** 2º modo de vibração.

## b) Bloco F2 (salas de aula)

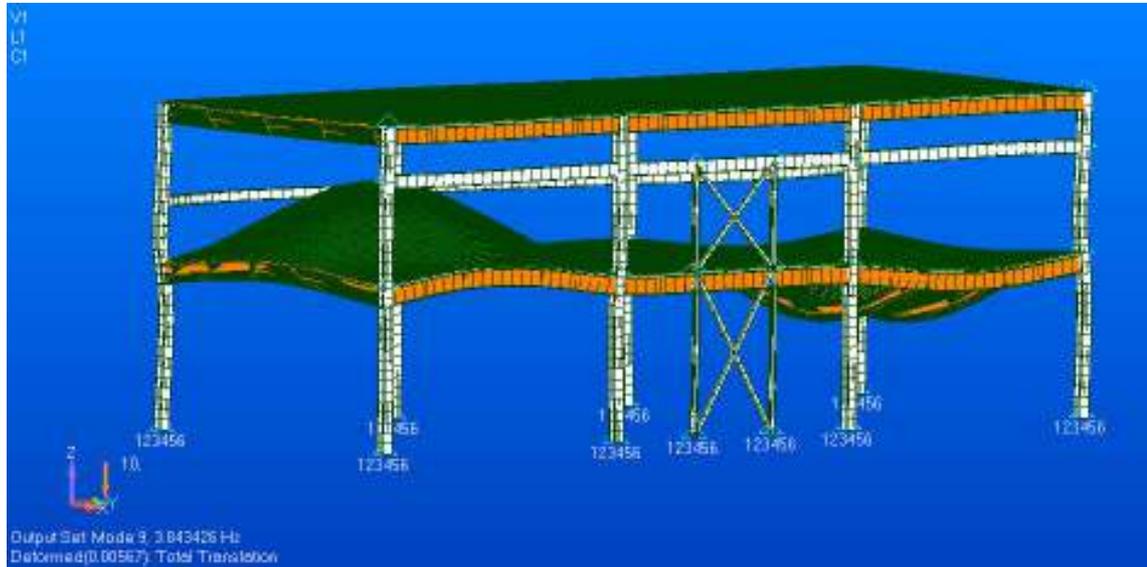
Seguem a tabela com os resultados e as figuras com as configurações deformadas de cada modo de vibração.

**Tabela 5.2** Frequências naturais do bloco F2 – salas de aula.

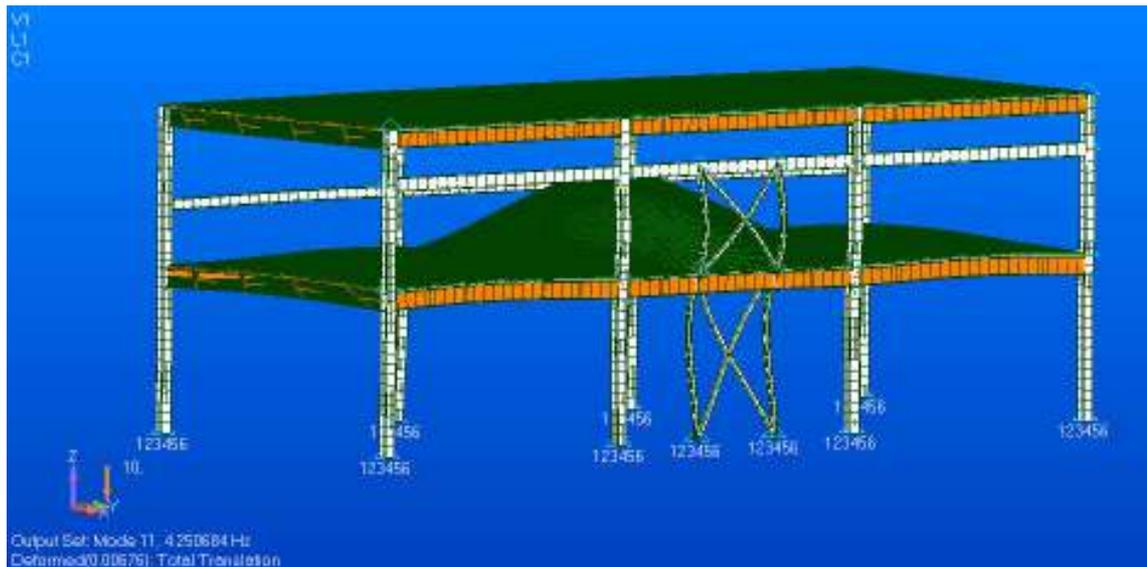
<b>Bloco F2 (salas de aula)</b>		
1° Modo	3,748940	Hz
2° Modo	3,843426	Hz
3° Modo	4,250684	Hz
4° Modo	4,726642	Hz
5° Modo	4,726646	Hz



**Figura 5.3** 1° modo de vibração.



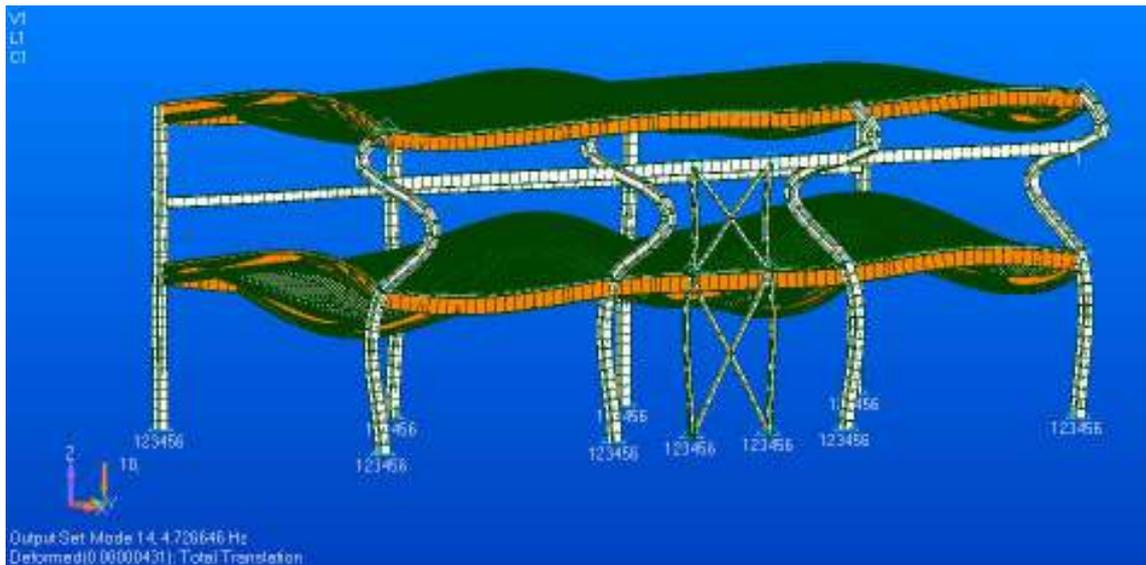
**Figura 5.4** 2º modo de vibração.



**Figura 5.5** 3º modo de vibração.



**Figura 5.6** 4º modo de vibração.



**Figura 5.7** 5º modo de vibração.

c) Bloco F2 (auditório)

Seguem a tabela com os resultados e as figuras com as configurações deformadas de cada modo de vibração.

**Tabela 5.3** Frequências naturais do bloco F2 – auditório.

<b>Bloco F2 (auditório)</b>		
1º Modo	4,070670	Hz
2º Modo	4,084485	Hz
3º Modo	4,550917	Hz
4º Modo	4,726663	Hz
5º Modo	4,726663	Hz

**Figura 5.8** 1º modo de vibração.**Figura 5.9** 2º modo de vibração.

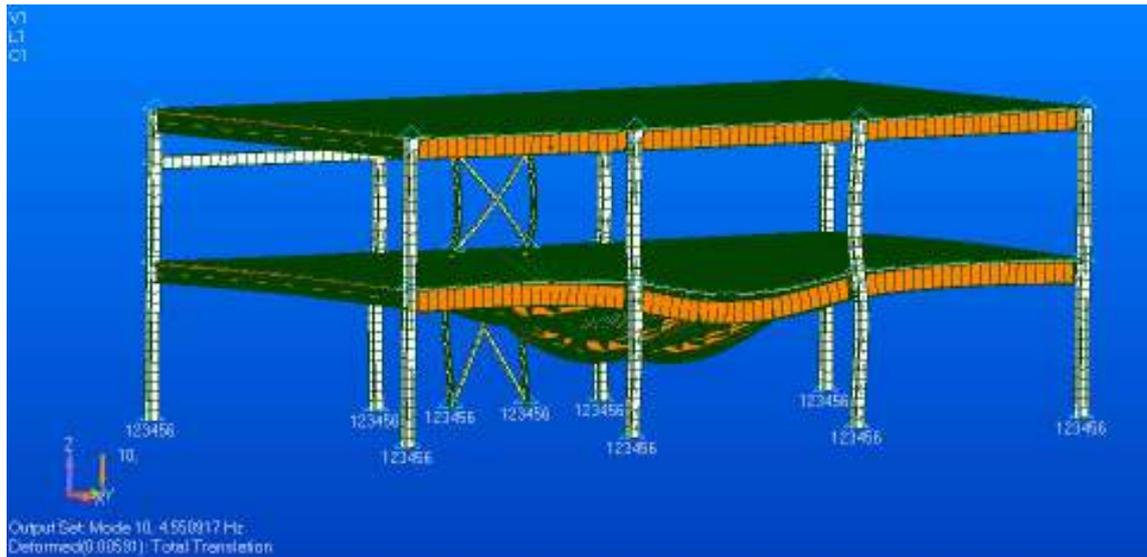


Figura 5.10 3º modo de vibração.

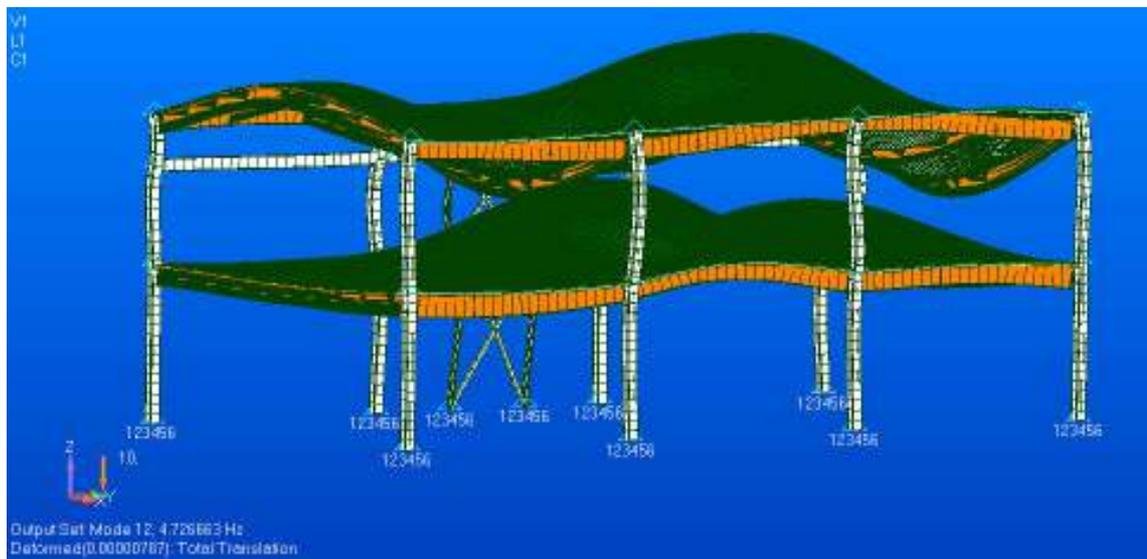
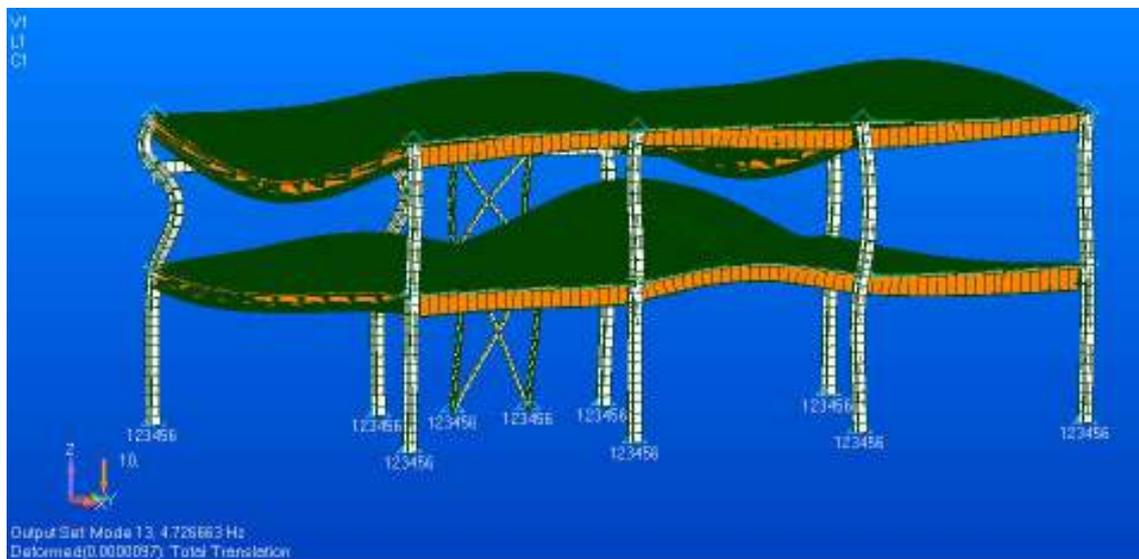


Figura 5.11 4º modo de vibração.



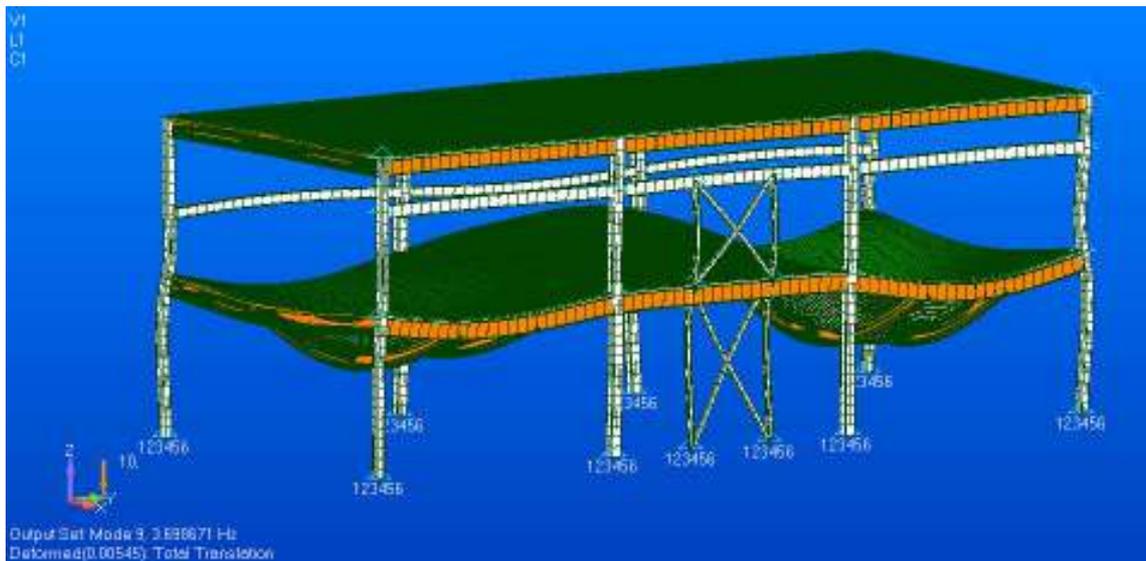
**Figura 5.12** 5º modo de vibração.

d) Bloco F3/F1

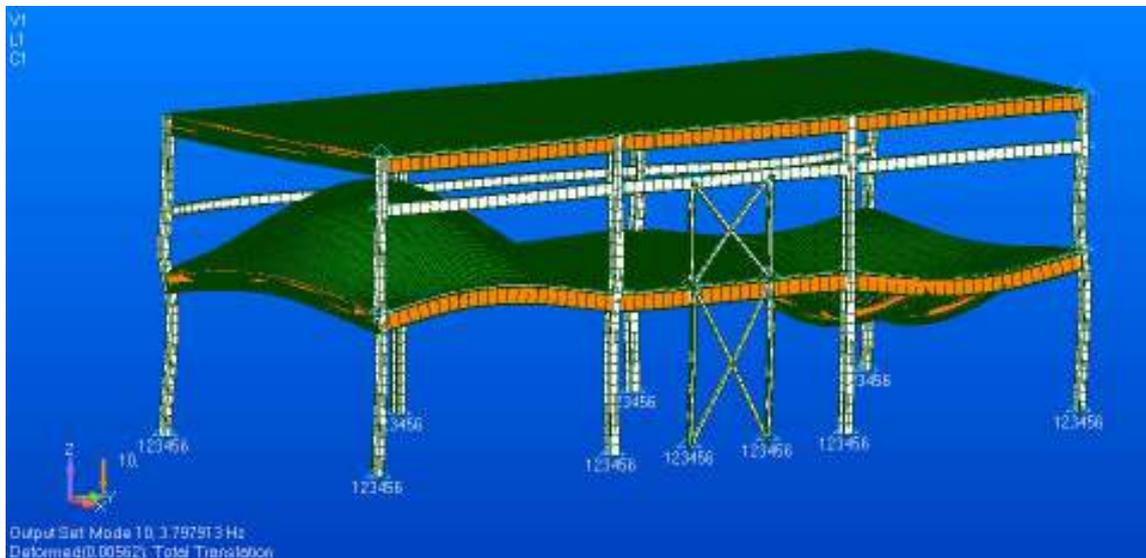
Seguem a tabela com os resultados e as figuras com as configurações deformadas de cada modo de vibração.

**Tabela 5.4** Frequências naturais do bloco F3.

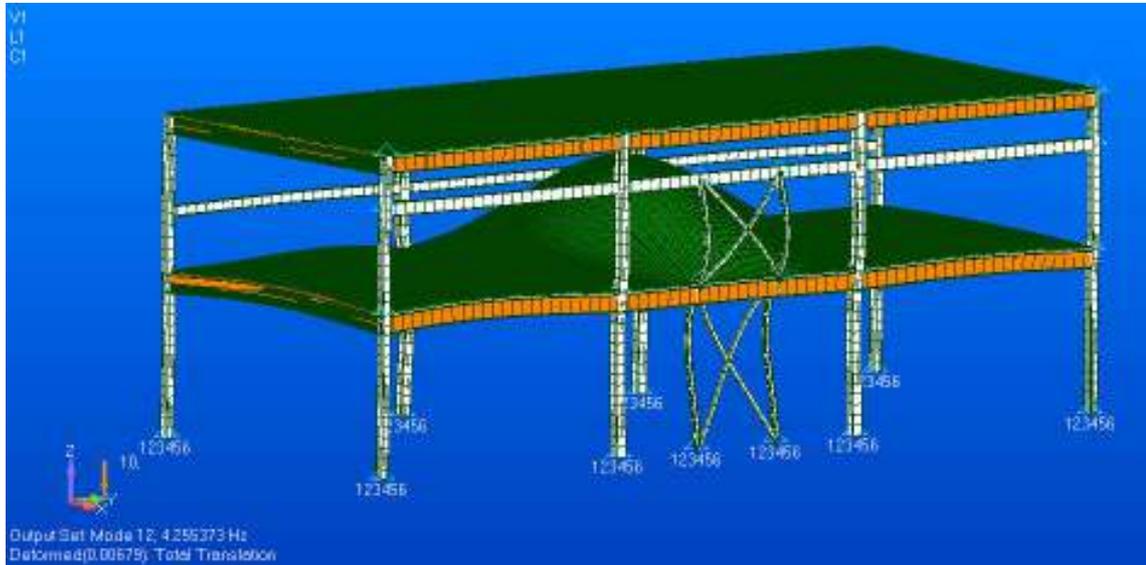
<b>Bloco F3/F1</b>		
1º Modo	3,698671	Hz
2º Modo	3,797913	Hz
3º Modo	4,255373	Hz
4º Modo	4,726622	Hz
5º Modo	4,726627	Hz



**Figura 5.13** 1º modo de vibração.



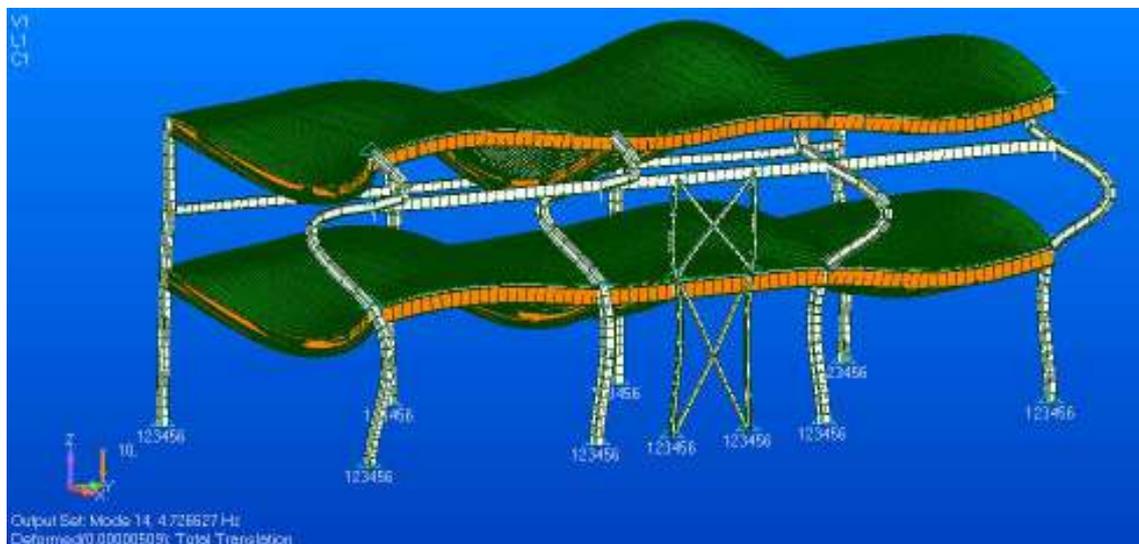
**Figura 5.14** 2º modo de vibração.



**Figura 5.15** 3º modo de vibração.



**Figura 5.16** 4º modo de vibração.



**Figura 5.17** 5º modo de vibração.

Constata-se que todos os modelos possuem pelo menos duas frequências naturais abaixo do valor de 4 Hz, excetuando-se o bloco F2, no setor do auditório. Vale ressaltar que, de acordo com as considerações feitas na seção 4.3.5 sobre o carregamento atuante, é possível afirmar que as frequências naturais ainda são menores do que os valores apresentados acima, pois somente as cargas referentes ao forro e ao revestimento dos pisos foram consideradas. O acréscimo de carregamentos permanentes no modelo aumentaria a sua massa, ocasionando redução nos valores de suas frequências naturais.

Como o propósito do trabalho era de verificar, junto as orientações da NBR 8800 (2008), a real necessidade da implementação de TMD's, a análise realizada é suficiente para afirmar que a estrutura não está com rigidez suficiente para desprezar as possíveis vibrações provenientes dos carregamentos de uso e ocupação, que, no caso, consistem no caminhar de pessoas. Embora seja possível coletar os parâmetros necessários para realizar o dimensionamento dos TMD's, o nível de conforto do usuário final da estrutura é o parâmetro para a decisão da implementação ou não dos dispositivos de controle de vibração. O caso de estudo se enquadra nos quesitos de serviço da NBR 8800 (2008), e não há obrigatoriedade por parte dessa norma da implementação dos dispositivos, em caso de uso conforme as especificações de projeto. Caso se deseje prosseguir com o dimensionamento dos TMD's é necessário realizar um ensaio dinâmico na estrutura, com o intuito de obter as frequências naturais reais, os modos de vibração e seu fator de amortecimento. As frequências naturais da estrutura são necessárias para precisar a partir de que frequência os limites de conforto

estabelecidos serão ultrapassados, para assim proceder ao dimensionamento de forma a cobrir todo o espectro de frequências necessário. Os modos de vibração informam as posições onde os TMD's devem ser instalados. O ideal é que eles sejam posicionados onde os deslocamentos são máximos. Já o fator de amortecimento da estrutura é necessário para prosseguir com o cálculo dos parâmetros necessários para o dimensionamento dos TMD's, conforme explicado na seção **2** desse relatório.

## 6 Conclusões

Um modelo numérico foi confeccionado, no software Femap, correspondendo a estrutura do novo Prédio das Ciências Fundamentais do ITA, com o intuito de investigar o comportamento da estrutura frente à carregamentos dinâmicos, que, nesse caso, se resumem ao caminhar dos usuários do prédio. A frequência do carregamento em questão oscila entre 1,7 e 3,2 Hz (MOUTINHO, 1998). Com isso, listaram-se todas as frequências naturais da estrutura que excitavam seus pisos com valor de até 5 Hz. Ainda, a NBR 8800 (2008), em seu Anexo L, no item L.3, aconselha que as frequências naturais dos pisos em que o carregamento característico seja o caminhar de pessoas não seja inferior a 4 Hz.

Obteve-se que apenas o bloco F2, na área dos auditórios, possui todas as suas frequências acima de 4 Hz. Os outros três modelos apresentam duas frequências abaixo de 4 Hz. Ainda, afirma-se que os valores reais dessas frequências são um pouco menores do que os valores obtidos, pois não se considerou todas as massas provenientes dos carregamentos permanentes que solicitam a estrutura. Foram utilizadas somente as cargas de revestimento e de forro, com valores segundo a NBR 6120 (1980).

Conclui-se que as frequências naturais da estrutura estão muito próximas das frequências características do caminhar de pessoas, o que pode ocasionar desconforto aos usuários provocado por vibrações resultantes do uso da mesma. A NBR 8800 (2008) não obriga o uso de dispositivos de controle de vibração, pois o caso se enquadra nos quesitos de serviço. O nível de conforto do usuário final da estrutura é o parâmetro para a decisão da implementação dos TMD's, desde que o uso da estrutura se dê conforme as especificações de projeto.

Caso se opte por instalar os TMD's, é necessário realizar um ensaio dinâmico na estrutura para calibrar suas frequências naturais, os modos de vibração e a taxa de amortecimento. As frequências naturais da estrutura são necessárias para precisar a partir de que frequência os limites de conforto estabelecidos serão ultrapassados, para assim proceder ao dimensionamento de forma a cobrir todo o espectro de frequências necessário. Os modos de vibração informam as posições onde os TMD's devem ser instalados. O ideal é que eles sejam posicionados onde os deslocamentos são máximos. Já o fator de amortecimento da estrutura é necessário para prosseguir com o cálculo dos parâmetros necessários para o dimensionamento dos TMD's, conforme explicado na seção 2 desse relatório.

Em caso de dimensionamento e implementação dos TMD's, vale observar os pontos que seguem:

- Devem-se identificar os locais críticos da estrutura, assim como os horários críticos de uso. Como locais críticos destacam-se todos aqueles em que haja concentração de movimentação dos alunos de graduação. Sendo assim, citam-se os locais no entorno das salas de aula da graduação, que correspondem ao bloco F3 e parte do bloco F2, além das próprias salas de aula. Com relação ao bloco F0, cita-se como áreas críticas as regiões situadas no primeiro pavimento que se localizem perto das salas de aula da graduação e das escadas de acesso ao primeiro pavimento/térreo. Os horários de início e término das aulas da graduação se classificam como horários críticos de operação;
- Além do possível dimensionamento de TMD's para combater as vibrações causadas pelo caminhar dos usuários, deve-se verificar se há necessidade de dimensionamento de algumas unidades com o intuito de combater vibrações originadas por vibração livre da estrutura, causadas por possíveis impactos (como possíveis “pulos” nas salas de aula ou descida abrupta dos degraus dos auditórios);
- Os TMD's devem ser dimensionados de acordo com os níveis de conforto indicados para salas de aula/corredores em que pessoas caminham regularmente. O anexo S da NBR 8800 (2008), no item S.4, fornece referências para a obtenção desses níveis;
- Para proceder com a instalação segura das massas dos TMD's, deve-se, primeiramente, solicitar as margens de segurança das vigas que servem de apoio aos TMD's junto ao projetista. Ainda, devido ao fato de que os TMD's se apoiam nas mesas das vigas, é interessante realizar uma análise dinâmica nas mesas para verificar o comportamento dessas frente às acelerações desenvolvidas pelos TMD's quando esses estiverem trabalhando.

A sugestão de continuação do trabalho é simular o efeito da aplicação dos TMD's no modelo numérico para obter a eficiência do dispositivo, que seria dada pela redução ocasionada nos deslocamentos da estrutura pela implementação dos TMD's.

## Referências

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8800: Projeto de estruturas de aço e estruturas mistas de aço e concreto para edifícios**. Rio de Janeiro, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações**. Rio de Janeiro, 1980.

CAETANO, E., CUNHA, A., MOUTINHO, C. **Implementação de TMD's para controlo de vibrações na Ponte Pendonal Pedro e Inês**. 7º Congresso de Sismologia e Engenharia Sísmica, Porto, 2007.

V. STEFFEN JR, D. RADE. Absorbers, Vibration. **Encyclopedia of Vibration**, p. 9-26, 2001.

FUJINO, Y., ABÉ, M. **Design Formulas for Tuned Mass Dampers Based on a Perturbation Technique**. Earthquake Engineering and Structural Dynamics Vol 22, pp. 833-854, John Wiley & Sons, Ltd, Chichester, 1993.

NAKAMURA, S-I, FUJINO, Y. **Lateral vibration on a pedestrian cable-stayed bridge**. Structural Engineering International 4/2002, pp. 295-300, IABSE, Zurich, 2002.

PERNICA, G.: **“Dynamic Load Factors for Pedestrian Movements and Rhythmic Exercises”**, Canadian Acoustics, pp.18, 2, 3-18, 1990.

DEN HARTOG, J. P. **Mechanical Vibrations**. 4<sup>th</sup> Ed. Dover Publications, Mineola, 1985.

BACHMANN, H., WEBER, B. **Tuned Vibration Absorbers for “Lively Structures”**. Structural Engineering International Vol 5 1/95, pp. 31-37, International Association for Bridge and Structural Engineering, 1995.

PAREDES, Miguel Moura. **Utilização de Amortecedores de Massas Sintonizadas no Controlo de Vibrações em Estruturas**. 2008. 124 f. Dissertação (Mestrado Integrado em Engenharia Civil – 2007/2008 – Especialização em Estruturas) – Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2008.

MOUTINHO, Carlos Manuel Ramos. **Controlo Passivo e Activo de Vibrações em Pontes de Peões**. 1998. 201 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil – Especialização em Estruturas) – Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 1998.

FOLHA DE REGISTRO DO DOCUMENTO			
1. CLASSIFICAÇÃO/TIPO TC	2. DATA 21 de novembro de 2017	3. REGISTRO Nº DCTA/ITA/TC-091/2017	4. Nº DE PÁGINAS 126
5. TÍTULO E SUBTÍTULO: Análise numérica, via modelagem por elementos finitos, da necessidade da implementação de “Tuned Mass Dampers” (TMD) para controle de vibração no novo Prédio de Ciências Fundamentais.			
6. AUTOR(ES): <b>José Maurício da Cunha Neto</b>			
7. INSTITUIÇÃO(ÕES)/ÓRGÃO(S) INTERNO(S)/DIVISÃO(ÕES): Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA			
8. PALAVRAS-CHAVE SUGERIDAS PELO AUTOR: 1. TMD. 2. Vibrações em estruturas metálicas. 3. Elementos finitos. 4. Prédio das Ciências Fundamentais ITA.			
9. PALAVRAS-CHAVE RESULTANTES DE INDEXAÇÃO: Vibração estrutural; Estruturas metálicas; Método de elementos finitos; Análise estrutural; Engenharia estrutural.			
10. APRESENTAÇÃO: <span style="float: right;"><b>X Nacional</b>      <b>Internacional</b></span>			
ITA, São José dos Campos. Curso de Graduação em Engenharia Civil-Aeronáutica. Orientador: Francisco Alex Correia Monteiro; coorientador: Robinson Samuel Boschetti, Maj Eng. Publicado em 2017			
11. RESUMO: Este trabalho de graduação teve como objetivo analisar a necessidade da aplicação de soluções que resolvessem problemas de vibração na estrutura do novo Prédio de Ciências Fundamentais do Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). No caso da obra em questão, foi previsto a utilização de “ <i>Tuned Mass Dampers</i> ” (TMD) para efetuar o controle das vibrações, caso fosse necessário. O estudo consistiu em criar um modelo de elementos finitos da estrutura e realizar uma análise numérica para verificar a necessidade ou não da aplicação dos TMD’s, segundo os critérios presentes na ABNT NBR 8800 (2008) – “Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios”. A modelagem numérica foi realizada no software da Siemens Femap/Nastran NX.			
12. GRAU DE SIGILO:  <p style="text-align: center;"><b>(X) OSTENSIVO</b>      <b>( ) RESERVADO</b>      <b>( ) SECRETO</b></p>			