INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA

Cássio Eduardo Gumiero Jaime

Hedge Cambial - Análise da volatilidade implícita no preço das opções como parâmetro para realização de hedge

Trabalho de Graduação
Ano 2005

Infra-Estrutura

CDU 519.86:336.76

CÁSSIO EDUARDO GUMIERO JAIME

Hedge Cambial - análise da volatilidade implícita no preço das opções como parâmetro para realização de hedge

Orientador

Professor Takashi Yoneyama (ITA)

Divisão de Engenharia de Infra-Estrutura Aeronáutica

SÃO JOSÉ DOS CAMPOS

CENTRO TÉCNICO AEROESPACIAL

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA

2005

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

Divisão Biblioteca Central do ITA/CTA

Jaime, Cássio Eduardo Gumiero
HEDGE CAMBIAL – ANÁLISE DA VLATILIDADE IMPLÍCITA NO PREÇO DAS OPÇÕES COMO PARÂMETRO PARA REALIZAÇÃO DO HEDGE / Cássio Eduardo Gumiero Jaime.
São José dos Campos, 2005.
54f.

Trabalho de Graduação – Divisão de Engenharia de Infra-Estrutura Aeronáutica – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, ano. Orientadores: Prof. Dr Takashi Yoneyama.

1.Mercado financeiro. 2. Avaliação de riscos. 3.Sistemas monetários. 4. Fixação de preços. 5. Capital. 6.Investimentos. 7.Econometria. 8. Economia; I. Centro Técnico Aeroespacial. Instituto Tecnológico de Aeronáutica. Divisão de Engenharia de Infra-Estrutura Aeronáutica. II.Título

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA –

JAIME, Cássio Eduardo Gumiero; **HEDGE CAMBIAL – ANÁLISE DA VLATILIDADE IMPLÍCITA NO PREÇO DAS OPÇÕES COMO PARÂMETRO PARA REALIZAÇÃO DO HEDGE**. 2005. 54f.. Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.

CESSÃO DE DIREITOS –

NOME DO AUTOR: Cássio Eduardo Gumiero Jaime
TÍTULO DO TRABALHO: HEDGE CAMBIAL – ANÁLISE DA VLATILIDADE IMPLÍCITA NO PREÇO DAS OPÇÕES COMO PARÂMETRO PARA REALIZAÇÃO DO HEDGE
TIPO DO TRABALHO/ANO: Graduação / 2005

Cássio Eduardo Jaime

Cássio Eduardo Gumiero Jaime
Rua Ana Rosa de Almeida Carvalho, 70 - Urbanova
São José dos Campos – SP
CEP 12244-514

Hedge Cambial - análise da volatilidade implícita no preço das opções como parâmetro para realização de hedge

Essa publicação foi aceita como Relatório Final de Trabalho de Graduação

Cássio Eduardo Gumiero Jaime
Autor

Prof. Dr. Takashi Yoneyama (ITA)
Orientador

Prof. Dr Flávio Mendes Neto
Coordenador do Curso de Engenharia de Infra-Estrutura Aeronáutica

São José dos Campos, 25 de novembro de 2005

Agradecimentos

Aos professores que admiram a arte de ensinar e enxergam nos alunos a oportunidade de construir um futuro melhor.

Aos grandes amigos que construí nesses anos de faculdade e que tanto me prepararam para os ensinamentos da vida, como da profissão.

Aos meus pais, que sempre foram compreensíveis e me deram todo o apoio, liberdade e amor que um filho pode esperar.

Ao meu irmão Leandro (Stress) e minha irmã Ana Paula (Pequena Criança). Ele pela alegria do convívio e ela pela preocupação constante em saber se eu estava sempre bem.

Um agradecimento especial à Taís, que foi a pessoa com quem eu mais compartilhei esses 6 intensos e desafiadores anos, que assim foram por valores que eu adotei e me orgulho de querer carregá-los para o resto da minha vida.

Resumo

Na busca por mercados internacionais, empresas brasileiras se deparam com uma nova forma de risco, a variação cambial, principalmente depois da adoção do regime de flutuação cambial á partir de janeiro de 1999. Uma maneira de se proteger (*hedge*) contra esta variação é a utilização de opções de moedas.

Pioneiro e um dos mais famosos modelos de precificação de opções é o modelo de Black & Scholes (1973). O presente trabalho visa analisar a eficiência de se utilizar a volatilidade implícita, obtida através da fórmula de B&S, como estimativa do intervalo em que a taxa de câmbio poderá se encontrar, sendo parâmetro para a decisão quanto à realização do *hedge*.

Em função do dólar norte americano (USD) ser a moeda estrangeira predominante nas negociações de moedas na Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F), ele foi utilizado como o ativo-objeto deste estudo.

Índice

Índice de Figuras

1 Introdução

O crescimento do comércio internacional na última década, não apenas em volume, mas principalmente em número de empresas participantes, colocou seus novos integrantes em contato com uma modalidade de risco até então inédita, o risco cambial.

Tal risco advém da existência de fluxo de caixa em mais de uma moeda. Quando uma empresa possui ativos (ou passivos) em moeda estrangeira, a variação da taxa de câmbio entre as moedas em questão pode impactar o resultado financeiro da operação. Esse impacto pode ser tanto positivo quanto negativo, entretanto a empresa deve definir se prefere se expor ao risco ou se imunizar contra essa possível variação.

Naturalmente, qualquer tentativa de diminuir o risco esta associada a um possível aumento no custo da operação. Este custo esta relacionado ao tipo de mecanismo escolhido para realizar a proteção (*hedge*) e às instituições envolvidas. Dentre os instrumentos mais empregados estão os contratos de Futuro, á Termo e Opções.

Outro fator preponderante para o risco cambial é o tipo de câmbio adotado pelo país. Desde janeiro de 1999 o Brasil encontra-se sob o regime de câmbio flutuante, sendo a taxa de câmbio determinada pela lei da oferta e da procura. Apesar de ser o regime adotado pelos principais mercados internacionais (a exceção da China), tal regime possui maior volatilidade da taxa de câmbio quando comparado a outros como o fixo ou de bandas cambias (ambos usualmente mais difíceis de serem mantidos por um país em desenvolvimento).

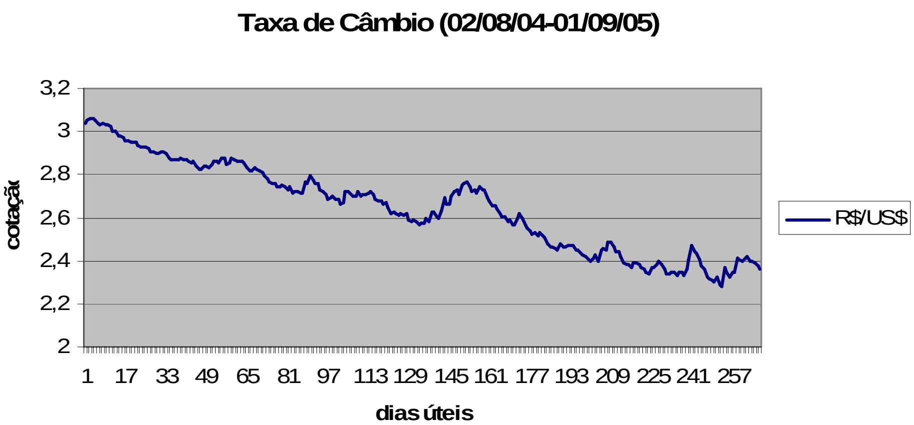


Figura 1.1: Taxa de câmbio de reais por dólares no período de 08/2004 a 09/2005

Um instrumento muito válido para auxiliar na decisão quanto à realização do *hedge*, é determinar o intervalo em que à taxa de câmbio irá se situar dentro do horizonte do tempo em questão. A maior dificuldade é encontrar um método que estime esse intervalo com significativa precisão.

O método testado no presente trabalho emprega o modelo de precificação de opções de Black & Scholes (1973) adaptado para opções de moeda (adaptação de Garman e Kohlhagen para o modelo de Black & Scholes, 1983). Através dele é calculado a volatilidade implícita dos contratos de opções de moeda, por acreditar que esses preços refletem as expectativas dos agentes do mercado quanto ao comportamento futuro da taxa de câmbio.

O restante do trabalho está assim dividido, no Capítulo 3 será definido o conceito de *hedge* e detalhado os 3 principais instrumentos para realizá-lo (com maior atenção para os contratos de opções). No Capítulo 4 é apresentado o modelo de precificação de Black & Scholes e as adaptações necessárias para as opções de moeda. No Capítulo 5 será apresenta a metodologia empregada, os dados utilizados e os resultados obtidos. No capítulo 6 são apresentados os resultados e, por fim, o último capítulo conclui o trabalho.

2 Objetivo

O objetivo deste trabalho é analisar se a volatilidade implícita contida nas opções de moeda norte americana, determinada através do modelo de precificação de opções de Black &Scholes, fornece o intervalo em que à taxa de câmbio realmente se encontrará, servindo de parâmetro para a decisão quanto à realização do *hedge* cambial.

3 Hedge

"Termo utilizado com freqüência para indicar uma posição, ou combinação de posições, que reduz determinado tipo de risco, geralmente á custa do retorno esperado. Em geral, o hedge *é realizado por meio de operações que praticamente se compensam, eliminando grande parte do risco.*" – Gastineau e Kritzman (2000).

"*... o propósito do* hedge *é tornar o resultado mais certo, não necessariamente melhor.*" – Hull (1996).

Nos enunciados acima, fica evidente a relação entre *hedge* e mitigação de riscos, sendo risco entendido como o grau de incerteza quanto a retornos líquidos futuros.

Apesar de ser um termo não muito difundido fora do mercado financeiro, o conceito de *hedge* remonta a um dos mais primitivos métodos de eliminação de riscos. Como dito anteriormente, devido à dicotomia risco *versus* retorno, ao se tentar diminuir o risco, via de regra, o retorno acaba reduzido.

Uma das primeiras formas de *hedge* que se tem notícia remonta à Idade Média e buscava atender as necessidades dos produtores rurais e dos comerciantes. Eles negociavam com os comerciantes o preço da mercadoria que seria colhida. Com essa postura, os produtores se protegiam contra uma queda no preço (caso o preço no ato da entrega fosse menor que o acordado) como também renunciavam a uma alta no preço (caso o preço no ato da entrega fosse maior que o acordado). Já os comerciantes ficavam imunes ao risco de alto no preço (devido à escassez de mercadoria), mas renunciavam ao possível lucro que viria de uma queda no preço (colheita abundante).

Com o intuito de unir produtores e comerciantes e buscar a padronização das quantidades e qualidades dos produtos negociados (principalmente grãos), os primeiros "mercados de futuros" foram constituídos (séc. XIX). Possuíam este nome por negociar preço para datas futuras.

Esses mercados possibilitaram o surgimento de participantes que não estavam interessados apenas em se proteger (objetivo principal dos *hedgers*), e sim auferirem lucro com a especulação e com a arbitragem em diferentes mercados.

O especulador é aquele que deseja ficar exposto, apostando na alta ou queda de preços. Caso o especulador acredite que o preço de determinada mercadoria possui tendência de alta, ele procura fechar contratos para comprar, numa data futura, a mercadoria por um preço inferior ao que ele acredita que ela vai estar (preço corrente na data do fechamento do contrato). Com essa postura e se suas previsões estiverem corretas, na data do vencimento do contrato o especulador adquire a mercadoria pelo preço de contrato e a vende á preço corrente (maior do que o de contrato), auferindo lucro.

Apesar de várias pessoas, principalmente leigos, acreditarem que especuladores são prejudiciais ao funcionamento do mercado de derivativos (Futuro e de Opções), a existência deles é importante, pois aumenta a liquidez das negociações na medida em que há um número maior de participantes e com diferentes expectativas com relação ao comportamento futuro dos preços das mercadorias negociadas.

Outro participante que não busca proteção e sim lucro sem risco é o arbitrador. A arbitragem consiste em realizar negócios em diferentes mercados (geralmente em mercado de Derivativos de países distintos) aproveitando-se de momentâneas disparidades de preços.

Imagine uma instituição que negocie na BM&F (Bolsa de Mercadorias e Futuro) e na NYFE (New York Futures Exchange). Suponha uma empresa brasileira que tenha ações negociadas em ambas as bolsas. Se um contrato para vender 1000 ações da empresa daqui a 1 mês custe 5000 USD (dólares americanos) na NYFE, um contrato para comprar 1000 ações da mesma empresa daqui a 1 mês custe 13000 BRL (reais brasileiros) na BM&F e um contrato para comprar 1000 USD daqui a 1 mês custe 2500 BRL na BM&F. A estratégia seria:

I. Fechar um contrato de compra de 1000 ações, para daqui a 1 mês, por 5000 USD na NYFE;

II. Fechar cinco contratos de compra de 1000USD por 2500BRL (cada), para daqui a 1, mês na BM&F;

III. Fechar um contrato de venda de 1000 ações, para daqui a 1 mês, por 13000 BRL na BM&F;

Admitindo ausência de custos operacionais, o lucro da operação daqui a 1 mês seria de 500 reais, independente dos demais fatores (taxa de câmbio, preço da ação, entre outros). Na prática, apenas as grandes instituições, por possuírem custos de operação reduzidos, conseguem aproveitar as oportunidades de arbitragem.

A operação de *hedge* pode ser realizada para a proteção contra um fator ou um conjunto deles. Quando um produtor rural negocia o preço no qual a próxima safra será vendida, ele está se protegendo contra uma série de fatores que provocariam variação no preço de seu produto, entre eles a variação da oferta e eventos climáticos.

Nas operações de *hedge* cambial, busca-se a proteção contra os efeitos que a variação na taxa de câmbio provocaria. Imagine um exportador que realizou um negócio e irá receber 100.000 USD em 30 dias. A cotação do dólar no fechamento do negócio é de 2,5 reais por dólares, totalizando uma receita esperada de 250.000 reais. Se a cotação do dólar estiver 2,2 reais por dólar no dia do pagamente (depois de 30 dias) a receita será 220.000 reais (30.000 reais a menos que a esperada). Caso a cotação esteja 2,8 a receita será 280.000 reais (30.000 reais a mais que o esperado). Partindo do princípio que os custos para a produção do produto sejam em reais, a realização do *hedge* fixaria o lucro em relação à variação do dólar (apesar da receita estar em dólar).

A decisão quanto à realização do *hedge* está associada aos custos de cada instrumento empregado, as previsões para os cenários de atuação das empresas, a aversão ao risco das mesmas e a postura das empresas concorrentes.

3.1 Mecanismos

Devido à sofisticação dos contratos e aparente infinidade de oportunidades de inovação, os instrumentos Derivativos são os mais empregados para as operações de *hedge*.

Os instrumentos derivativos são contratos no qual o seu valor depende de outras variáveis mais básicas. No caso do contrato futuro, o valor está associado (deriva) do valor do ativo objeto.

Dentre os instrumentos derivativos, os mais empregados são os Contratos de futuro, os Contratos a termo e os Contratos de opções.

Os Contratos de futuro possibilitam vender ou comprar um ativo-objeto em uma data futura a um preço determinado. No Brasil, suas principais características são:

(a) Elevada padronização: como cada tipo de contrato (dólar, ouro, café, índices, entre outros) deve seguir um padrão, a liquidez é muito maior do que se cada contrato tivesse características particulares;

(b) Movimentações financeiras diárias: os ajustes diários tem o objetivo de diminuir o risco de uma das partes não honrar o contrato (risco de crédito).

(c) Garantidores de crédito: a Câmara Brasileira de Liquidação e Custódia (CBLC) garante a liquidação da operação.

Entre os inconvenientes da padronização dos contratos futuros estão: o vencimento pode não ser igual ao prazo do ativo a ser *hedgeado* e o volume financeiro pode ser diferente, pois deve ser múltiplo do preço do contrato padrão. Entretanto, a elevada liquidez e a garantia de crédito garantem a atratividade deste instrumento, apesar dos ajustes diários poderem provocar um fluxo de caixa que venha a se tornar oneroso.

Os contratos futuros mostram-se desvantajosos quando as expectativas do agente em relação ao cenário verificam-se o oposto do ocorrido. Caso o agente fizesse o *hedge*, pois acreditava que o real se valorizaria, passando de 2,5 reais por dólar para 2,2, quando o que ocorreu foi o oposto, passando para 2,8 reais por dólar, o *hedge* diminuiria o lucro da operação.

Os Contratos a Termo, assim como os de futuro, permitem comprar ou vender um ativo-objeto numa data futura. No Brasil, suas principais características são:

(a) Elevada customização: cada contrato possui características particulares, buscando refletir as necessidades das partes envolvidas.
(b) Ausência de movimentação de caixa ao longo de sua vida: o acerto do contrato é realizado, integralmente, no vencimento.
(c) Ausência de garantidores de crédito: não há exigência de garantidores de crédito.

Devido à elevada customização, os contratos a termo se adaptam mais facilmente às características específicas de cada empresa. Porém entre os inconvenientes estão á ausência de liquidez (devido à particularidade de cada contrato), e a ausência de um garantidor de crédito. Este inconveniente pode ser contornado de acordo com a classificação de crédito das instituições (ou empresas) envolvidas, servindo de respaldo para as mesmas junto às contrapartes.

Assim como os contratos de futuro, os contratos a termo apresentam o mesmo inconveniente quanto à realização de cenários opostos aos previsto.

No contrato de opções, o titular (comprador do contrato) adquire o direito de comprar (opção de compra, *call*) ou vender (opção de venda, *put*) determinado ativo em uma data estabelecida á um preço acordado. A contraparte (vendedor do contrato) adquire a obrigação de vender o ativo caso o titular queira exercer a opção de compra (*call*) ou a obrigação de comprar o ativo caso o titular queira exercer a opção de venda (*put*). Assim como os contratos futuros, as opções possuem elevada padronização, ajustes diários e garantidores de crédito. Obviamente, o titular da opção deve pagar um preço por ela (chamado de prêmio).

Por se tratar do mecanismo escolhido para desenvolvimento do restante do trabalho, as características das opções estão descritas, com um grau de detalhes maior, na seção 3.2.

3.2 Opções

O conceito de opção tem origem no direito negociável de compra ou venda de um ativo a um preço futuro predeterminado. Por ser um direito, o titular da opção pode escolher em exercer ou não. Admitindo como racional o titular da opção, e que ele sempre busque maximizar o seu lucro, a decisão quanto ao exercício da opção está diretamente associado ao preço do ativo objeto (S), ao preço de exercício X (*strike*) e ao prazo (*t*) da opção.

Um contrato de opção pode se derivar do preço de um ativo, de uma taxa (de juros, por exemplo), de um índice (IBOVESPA, por exemplo) ou de qualquer outra coisa que se convencione valer dinheiro. Assim como outros derivativos, a complexidade que podem atingir os contratos de opção só encontra limite na criatividade dos agentes envolvidos.

Dentre os principais tipos de opções, podemos destacar:

Opção européia

É o caso mais simples de opção. O titular pode exercê-la (pelo preço de exercício K) apenas na data de vencimento. Ela pode ser tanto de compra (*call*) quanto de venda (*put*).

Opção americana

O titular pode exercê-la (pelo preço de exercício X) em qualquer data até o vencimento. Ela pode ser tanto de compra (*call*) quanto de venda (*put*). O direito de exercer a opção durante o prazo e não apenas no vencimento é uma vantagem que, via de regra, se reflete no prêmio (C para a *call* e P para a *put*) da opção.

Opção asiática

A principal característica deste tipo de opção é que o valor final desta opção é a diferença entre um preço fixo e uma média dos preços do ativo S. Tanto na opção americana quanto européia o valor final da opção é a diferença entre o preço de exercício (X) e o preço do ativo (S) no vencimento (opção européia) ou liquidação do contrato (opção americana). Caso esse valor seja negativo, a opção não é exercida.

Opção de barreira

A sua existência esta condicionada a ocorrência de algum evento. As *knock-in* passam a valer a partir da ocorrência de determinado evento (o ativo atingiu um preço mínimo, por exemplo) e as knock-out deixam de existir a partir da ocorrência de determinado evento. Quando passam a existir, os contratos de opção de barreiras podem ser do tipo americano, asiático, entre outros.

No mercado brasileiro, os contratos de opção podem ser negociados na Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA) e na Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F). Na primeira concentram-se as negociações de opções de ações, na segunda temos negócios sobre ativos financeiros (dólar, ouro e CDI), índices (Ibovespa) e *Commodities*.

Ativo-Objeto	Classe	Bolsa
Ações	Call e Put (européias e americanas)	BOVESPA
Indice Bovespa (IBOVESPA)	Call e Put (européias e americanas)	BM&F
Ouro	Call (americana) Put (européia)	BM&F
Dólar	Call e Put (européia)	BM&F
CDI	Call e Put (européia)	BM&F
Café Arábica	Call e Put (americana)	BM&F
Boi Gordo	Call e Put (americana)	BM&F

Figura 3.1: Principais tipos de opções negociadas nas Bolsas brasileiras

Apesar do grande número de oportunidades para os contratos futuros, são poucos os que apresentam liquidez. Dentre os contratos de opção de ações destacam-se os da Telemar (TNLP) e da Petrobrás (PETR). Quanto aos contratos de opções sobre ativos financeiros, destacam-se as opções de dólar. Quanto as *commodities*, as opções de Boi Gordo e Café Arábica apresentam maior liquidez.

A maior parte dos contratos negociados na BM&F são opções sobre futuros, na data de liquidação, quando exercido o contrato, o titular recebe um contrato futuro com vencimento em data próxima. Segundo César Lauro da Costa, a expectativa de valor de exercício (X) de uma opção sobre futuros dá-se pela estimativa de qual será a cotação do contrato futuro na data de exercício.

A exceção das opções de ações, nos demais contratos de opção ocorre liquidação apenas financeira e não troca de mercadoria entre as partes envolvidas.

Pelo fato das opções de moedas no Brasil, mais especificamente na BM&F, serem do tipo européia e o modelo de Black & Scholes ter sido desenvolvidos para este tipo de opção, elas receberam o enfoque principal no decorrer deste trabalho.

Ativo-Objeto	Forma de Entrega
Ações	Disponível
Indice Bovespa (IBOVESPA)	Contrato Futuro
Ouro	Disponível
Dólar	Disponível
CDI	Contrato Futuro
Café Arábica	Contrato Futuro
Boi Gordo	Contrato Futuro

Figura 3.2: Formas de entrega dos Ativos.

.

3.2.1 Opções Européias

Também conhecida como *vanilla* européia, por se tratar do tipo mais comum de opção, ela é caracterizada pelo ativo a que se refere (S), pelo preço de exercício (X), pelo prêmio (designado por C para opção de compra e P para opção de venda) e pela data de vencimento.

A opção pode ser de compra (*call*) ou de venda (*put*). O titular de uma *call* tem o direito de comprar o ativo pelo preço de exercício X na data estabelecida. Já o vendedor de uma *call* tem a obrigação, caso o titular da opção queira exercê-la, de vender o ativo pelo preço X na data estabelecida. O titular de uma opção de venda (put) tem o direito de comprar o ativo pelo preço de exercício X na data estabelecida. Já o vendedor de uma *put* tem a obrigação de comprar o ativo, caso o titular queira vendê-lo, pelo preço X na data estabelecida.

Por serem um direito negociado, as opções possuem um preço. Este preço é comumente chamado de prêmio (designado por C para opção de compra e P para opção de venda) e está intimamente associado ao preço do ativo (S). Outros fatores que influenciam o preço da opção são: o preço de exercício (X), o prazo até o vencimento (t), a taxa de juros livre de risco (r) e as expectativas do mercado.

Quanto maior a variação no preço do ativo objeto (S), maior o preço da opção, pois a oportunidade de auferir um lucro maior deve ser recompensada por um custo mais elevado.

O preço (prêmio, C ou P) de uma opção varia com o decorrer do prazo até o vencimento. Na data de exercício, o prêmio de uma opção somado ao seu valor de exercício é exatamente igual ao valor do ativo no mercado á vista. Essa convergência é inevitável, pois do contrário seria possível fazer arbitragem dentro de um único mercado (BM&F).

Ao adquirir uma opção, o prêmio é pago (C ou P). O prazo até o vencimento (T) e o preço de exercício (X), ficam determinados. O lucro da operação torna-se função do preço do ativo (S) no mercado á vista. Admitindo ausência de custos operacionais, o lucro de cada contrato é dado por:

$$\textit{Call} \rightarrow \max\ (S^*-(X+C),\ -C) \quad (1)$$

$$\textit{Put} \rightarrow \max\ ((X+P)-S^*,\ -P) \quad (2)$$

sendo S* o preço do ativo na data do vencimento.

A *call* só será exercida se $S^* \geq X$, caso contrário o resultado da operação para o detentor da opção será um prejuízo equivalente ao prêmio pago (-C). A operação só apresenta lucro se $S^* \geq X+C$.

A *put* só será exercida se $S^* \leq X$, caso contrário o resultado da operação para o detentor da opção será um prejuízo equivalente ao prêmio pago (-P). A operação só apresenta lucro se $S^* \leq X+P$.

Pela definição de lucro de uma opção européia, salta aos olhos o fato do lucro mínimo (prejuízo máximo) de uma opção européia está limitado ao valor pago pelo prêmio.

Segundo Álvaro Mendonça, o titular do *hedge* com contrato de opções, na eventualidade de cenário negativo, mostraria apenas uma pequena elevação dos custos, referente ao prêmio. Para mercados de produtos finais com demanda elástica ao preço (variação do preço provoca considerável variação na demanda) essa é uma vantagem que os contratos futuros e a termo não apresentam.

O gráfico que fornece o lucro de cada contrato em função da variação do preço do ativo objeto (S) é conhecido como *payoff* da opção. As equações que descrevem o payoff do titular de uma são:

$$\textit{Call} \rightarrow f(S) = \max\,(S-(X+C), -C) \qquad (3)$$

$$\textit{Put} \rightarrow f(S) = \max\,((X+P)-S, -P) \qquad (4)$$

com $S \geq 0$, pois é incoerente um ativo com preço negativo.

Seja um ativo qualquer S, com preço de exercício (X) igual a 20 unidades monetárias, sendo o prêmio da *call* (C) igual a 10 unidades monetárias e o prêmio da *put* (P) também igual 10 unidades monetárias. Os gráficos 2, 3, 4 e 5 ilustram o *payoff* do titular e do lançador de uma opção de compra e de uma opção de venda. O prêmio da call e da put foram admitidos como sendo iguais apenas por uma questão de simplicidade didática.

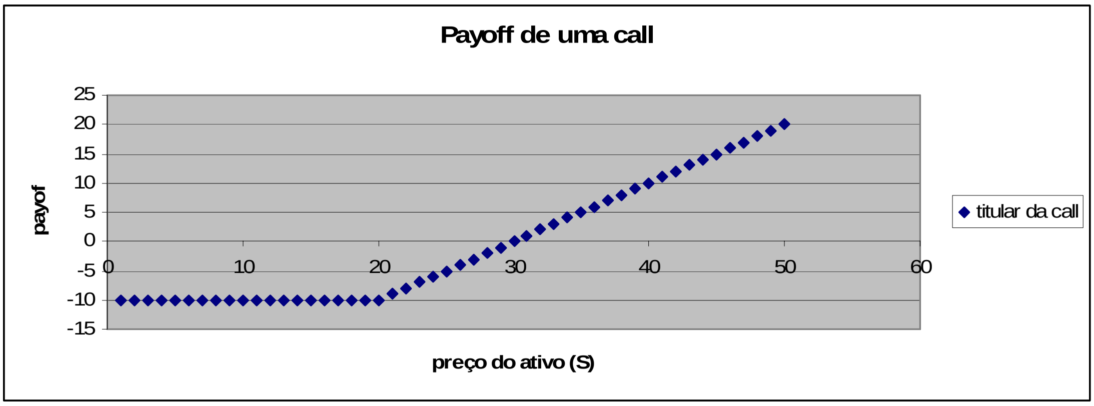


Figura 3.3: Payoff do titular de uma call

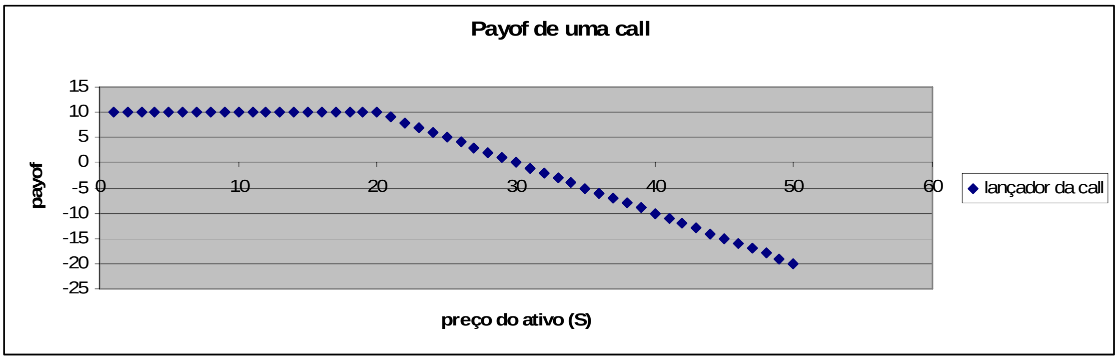


Figura 3.4: Payoff do lançador de uma call

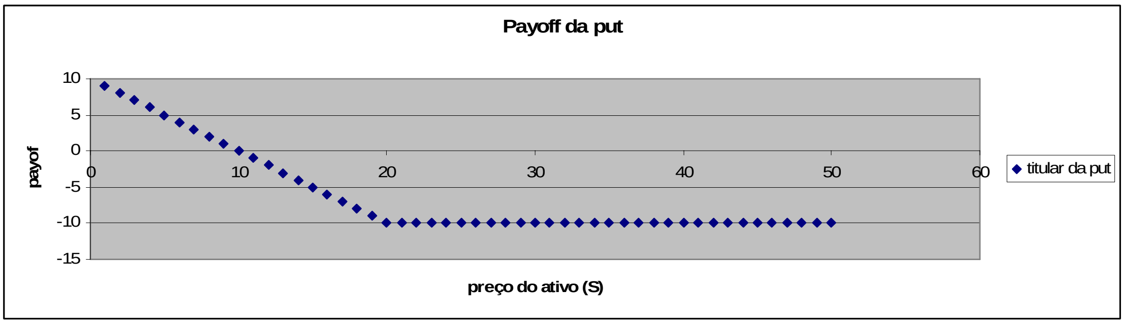


Figura 3.5: Payoff do titular de uma put

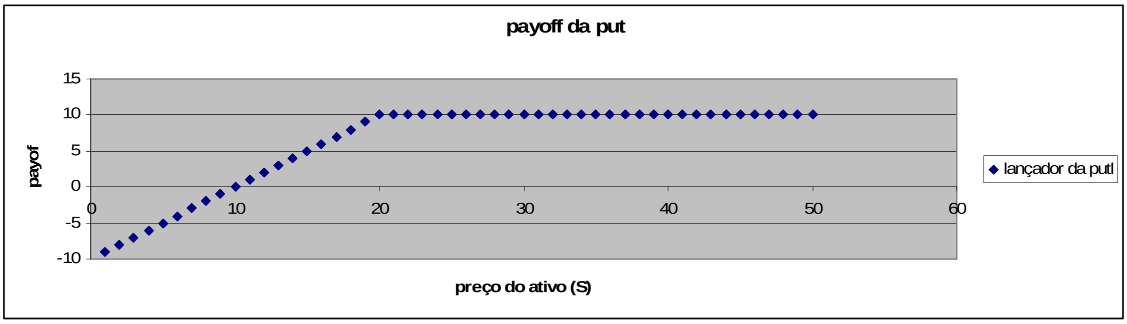


Figura 3.6: Payoff do lançador de uma put

A taxa de juros livre de risco(r) de uma economia é conhecida como a maior taxa que o capital pode ser remunerado sem incorrer em riscos. Segundo César Lauro da Costa, para calcular o "valor total" (prêmio + *strike*) esperado de uma opção, deve-se projetar o preço do ativo (S) para a data de exercício (T) de alguma forma. Essa projeção é feita utilizando-se a taxa de juros livre de risco.

Ainda segundo César Lauro da Costa, pode-se questionar se a projeção via taxa de juros é uma boa estimativa; afinal, nenhum ativo real é obrigado a corrigir juros; pode-se argumentar que melhor estimativa seria projetar S pelo mesmo valor que ele apresenta hoje, ou no máximo acrescentar a ele a inflação. Acontece que a projeção por juros não parte da premissa de que todos ativos devam acompanhar os juros, mas de uma outra sutilmente diferente: a de que o valor médio visualizado pelo mercado para um ativo em data futura coincida com seu valor futuro. Isto é, o mercado, como um todo, visualiza o ativo no futuro como sendo o seu preço a vista carregado aos juros correntes. Se o mercado visualizasse o preço S acima do seu valor futuro, sem dúvida promoveria uma pressão compradora que acabaria elevando S e corrigindo a diferença; se visualizasse abaixo, promoveria uma pressão vendedora. Em ambos os casos, o valor de S que hoje equilibra as expectativas teria a propriedade de, carregado a juros, coincidir com o preço esperado pelo mercado para a data futura.

O comportamento de ativos reais (ações, por exemplo), realmente sofre a influência da taxa livre de risco (r) como descrito por César Lauro da Costa. Já no caso da taxa de câmbio, a taxa livre de risco(r) deve ser substituída por uma taxa mais apropriada, que considere a taxa livre de risco do país dos dois países das moedas envolvidas (a justificativa encontra-se no capítulo 5).

4 Modelo de Black & Scholes

Diante do desafio de precificar as opções, o único consenso era o modo de se calcular o preço de uma opção no dia do seu vencimento. Dado por:

$$C = \max (S^*-X,0) \tag{5}$$

A equação (5) nos diz que no vencimento, o preço de uma *call*[1] é a diferença entre o preço á vista do ativo objeto (S*) e o preço de exercício (X) se essa diferença for positiva, caso contrário, a *call* vale zero, pois seu exercício provocaria prejuízo.

Um tanto quanto intuitivo, essa fórmula não diz absolutamente nada a respeito do preço de uma opção em um momento qualquer até o seu vencimento. Na tentativa de solucionar este problema, em 1973 Fhiser Black e Myron Scholes, no estudo intitulado "*The Pricing of Options and Corporate Liabilities*", propuseram o primeiro modelo de precificação de opções.

Como todo modelo matemático desenvolvido para explicar eventos relacionado à natureza humana, o modelo de Black&Scholes assume algumas premissas que o afastam um pouco da realidade mas permitem que um evento como a formação dos preços das opções possa ser modelado.

As premissas do modelo são:

I) os preços dos ativos seguem um movimento Browniano;

II) a taxa de juros livre de risco (r) é conhecida e constante ao longo do tempo e não há diferença (*spread*) entre a taxa de captação e a de aplicação;

III) as ações não pagam dividendos ou qualquer outro tipo de proventos;

IV) a opção é do tipo européia;

V) a volatilidade do preço da ação é constante e invariável ao longo do tempo;

VI) ausência de custos operacionais ao se negociar as ações e opções;

VII) sempre é possível comprar qualquer fração de ação;

---

[1] O desenvolvimennto do modelo será feito para opção de compra (*call*), por possuir maior liquidez na BM&F.

Preços dos Ativos seguem um movimento Browniano

Estabelecer o tipo de distribuição que o preço do ativo obedece é necessário a qualquer modelo de precificação probabilístico.

O movimento Browniano foi descrito matematicamente por Albert Einstein no início do século passado. Ele consiste na descrição do movimento que uma partícula pesada realiza quando imersa em um meio com partículas de luz (fótons). O movimento acelerado das dos fótons, faz com que eles choquem-se com a partícula mais pesada, movimentando-a por meio da conservação da quantidade de movimento. Cada movimento da partícula maior é aleatório e independe do movimento anterior. No entanto, considera-se que os movimentos têm a mesma natureza e a mesma magnitude.

Segundo Einstein, nesse modelo o movimento da partícula se distribui normalmente ao longo do tempo, ou seja, com média e variância dependentes, única e exclusivamente, do intervalo de tempo em questão.

A primeira tentativa de se descrever o preço futuro de uma ação através do movimento Browniano foi feita em 1964 por M. Osborne, que dizia:

"Para um curto intervalo de tempo, o retorno sobre o preço de uma ação é normalmente distribuído"

Para Osborne, a analogia entre o movimento Browniano e a formação de preços no mercado de ações residia no fato dos participantes do mercado de ações (equivalente aos fótons) tentavam aumentar ou diminuir o preço das ações (equivalente à partícula mais pesada) de modo aleatório e independente uns dos outros.

Uma imperfeição evidente do modelo, diz respeito à consideração de independência dos participantes do mercado de ações. O efeito "manada", onde a maioria dos participantes mudam drasticamente de posição, é muito freqüente em épocas de crise. Outra distorção é causada pela existência de instituições capazes de influenciar o mercado devido ao volume de suas operações (*market makers*).

Se apesar destas imperfeições o modelo de movimento Browniano for aceito, a distribuição normal dos retornos das ações possuirá as seguintes média e variância:

Média = $(\mu - \sigma^2/2)*\Delta T$ (6)

Desvio Padrão = $\sigma*(\Delta T)^{0,5}$ (7)

Das fórmulas para a média e desvio padrão duas características saltam aos olhos.

Primeira, o desvio padrão cresce com o aumento do prazo até o vencimento, algo compreensivo, pois, para um mesmo ativo, quanto maior o prazo até o vencimento maior a incerteza em relação ao valor futuro. Todavia, Louis Bachelier, em 1900 constatou que esse aumento no desvio padrão ocorre de acordo com a raiz quadrada do prazo.

Segunda, a média dos retornos é depreciada em $\sigma^2/2$. A fato de a volatilidade reduzir o retorno esperado de um ativo foi matematicamente explicado por Chriss e foge ao escopo deste trabalho.

As premissas II III e V são adotadas para reduzir o número de variáveis do modelo. Já as premissas VI e VII têm a função de tornar o equacionamento do modelo mais simples.

4.1 Equação de Black & Scholes

Por amor a simplicidade, a equação de Black & Scholes será determinada utilizando-se o método de análise de instrumentos financeiros por avaliação de risco neutro, desenvolvido por Cox e Ross em 1976. No modelo de Black & Scholes foi empregado à teoria do *Capitial Asset Pricing Model* (CAPM).

Segundo HULL(1995), a avaliação neutra em relação ao risco não afirma que os investidores sejam indiferentes ao risco, mas que títulos derivativos, como opções, podem ser avaliados com base na suposição de que os investidores sejam indiferentes ao risco. Isso significa que as preferências de risco dos investidores não influenciam no valor de uma opção de ação quando expresso como uma função do preço da ação.

Dessa forma, a volatilidade seria a responsável pela diferença entre o preço dos diversos investimentos oferecidos pelo mercado, pois ela está associada ao risco de não se atingir o valor esperado. Admitindo os investidores como racionais, os ativos com menor volatilidade (risco) são priorizados.

Aplicando a teoria de risco neutro ao modelo de Black & Scholes, tem-se que o preço de uma opção é função do preço do ativo (S) e do tempo até o exercício (t).

Admita a carteira Φ como sendo composta por uma opção, cujo preço é dado por $\omega(S,t)$, e uma quantidade de ações, de um mesmo ativo, cujo preço de cada ação é dado por S.

A carteira Φ é formada de tal modo que ela fique neutra em relação á variação do preço da ação. Seja a derivada parcial do preço da opção em função da variação do preço do ativo designada por $\omega_s(S,t)$, a composição da carteira Φ é dada por:

$$\Phi = S \cdot \omega_s(S,t) - \omega(S,t) \qquad (8)$$

A variação do preço da opção é uma função da variação do preço do ativo, e por se estar considerando a existência de apenas uma opção, a derivada parcial $\omega_s(S,t)$ é justamente a quantidade de ações que devem ser compradas para a proteção da carteira quanto a variação no preço da ação. O valor da carteira com ω_s ações e uma opção independe das variações do preço da ação, pois para uma variação ΔS no preço da ação:

$$(S+\Delta S) \cdot \omega_s(S,t) - \omega(S+\Delta S,t) \qquad (9)$$

Aplicando o Teorema de Taylor:

$$S\, \omega_s(S,t) + \Delta S \cdot \omega_s(S,t) - \omega_s(S,t) - \Delta S \cdot \omega(S,t) \;\rightarrow\; S \cdot \omega_s(S,t) - \omega(S,t) = \Phi \qquad (10)$$

Para uma variação no valor da ação em um intervalo de tempo Δt, a variação no valor da carteira Φ será:

$$\Delta S \cdot \omega_s(S,t) - \Delta\omega(S,t) \qquad (11)$$

Admitindo que a carteira é rebalanceada continuamente de forma a manter neutra em relação a variação do preço da ação, $\Delta\omega$ pode ser calculado por meio de cálculo estocástico,sendo válido:

$$\Delta\omega = \omega(S+\Delta S,\, t+\Delta t) = \omega_s(S,t) \cdot \Delta S + (1/2) \cdot \omega_{ss}(S,t) \cdot \sigma^2 \cdot S^2 \cdot \Delta t + \omega_t(S,t) \cdot \Delta t \qquad (12)$$

onde $\omega_{ss}(S,t)$ indica a derivada parcial de $\omega_s(S,t)$ em relação ao preço da ação, $\omega_t(S,t)$ indica a derivada parcial de $\omega(S,t)$ em relação ao prezo até o vencimento da opção e σ^2 é a variância dos retornos do ativo. Substituindo (12) em (11), temos:

$$-\left(\frac{1}{2}\omega_{ss}(S,t)\cdot\sigma^2\cdot S^2+\omega_t(S,t)\right)\cdot\left(\frac{\Delta t}{\omega_s(S,t)}\right) \qquad (13)$$

A consideração de ambiente de risco neutro, a valorização da carteira ao longo do tempo, dada por (13), deve ser igual a taxa livre de risco (r) aplicada ao período em questão. Tem-se a seguinte igualdade:

$$-\left(\frac{1}{2}\cdot\omega_{ss}(S,t)\cdot\sigma^2\cdot S^2+\omega_t(S,t)\right)\cdot\left(\frac{\Delta t}{\omega_s(S,t)}\right)=\left(S\cdot\omega_s(S,t)-\omega(S,t)\right)\cdot r\cdot\Delta t \qquad (14)$$

$$\omega_t(S,t)=r\cdot\omega(S,t)-r\cdot S\cdot\omega_s(S,t)-\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\omega_{ss}\cdot\sigma^2\cdot S^2 \qquad (15)$$

A equação (15) é equação diferencial. Para resolvê-la deve-se estabelecer as condições de contorno. Seja X o preço de exercício de uma opção e T a data do vencimento, para uma *call* temos:

$$\omega(S,T)=\max(S-X,0) \qquad (16)$$

A equação 15 pode ser resolvida com a seguinte transformação de variáveis proposta por Zauderer:

$$\omega(S,t)=\exp((\alpha\cdot S+\beta\cdot t)\cdot u(S,t) \qquad (17)$$

onde:

$$\alpha=\left(\frac{-r}{\sigma^2}\right) \qquad \beta=r\cdot\left(1-\frac{r}{2\cdot\sigma^2}\right)$$

Substituindo (17) em (15) a equação diferencial assume a forma:

$$u_t=\left(\frac{1}{2}\right)\cdot u_{ss}\cdot\sigma^2\cdot S^2 \qquad (18)$$

A solução de (18) é da forma:

$$u(S,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{S-X} \exp\left(-\frac{(S-x)^2}{2\cdot\sigma^2\cdot T}\right)dx + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{S-X}^{\infty} \exp\left(\frac{(S-x)^2}{2\cdot\sigma^2\cdot T}\right)dx \qquad (19)$$

Substituindo (19) em (17), temos:

$$w(S,t) = S \cdot N(d_1) - X \cdot e^{-r(T-t)} \cdot N(d_2) \qquad (20)$$

onde

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)\cdot(T-t)}{\sigma\cdot\sqrt{(T-t)}} \qquad (21) \qquad \text{e} \qquad d_2 = d_1 - \sigma\cdot\sqrt{(T-t)} \qquad (22)$$

O significado de N(d) é a área sobre a curva normal padronizada até o ponto d.

A equação (20) é conhecida como equação de Black & Scholes para precificação de opções Ela foi desenvolvida para uma *call*, no caso de uma opção de venda (*put*), o procedimento é o mesmo, basta alterar as condições de contorno para:

$$\omega(S,T) = \max(X - S, 0) \qquad (23)$$

A equação de B&M nos mostra que para um mesmo ativo a um mesmo preço de exercício, quanto maior a volatilidade maior o preço da opção e quanto maior o prazo para o vencimento maior o preço da opção.

5 Metodologia

O presente trabalho segue a metodologia adotada por Paulo Castor de Castro ("*working paper series 39, BCB*", 2002). Admitindo que as expectativas de mercado a respeito da taxa de câmbio são refletidas no preço das opções de compra de dólar comercial, é estimado um intervalo de probabilidade para o preço do dólar. O período de análise é composto por 13 meses, de setembro de 2004 até setembro de 2005. O vencimento dos contratos de opção de compra de dólar ocorre no primeiro dia útil de cada mês, sendo feitas às estimativas para o valor da taxa de câmbio a 10 e 20 dias úteis antes do vencimento de cada contrato (totalizando 26 estimativas, duas dentro de cada mês).

O procedimento para estimar o intervalo em que a taxa de câmbio vai estar pode ser dividido em quatro etapas principais, são elas:

→**Etapa 1**: cálculo da volatilidade implícita das opções através de um modelo de precificação. Essa volatilidade é calculada para diferentes valores de exercício (X);

→**Etapa 2**; a partir dos pares preço de exercício(X)//volatilidade implícita (σ(X)), é estimada uma função do segundo grau que descreve a volatilidade implícita em função do preço de exercício para múltiplos valores de exercício.

→**Etapa 3**: utilizando a função de volatilidade implícita estimada, é calculada a distribuição de probabilidade acumulada, pelo método de SHIMKO (1993).

→**Etapa 4**: com a função de probabilidade acumulada, é determinado o intervalo em que a taxa de câmbio deve estar de acordo com a precisão desejada.

Os quatro procedimentos acima devem ser realizados duas vezes para cada um dos 13 vencimentos de contratos de opção de compra de dólar, uma para prever a taxa de câmbio a 10 dias e a 20 dias úteis antes do vencimento de cada contrato.

5.1 Etapa 1

O modelo empregado para obter a volatilidade implícita no preço das opções é a adaptação de Garman e Kohlhagen (1983) ao modelo de B&S. Ele é uma adaptação que permite precificar opções sobre ativos que proporcionam renda (caso das opções de moeda).

Opções de moedas não podem utilizar, diretamente, o modelo de B&S. Elas se comportam como opções sobre ações que pagam dividendos, ferindo, portanto, uma das premissas de Black & Scholes. A equação de Garman e Kohlhagen é dada por:

$$C(X) = e^{-r^*\tau} S.N(d_1) - e^{-r\tau}.X.N(d_2)$$

onde:

$$d_1 = \left(\frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left[r - r^* + \left(\frac{\sigma^2}{2}\right) \right].\tau}{\sigma.\sqrt{\tau}} \right)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma.\sqrt{\tau}\ ;$$

X: preço de exercício

S: taxa de câmbio no mercado á vista

r: taxa de juros na moeda doméstica

r*: taxa de juros na moeda estrangeira

τ: prazo até o vencimento (T-t)

σ: volatilidade implícita

N(d): área sobre a curva normal padronizada até o valor d

Uma simplificação dessa fórmula pode ser feita utilizando-se o seguinte resultado derivado por Black (1976), que considera o valor de um contrato futuro de dólar, com vencimento coincidente com o vencimento da opção, que anula a possibilidade de arbitragem:

$$F = S.e^{(r-r^*)\tau}$$

Substituindo o resultado acima na equação de Garman e Kohlhagen, temos:

$$C(X) = e^{-r\tau}.\left[F.N(d_1) - X.N(d_2)\right]$$

onde:

$$d_1 = \left(\frac{\ln\left(\frac{F}{X}\right) + \left(\frac{\sigma^2(X)}{2}\right).\tau}{\sigma(X).\sqrt{\tau}} \right) \qquad d_2 = d_1 - \sigma(X).\sqrt{\tau}$$

onde:

X: preço de exercício

F: taxa do contrato futuro de dólar com o mesmo vencimento da opção

r: taxa de juros na moeda doméstica

τ: prazo até o vencimento (T-t)

σ: volatilidade implícita

N(d): área sobre a curva normal padronizada até o valor d

Das 5 (cinco) variáveis necessárias para a determinação do preço da opção, a única que não é observada diretamente no mercado é a volatilidade. Entretanto, o preço da opção é observado no mercado. Como o intuito desta etapa é justamente calcular a volatilidade implícita, a fórmula será utilizada de modo reverso, a partir do preço da opção e das outras 4 (quatro) variáveis se obtém a volatilidade implícita.

Devido a baixa liquidez do mercado brasileiro de opções de dólar, o número de preços de exercício (X) diferentes, na maioria das observações, foi apenas 3. Essas observações foram feitas a 10 e 20 dias úteis antes de cada vencimento (primeiro dias útil de cada mês).

Foi obtido um conjunto de 26 gráficos de volatilidade implícita em função do preço de exercício (σ(X)*versus*X)

Para obter a volatilidade implícita das opções (σ), a partir do preço da opção (C), do preço de exercício (X), da taxa de juros na moeda doméstica (r), da taxa do contrato futuro de dólar com o mesmo vencimento da opção (F) e do prazo até o vencimento (τ), foi desenvolvida uma rotina no programa MAPLE9.

Todas as informações necessárias foram obtidas junto ao site da BM&F (www.bmf.com.br). Qualquer usuário pode solicitar o resumo estatístico do pregão contendo os dados necessários para o desenvolvimento deste trabalho.

O preço da opção, para cada valor de exercício e vencimento, é informado no resumo estatístico, assim como a taxa do contrato futuro de dólar com o mesmo vencimento da opção. A taxa de juros na moeda doméstica é obtida pela taxa implícita nos contratos futuro de DI (Depósito Interbancário) de 1 dia para a data de vencimento da opção, pois reflete a expectativa para o custo do dinheiro no período em questão. O prazo até o vencimento (τ) foi determinado como sendo 10 ou 20 dias úteis até o vencimento de cada opção.

5.2 Etapa 2

Nesta etapa, para cada um dos 26 gráficos deve ser determinada uma função para a volatilidade implícita em função do preço de exercício ($\sigma(X)$). O número de pontos ($\sigma(X)$,X) em cada gráfico é igual ao número de preços de exercício diferentes para um mesmo vencimento. Foi tomado o cuidado de desconsiderar os pares ($\sigma(X)$,X) que apresentavam volume financeiro inferior 5% do volume total dos contratos de opção com vencimento para a data em questão, por acreditar que podiam refletir as expectativas individuais e não um consenso do mercado.

Como dito anteriormente, a grande maioria dos gráficos apresentou 3 (três) valores diferentes de preço de exercício, sendo o número máximo observado de 5 (cinco) diferentes preços de exercício para um mesmo vencimento.

A volatilidade costuma apresentar um comportamento conhecido como "*smile*", referência ao formato da curva volatilidade implícita pelo preço de exercício. Esse formato indica que opções *it-the-money* e *out-of-the-money* tendem a ter volatilidade implícita maiores que as *at-the-money*[2].

---

[2] Opções *in-the-money* são as que propiciam um fluxo de caixa positivo para o seu detentor, caso exercidas imediatamente; opções *at-the-money* são as que, caso exercidas, proporcionariam ao detentor um fluxo de caixa nulo e as opções *out-of-the-money* são aquelas cujo exercício imediato implicaria em um fluxo de caixa negativo.

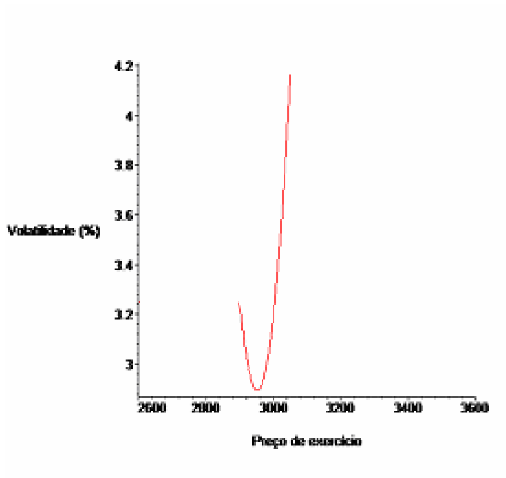


Figura 5.1: Volatilidade implícita para o vencimento em 01/10/04, observada em 02/09/04

A importância em se estimar uma função para a volatilidade implícita em função do preço de exercício, é que o método de SHIMKO (1993) para o cálculo da distribuição de probabilidades acumulada para a taxa de câmbio vai necessitar de uma função contínua.

Por amor a simplicidade, a função escolhida para interpolar os pares (σ(X),X) foi uma função do segundo grau, obtida através da técnica dos mínimos quadrados.

$$\sigma(X) = A_0 + A_1.X + A_2.X^2$$

As volatilidades são interpoladas apenas no intervalo contendo as cotações observadas, para valores acima e abaixo de cada intervalo, a volatilidade implícita de cada extremidades do intervalo foi mantida constante. Esse foi o método utilizado por CAMP, CHANG e REIDER (1997) e está de acordo com HULL (1997), que mostra que a taxa de variação do preço da opção em função da variação da volatilidade implícita é pequena para opções muito *it-the-money* (esquerda do intervalo) e *out-of-the-money* (direita do intervalo).

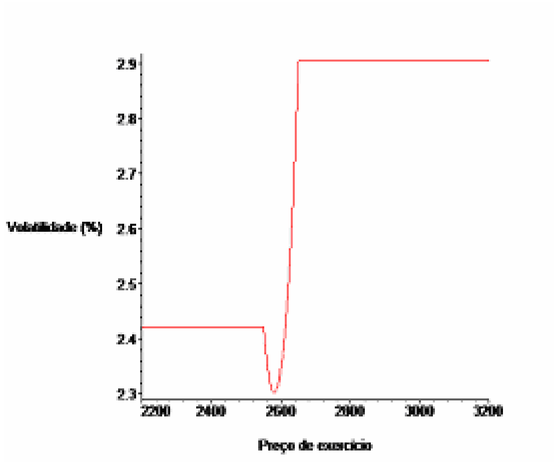


Figura 5.2: Volatilidade implícita calculada em 02/09/04 para opções com vencimento em 01/10/04, num intervalo além do fornecido pelos diferentes preços de exercícios (X) observados

A equação para a volatilidade implícita, $\sigma(X)$, em função do preço de exercício (X) foi determinada através de uma rotina no programa MAPLE9 que é alimentada com as informações da Etapa 1.

5.3 Etapa 3

Nesta etapa, a função de probabilidade acumulada é calculada de acordo com o método não paramétrico desenvolvido por SHIMKO (1993) a partir dos resultados teóricos de BREEDEN e LITZENBERGER (1978).

BREEDEN e LITZENBERGER mostram que é possível encontrar, a partir dos preços de opções de compra determinados pelo mercado, os preços associados a cada possível "estado da natureza" futuro. Os "estados da natureza" são representados pelo espectro de valores que um ativo, no caso em questão a taxa de câmbio, pode alcançar no futuro, pois cada valor pode ser interpretado como o resultado da ocorrência de um determinado estado da natureza.

Feito o mapeamento dos valores de opções de compra correspondentes a cada volatilidade, em função de cada possível valor de exercício (X), utiliza-se o resultado de BREEDEN e LITZENBERGER (demostrado em Paulo Castor de Castro,d2 "*working paper series 39,BCB*", 2002):

$$\frac{\partial C(X,T)}{\partial X} \mid_{X=S} = -e^{-r(T-t)}.\left[1-F(S)\right]$$

$$\frac{\partial^2 C(X,T)}{\partial X^2} \mid_{X=S} = e^{-r(T-t)}.f(S)$$

LEMGRUBER mostra que é conveniente calcular o seguinte resultado, antes de derivar C(X) em relação ao preço de exercício (X).

$$d_2 = d_1 - \sigma.\sqrt{\tau}$$
$$d_2^2 = d_1^2 - 2.d_1.\sigma.\sqrt{\tau} + \sigma^2.\tau$$
$$d_2^2 = d_1^2 - 2.\left[\ln\left(\frac{F}{X}\right) + \left(\frac{\sigma^2}{2}\right).\tau\right] + \sigma^2.\tau$$
$$d_2^2 = d_1^2 - 2.\ln\left(\frac{F}{X}\right) - \sigma^2.\tau + \sigma^2.\tau$$

$$d_2^2 - d_1^2 = -2.\ln\left(\frac{F}{X}\right)$$

A derivada primeira e segunda, da função de distribuição normal padronizada acumulada N(d), são:

$$n(d) = \frac{d\left[N(d)\right]}{d(d)}$$
$$n(d) = \frac{d\left(\int_{-\infty}^{d} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}.e^{-\frac{t^2}{2}}.dt\right)}{d(d)}$$

$$n(d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}.e^{-\frac{d^2}{2}}$$

$$n'(d) = \frac{d[n(d)]}{d(d)}$$

$$n'(d) = -d.\frac{1}{\sqrt{2\pi}}.e^{-\frac{d^2}{2}}$$

$$n'(d) = -d.n(d)$$

Segue-se a seguinte relação entre as derivadas $n(d_1)$ e $n(d_2)$, de $N(d_1)$ e $N(d_2)$:

$$\frac{n(d_2)}{n(d_1)} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}}.e^{-\frac{d_2^2}{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2\pi}}.e^{-\frac{d_1^2}{2}}}$$

$$\frac{n(d_2)}{n(d_1)} = e^{-\frac{1}{2}.(d_2^2 - d_1^2)}$$

$$\frac{n(d_2)}{n(d_1)} = e^{-\frac{1}{2}.-2.\ln\left(\frac{F}{X}\right)}$$

$$\frac{n(d_2)}{n(d_1)} = \frac{F}{X}$$

Derivando C(X):

$$\frac{dC(X)}{dX} = \frac{d\left[e^{-r\tau}.\left[F.N(d_1) - X.N(d_2)\right]\right]}{dX}$$

$$\frac{dC(X)}{dX} = e^{-r\tau}.\left[F.n(d_1).\frac{d(d_1)}{dX} - N(d_2) - X.n(d_2).\frac{d(d_2)}{dX}\right]$$

$$\frac{dC(X)}{dX} = e^{-r\tau}.\left[F.n(d_1).\frac{d(d_1)}{dX} - N(d_2) - F.n(d_1).\frac{d(d_2)}{dX}\right]$$

$$\frac{dC(X)}{dX} = e^{-r\tau}.\left\{F.n(d_1).\left[\frac{d(d_1)}{dX} - \frac{d(d_2)}{dX}\right] - N(d_2)\right\}$$

Para simplificar a notação, considere as seguintes convenções:

$$\frac{d(d_1)}{dX} = d_{1X}; \frac{d(d_2)}{dX} = d_{2X}$$

$$v = \sigma(X).\sqrt{\tau}$$

$$v' = \frac{d\left[\sigma(X)\right]}{dX}$$

$$v'' = \frac{d^2\left[\sigma(X)\right]}{dX^2}$$

Da interpolação, $\sigma(X) = A_0 + A_1X + A_2X^2$. Logo:

$$v = \left(A_0 + A_1.X + A_2.X^2\right).\sqrt{\tau}$$

$$v' = \left(A_1 + 2.A_2.X\right).\sqrt{\tau}$$

$$v'' = 2.A_2.X.\sqrt{\tau}$$

Dado que $d_2 = d_1 - \sigma \cdot \sqrt{\tau}$:

$$d_1 - d_2 = \sigma.\sqrt{\tau} = v$$

$$d_{1X} - d_{2X} = \frac{d\sigma(X)}{dX}.\sqrt{\tau} = v'$$
$$d_{1X} - d_{2X} = (A_1 + 2.A_2.X).\sqrt{\tau}$$

Empregando os resultados nas derivadas de C(X):

$$\frac{dC(X)}{dX} = e^{-r\tau}.\{F.n(d_1).v' - N(d_2)\}$$

$$\frac{d^2C(X)}{dX^2} = \frac{d\left[e^{-r\tau}.\{F.n(d_1).v' - N(d_2)\}\right]}{dX}$$
$$\frac{d^2C(X)}{dX^2} = e^{-r.\tau}.\left\{\frac{d\left[F.n(d_1).v'.\right]}{dX} - n(d_2).\frac{d(d_2)}{dX}\right\}$$

$$\frac{d^2C(X)}{dX^2} = e^{-r.\tau}.\{F.\left[n'(d_1).d_{1X}.v' + n(d_1).v''\right] - n(d_2).d_{2X}\}$$
$$\frac{d^2C(X)}{dX^2} = e^{-r.\tau}.\{F.\left[-d.n(d_1).d_{1X}.v' + n(d_1).v''\right] - n(d_2).d_{2X}\}$$

$$\frac{d^2C(X)}{dX^2} = e^{-r.\tau}.\{F.n(d_1).\left[v'' - v'.d.d_{1X}\right] - n(d_2).d_{2X}\}$$

Substituindo os valores da derivada primeira e segunda de C(X) em relação ao preço de exercíci o(X) no resultado de BREEDER e LITZENBERGER, temos:

$$\frac{\partial C(X)}{\partial X}\Big|_{X=S} = -e^{-r\tau}.\left[1 - F(S)\right]$$
$$1 - F(S).\Big|_{X=S} = -e^{r\tau}\frac{\partial C(X)}{\partial X}$$
$$F(S)\Big|_{X=S} = 1 + e^{r\tau}\frac{\partial C(X)}{\partial X}$$

Por fim, obtemos:

$$F(S)\big|_{S=X} = 1 + F.n(d_1).v' - N(d_2)$$

onde: X: preço de exercício

F: taxa do contrato futuro de dólar com o mesmo vencimento da opção

v′: derivada primeira da função $\sigma(X)\cdot\sqrt{\tau}$

N(d): área sobre a curva normal padronizada até o valor d

n(d): derivada de N(d)

Cada gráfico de distribuição de probabilidade acumulada foi obtido através de uma rotina utilizando-se o programa MAPLE9. Os valores de X variaram entre 1,5 (apresentando probabilidade acumulada praticamente nula) até 3,5 (apresentando probabilidade acumulada praticamente igual a 1,0).

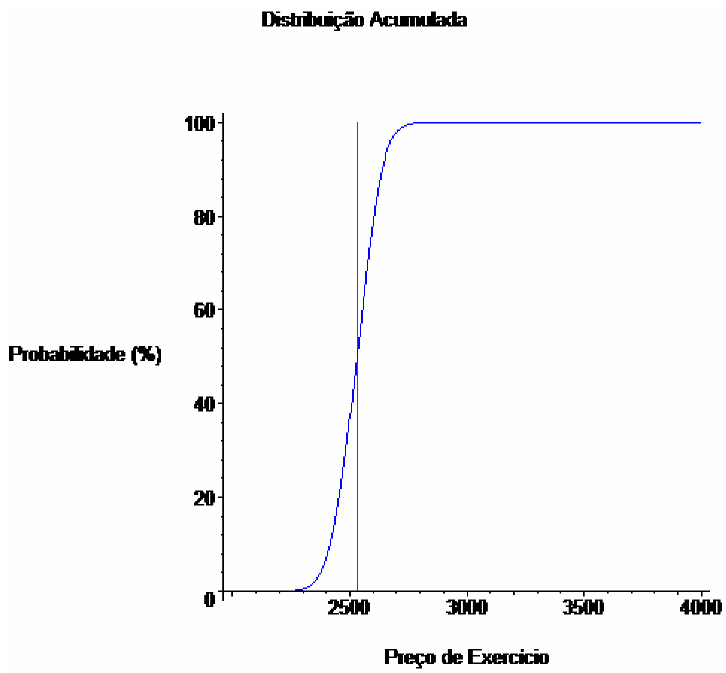


Figura 5.3: Distribuição acumulada estimada em 03/05/05 através de opções com vencimento em 01/06/05. A reta vermelha representa o valor do contrato futuro de dólar com mesmo vencimento.

5.4 Etapa 4

A partir do gráfico de distribuição de probabilidades acumulada foi determinada qual a taxa de câmbio que apresentava 10% de probabilidade de ocorrer. Essa taxa foi arbitrada como sendo o limite inferior para o intervalo estimado. O limite superior para o intervalo estimado foi determinado como sendo a taxa de câmbio que apresentava uma probabilidade acumulada de 90% de ocorrer.

Esse procedimento foi repetido para cada um do 26 gráficos de distribuição de probabilidades acumulada.

5.5 Rotina do MAPLE9

Todas as quatro etapas descritas acima foram implementadas em uma rotina computacional no programa MAPLE9.

O usuário deveria inserir os seguintes dados de entrada:

• prazo até o vencimento (τ)

• valor do contrato futuro de dólar com o mesmo vencimento que a opção (F)

• valor da taxa de juros implícita nos contratos futuros de DI de 1 dia com vencimento coincidente com o das opções (r)

• um vetor com os preços de exercício (X_i)

• um vetor com os respectivos preços das opções para cada preço de exercício ($C(X_i)$)

Primeiro foi calculado as volatilidades implícitas através de um método numérico. Depois foi estimada a função do segundo grau para cada volatilidade implícita. A partir dessa função, da função de distribuição Normal e da derivada da distribuição Normal foi calculada a função de distribuição Acumulada, fazendo-se incrementos de 2 décimos de centavos (0,002 reais) no preço de exercício (X) no intervalo entre 1,5 e 3,5.

A partir da função de Distribuição Acumulada foi determinada, analiticamente, a função de distribuição de probabilidades.

6 Resultados

Os resultados obtidos estão de acordo com o esperado. As maioria das curvas de volatilidade em função do preço de exercício (σ(X)) realmente apresentam um "*smile*" de volatilidade (a curva possui o formato de um sorriso).

Veja o exemplo dos gráficos de volatilidade implícita, função de distribuição de probabilidade e função de distribuição de probabilidade acumulada para os vencimentos e datas de observação abaixo.

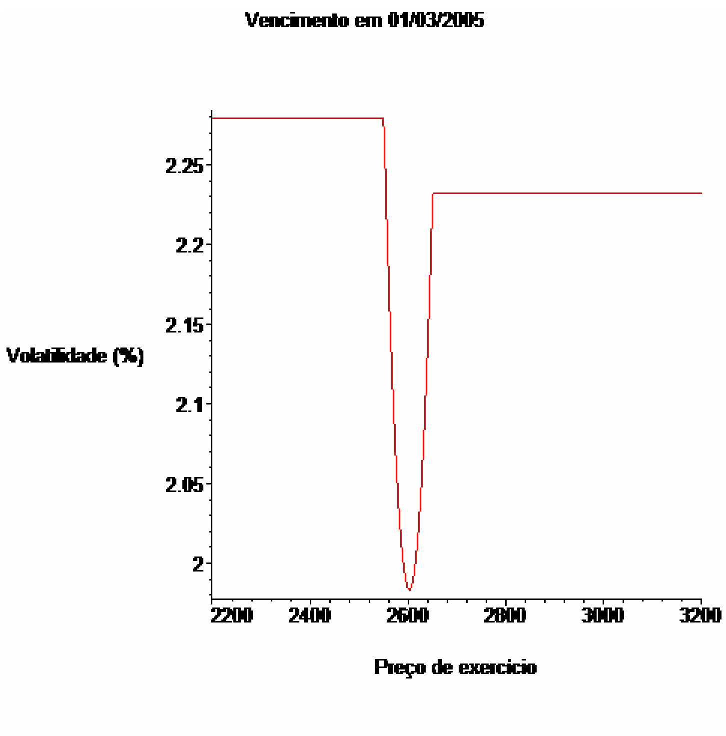


Figura 6.1: Volatilidade implícita calculada em 15/02/05 para opções com vencimento em 01/03/05, num intervalo além do fornecido pelos diferentes preços de exercícios (X) observados

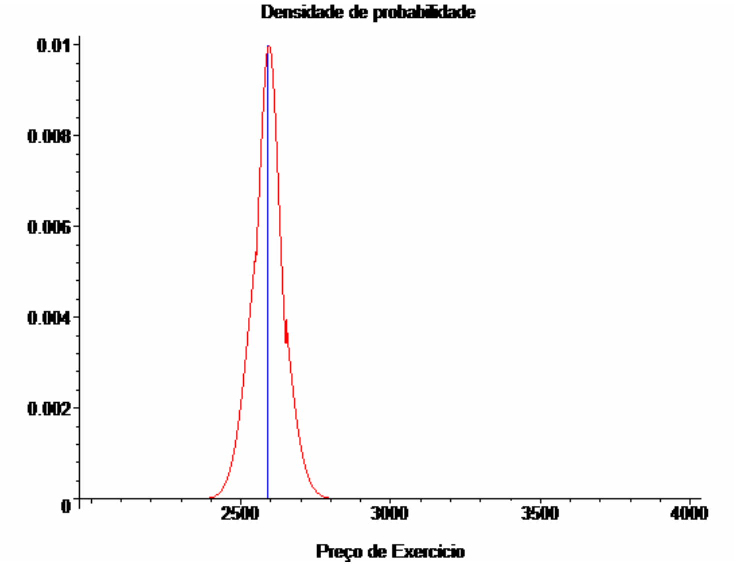


Figura 6.2: Distribuição de probabilidades estimada em 15/02/05 através de opções com vencimento em 01/03/05. A reta azul representa o valor do contrato futuro de dólar com mesmo vencimento.

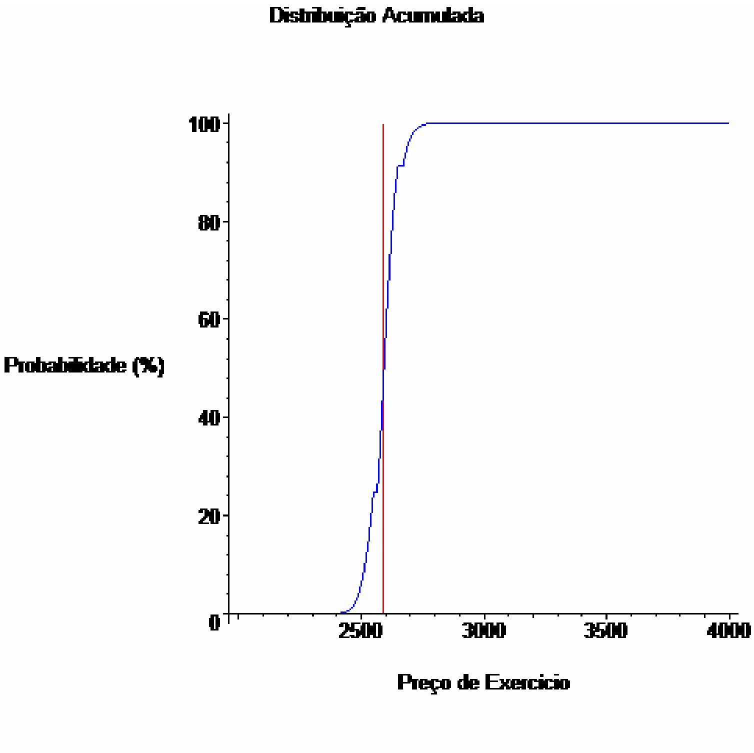


Figura 6.3: Distribuição Acumulada estimada em 15/02/05 através de opções com vencimento em 01/03/05. A reta vermelha representa o valor do contrato futuro de dólar com mesmo vencimento.

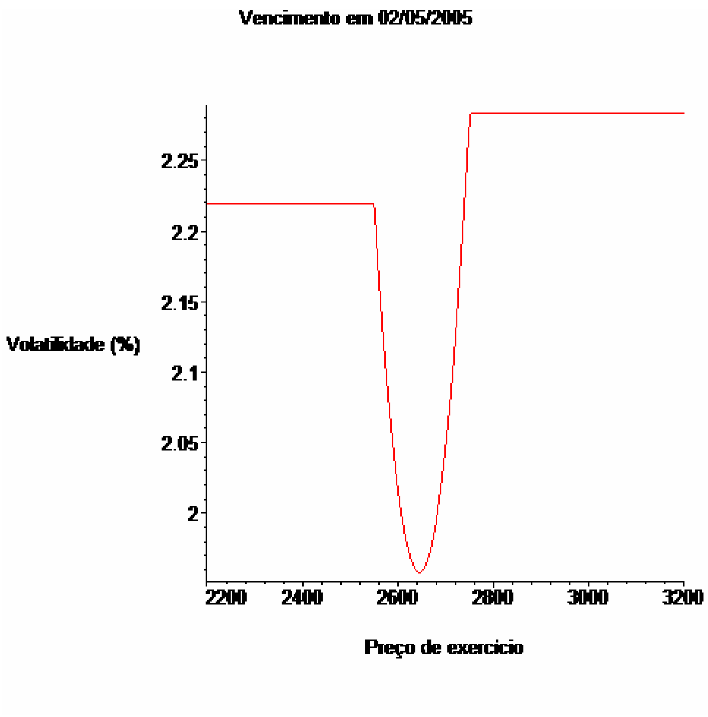


Figura 6.4: Volatilidade implícita calculada em 15/04/05 para opções com vencimento em 02/05/05, num intervalo além do fornecido pelos diferentes preços de exercícios (X) observados

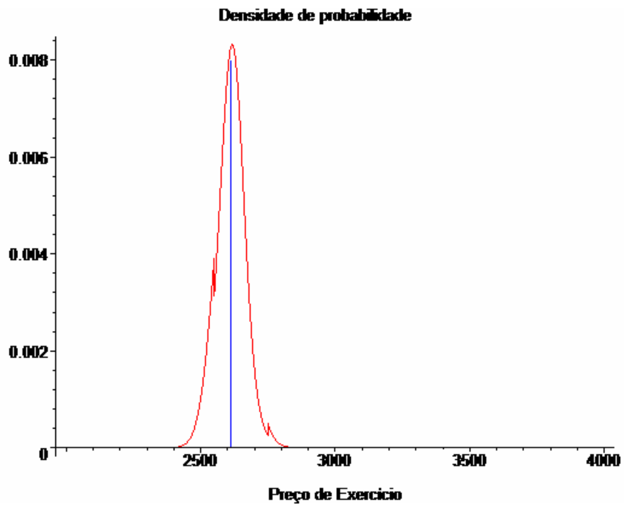


Figura 6.5: Distribuição de probabilidades estimada em 15/04/05 através de opções com vencimento em 02/05/05. A reta azul representa o valor do contrato futuro de dólar com mesmo vencimento.

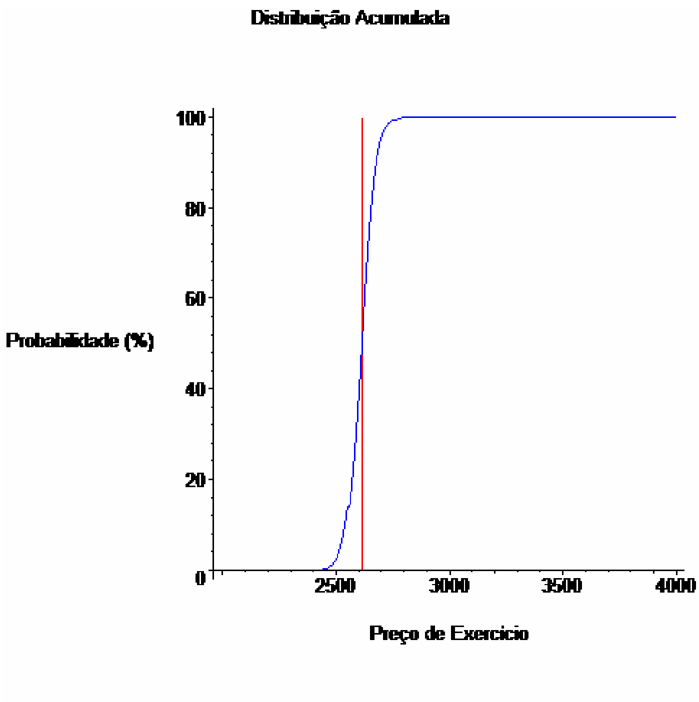


Figura 6.6: Distribuição Acumulada estimada em 15/02/05 através de opções com vencimento em 01/03/05. A reta vermelha representa o valor do contrato futuro de dólar com mesmo vencimento.

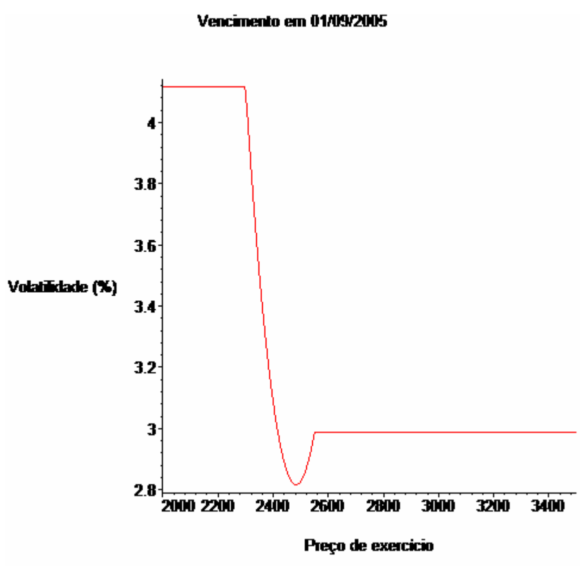


Figura 6.7: Volatilidade implícita calculada em 04/08/05 para opções com vencimento em 01/09/05, num intervalo além do fornecido pelos diferentes preços de exercícios (X) observados

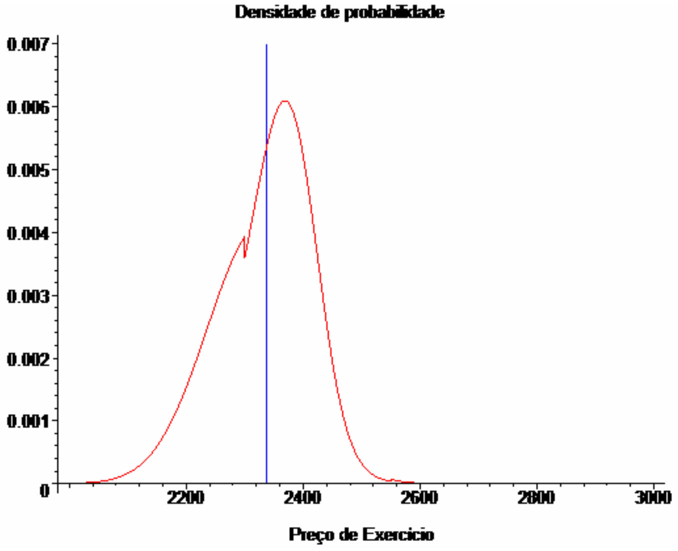


Figura 6.8: Distribuição de probabilidades estimada em 04/08/05 através de opções com vencimento em 01/09/05. A reta azul representa o valor do contrato futuro de dólar com mesmo vencimento.

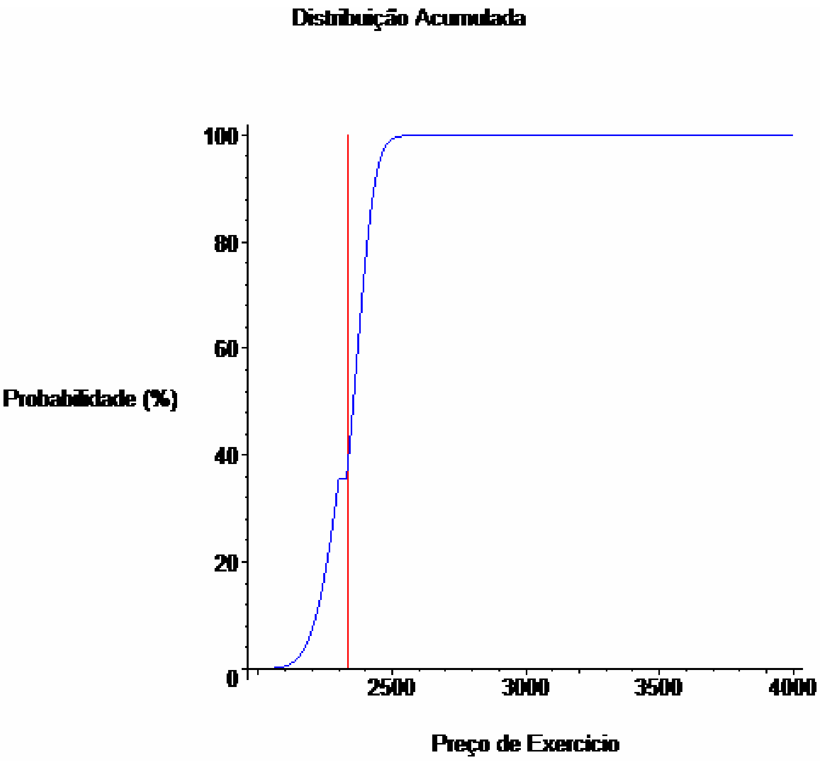


Figura 6.9: Distribuição Acumulada estimada em 04/08/05 através de opções com vencimento em 01/09/05. A reta vermelha representa o valor do contrato futuro de dólar com mesmo vencimento.

As curvas das funções densidade de probabilidade acumulada podem apresentar dois pequenos “saltos” horizontais. Eles são ocasionados devido a não derivabilidade da função de volatilidade nos pontos onde ele deixa de ser uma função do segundo grau e passa a ser uma constante (fora do intervalo de observação dos preços de exercícios praticados pelo mercado). Como a determinação da função de distribuição de probabilidade acumulada utiliza a derivada da função de volatilidade, para alguns vencimentos, a distribuição acumulada não era uma função estritamente crescente. Como a função acumulada foi determinada numericamente, a solução encontrada foi construir o gráfico da distribuição acumulada a partir de uma tabela onde o próximo valor para um incremento no preço de exercício (X) era o valor calculado numericamente, ou o anterior, caso o valor atual fosse menor que o anterior.

O “salto” vertical que algumas funções de distribuição de probabilidades apresentaram tem origem nos “saltos” horizontais que algumas distribuições acumuladas possuem, vez que aquelas são derivadas destas.

Os intervalos obtidos podem ser resumidos pela tabela abaixo:

Vencimento	Data da previsão	Minimo	Máximo	Cotação Observada no vencimento	Resultado
1/9/2004	4/8/2004	2,72	2,88	2,928	ERROU
	18/8/2004	2,91	3,11		ACERTOU
1/10/2004	2/9/2004	2,84	3,03	2,859	ACERTOU
	17/9/2004	2,81	2,95		ACERTOU
1/11/2004	1/10/2004	2,7	2,98	2,858	ACERTOU
	18/10/2004	2,78	2,96		ACERTOU
1/12/2004	1/11/2004	2,77	3,06	2,715	ACERTOU
	17/11/2004	2,71	2,85		ACERTOU
3/1/2005	3/12/2004	2,66	2,84	2,66	ACERTOU
	17/12/2004	2,72	2,88		ERROU
1/2/2005	3/1/2005	2,71	2,87	2,615	ERROU
	17/1/2005	2,6	2,79		ACERTOU
1/3/2005	28/1/2005	2,56	2,77	2,602	ACERTOU
	15/2/2005	2,52	2,66		ACERTOU
1/4/2005	3/3/2005	2,65	2,89	2,657	ACERTOU
	17/3/2005	2,7	2,87		ERROU
2/5/2005	1/4/2005	2,51	2,83	2,517	ACERTOU
	15/4/2005	2,55	2,68		ERROU
1/6/2005	3/5/2005	2,4	2,66	2,411	ACERTOU
	17/5/2005	2,45	2,59		ERROU
1/7/2005	3/6/2005	2,3	2,55	2,336	ACERTOU
	17/6/2005	2,32	2,48		ACERTOU
1/8/2005	4/7/2005	2,27	2,5	2,379	ACERTOU
	18/7/2005	2,28	2,41		ACERTOU
	4/8/2005	2,21	2,43	2,359	ACERTOU
1/9/2005	8/8/2005	2,3	2,46		ACERTOU

Figura 6.10: Intervalos previstos e cotações observadas ao longo do período de análise.

A tabela 3 mostra que os intervalos obtidos são válidos para 20 das 26 previsões (aproximadamente 77% dos casos), o que pode ser classificado como bom, dado que o grau de confiança empregado foi de 80%.

Os intervalos encontrados, em média, representaram 8,9% do valor que a taxa de câmbio atingiu no vencimento das opções para prazos de vencimento de 20 dias úteis. Para 10 dias úteis os intervalos representaram em média 6,0% do valor que a taxa de câmbio atingiu no vencimento das opções. Esse resultado era esperado, pois quanto menor o prazo até o vencimento, para uma mesma opção, menor a volatilidade e, por conseqüência, o intervalo estimado.

Essa característica pode melhor ser observada nos gráficos abaixo:

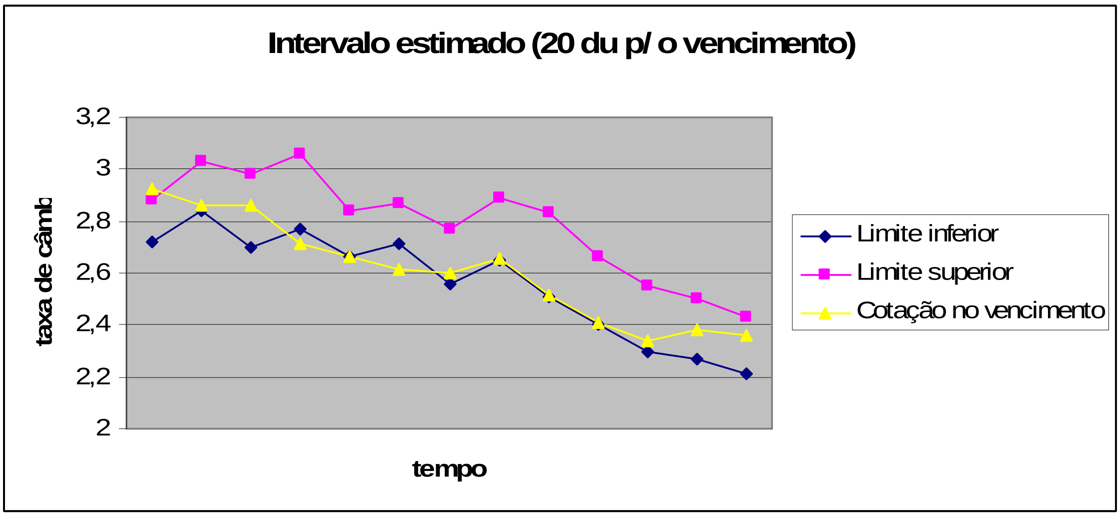


Figura 6.11: Banda cambial estimada com 20 dias úteis antes do vencimento das opções

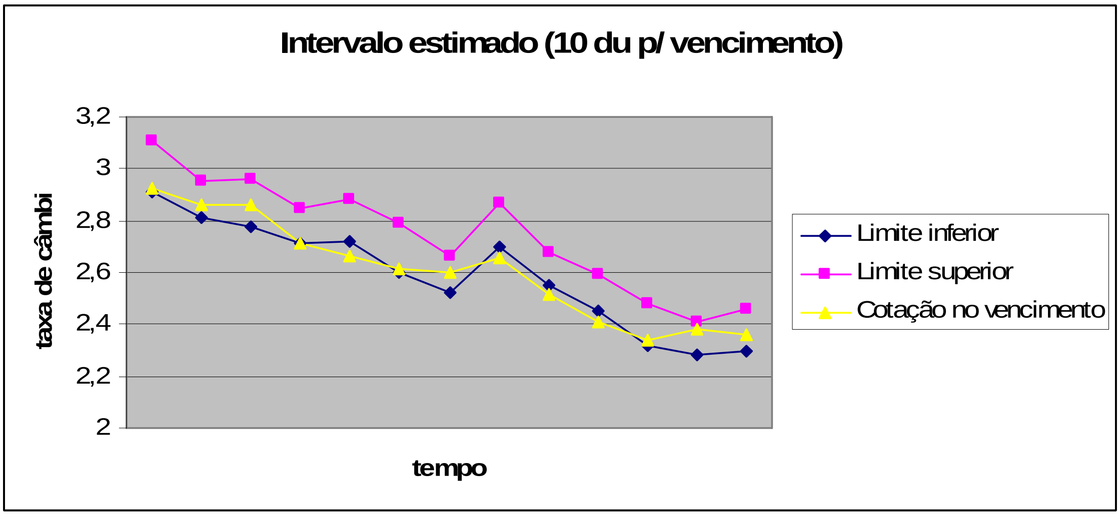


Figura 6.12: Banda cambial estimada com 10 dias úteis antes do vencimento das opções

Dentre os intervalos estimados que falharam em prever a faixa de variação da taxa de câmbio (6 casos), 1 (um) errou ao estimar o limite superior (erro de 4,8%) e 5 (cinco) erraram quanto ao valor do limite inferior (erro médio de 2,2%).

Um fato curioso é que dos seis erros de previsão, 2 (dois) foram cometido para o prazo de 20 dias úteis e 4 (quatro) para o prazo de 10 d.u. Dado que quanto maior o prazo maior a incerteza (para uma mesma opção), seria esperado que o número maior de falhas estivesse ocorrido nas previsões para o prazo maior.

7 Conclusão

O intuito deste trabalho foi de estimar um intervalo para a taxa de câmbio e utilizar esse intervalo para a decisão quanto à realização do *hedge* cambial. O grau de confiança do intervalo é determinado pela aversão ao risco da instituição (ou indivíduo) em questão.

Os intervalos obtidos divergem significativamente do esperado, pois a cotação do dólar observada praticamente coincide com os valores do limite inferior do intervalo, quando o desejado seria de que essa cotação se situasse relativamente simétrica em relação aos limites superior e inferior.

Esse comportamento pode ter duas razões distintas, ou uma combinação delas.

A primeira razão diz respeito ao comportamento do mercado financeiro. É possível supor que os agentes financeiros não acreditavam que a trajetória da taxa de câmbio seguiria uma trajetória de queda por um período relativamente longo como o analisado, devido aos impactos na balança comercial que a supervalorização do real poderia causar.

A segunda razão esta associada às imperfeições do modelo. O formato da curva de volatilidade implícita $\sigma(X)$ e o método para obter a função de distribuição de probabilidades, que supõem "estados da natureza" (possíveis cenários), podem não refletir com fidelidade os possíveis cenários reais.

Devido à simplicidade do modelo, a ausência de custos e a acessibilidade das informações necessárias, ele mostrou-se útil. Apesar de não atingir completamente o objetivo inicial, o modelo é uma ferramenta interessante para a previsão da taxa de cambio (quando utilizado com um "grau de confiança de 80%") ao invés do intervalo.

8 Bibliografia

Breeder, D. T. e Litzenberger, **R. H**. *Price of State Contingent Claims Implicit in Option Price*, Journal of Business, vol.51, 1978

Black, Frank e Scholes, Myron. *The Price of Options and Corporate Liabilities*, Journal of Political Economy 81, Maio/Junho, 637-659

Castro, Paulo Castor de. "*Working paper series 39*", Banco Central do Brasil, 2002

Costa, Cesar Lauro. Opçòes – *Operando a Volatilidade,* BM&F, 1998

Garman, M. B. e Kohlhagen, S. B. *Foreign Currency Option Values*, Journal of International Money and Finance, vol. 81, 1983

Hull, John. *Futures, Options and other Derivatives*, Prentice Hall, 1997

Pioner, Heleno Martins. Fatores de Risco em carteiras com Opções: Formas de Hedge, Trabalho de Graduação (ITA), 1999

Shimko, David. *Bounds of Probability*, Risk, vol. 6, 1993

9 Anexo

Rotina desenvolvida no programa MAPLE9 para os cálculos necessários.

```
> with(linalg):
Warning, the protected names norm and trace have been redefined and
unprotected

> tau:=10;FF:=2784.413;r:=0.006315/tau;#MUDANÇA 1
```

$$\tau := 10$$

$$FF := 2784.413$$

$$r := 0.0006315000000$$

```
> Xs:=[2900,2850,2750,2800];Ys:=[.85,5.1,43,15.067];Qtd:=vectdim(Xs);
```

$$Xs := [2900, 2850, 2750, 2800]$$

$$Ys := [0.85, 5.1, 43, 15.067]$$

$$Qtd := 4$$

```
> titulo1:="Vencimento em 01/12/2005";
```

$$titulo1 := \text{"Vencimento em 01/12/2005"}$$

```
>
>
> d1:=x->(ln(FF/x)+sigma^2/2*tau)/sigma/sqrt(tau);
```

$$d1 := x \to \frac{\ln\left(\frac{FF}{x}\right) + \frac{\sigma^2 \tau}{2}}{\sigma \sqrt{\tau}}$$

```
> d2:=x->d1(x)-sigma*sqrt(tau);
```

$$d2 := x \to \mathrm{d1}(x) - \sigma \sqrt{\tau}$$

```
> C:=x->exp(-r*tau)*(FF*N(d1(x))-x*N(d2(x)));
```

$$C := x \to e^{(-r\,\tau)}\,(FF\,\mathrm{N}(\mathrm{d1}(x)) - x\,\mathrm{N}(\mathrm{d2}(x)))$$

```
> N:=x->int(exp(-t^2/2)/sqrt(2*Pi),t=-infinity..x);
```

$$N := x \to \int_{-\infty}^{x} \frac{e^{\left(-\frac{t^2}{2}\right)}}{\sqrt{2\,\pi}}\,dt$$

```
> n:=t->exp(-t^2/2)/sqrt(2*Pi);
```

$$n := t \to \frac{e^{\left(-\frac{1}{2}t^2\right)}}{\sqrt{2\,\pi}}$$

```
>
>
> for ii from 1 to Qtd do
    sig[ii]:=rhs(fsolve({C(Xs[ii])=Ys[ii]},sigma=0..1)[1])
  end do;
```

$$sig_1 := 0.007057587916$$

$$sig_2 := 0.007206805866$$

$$sig_3 := 0.006272833477$$

$$sig_4 := 0.006270092025$$

```
>
> M:=array(1..Qtd,1..3);YY:=array(1..Qtd,1..1);
```

$$M := \mathrm{array}(1\,..\,4,\ 1\,..\,3,\ [\ ])$$

$$YY := \mathrm{array}(1\,..\,4,\ 1\,..\,1,\ [\ ])$$

```
> for ii from 1 to Qtd do
    M[ii,1]:=1:
    M[ii,2]:=Xs[ii]:
    M[ii,3]:=Xs[ii]^2:
    YY[ii,1]:=sig[ii]:
  end do:
> evalm(M);evalm(YY);
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 2900 & 8410000 \\ 1 & 2850 & 8122500 \\ 1 & 2750 & 7562500 \\ 1 & 2800 & 7840000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.007057587916 \\ 0.007206805866 \\ 0.006272833477 \\ 0.006270092025 \end{bmatrix}$$

```
> resp:=evalm(inverse(transpose(M)&*M)&*transpose(M)&*YY):
> matrix([[a0],[a1],[a2]])=evalm(resp);
```

$$\begin{bmatrix} a0 \\ a1 \\ a2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.128743817 \\ 0.000089341176 \\ -0.146476498\ 10^{-7} \end{bmatrix}$$

```
> maximo:=max(seq(Xs[ii],ii=1..Qtd));
> minimo:=min(seq(Xs[ii],ii=1..Qtd));
```

$$maximo := 2900$$

$$minimo := 2750$$

```
> sigma:=x->piecewise(x>minimo and
  x<maximo,resp[1,1]+resp[2,1]*x+resp[3,1]*x^2,x<=minimo,resp[1,1]+resp[2,1]*minimo+resp[3,1
```

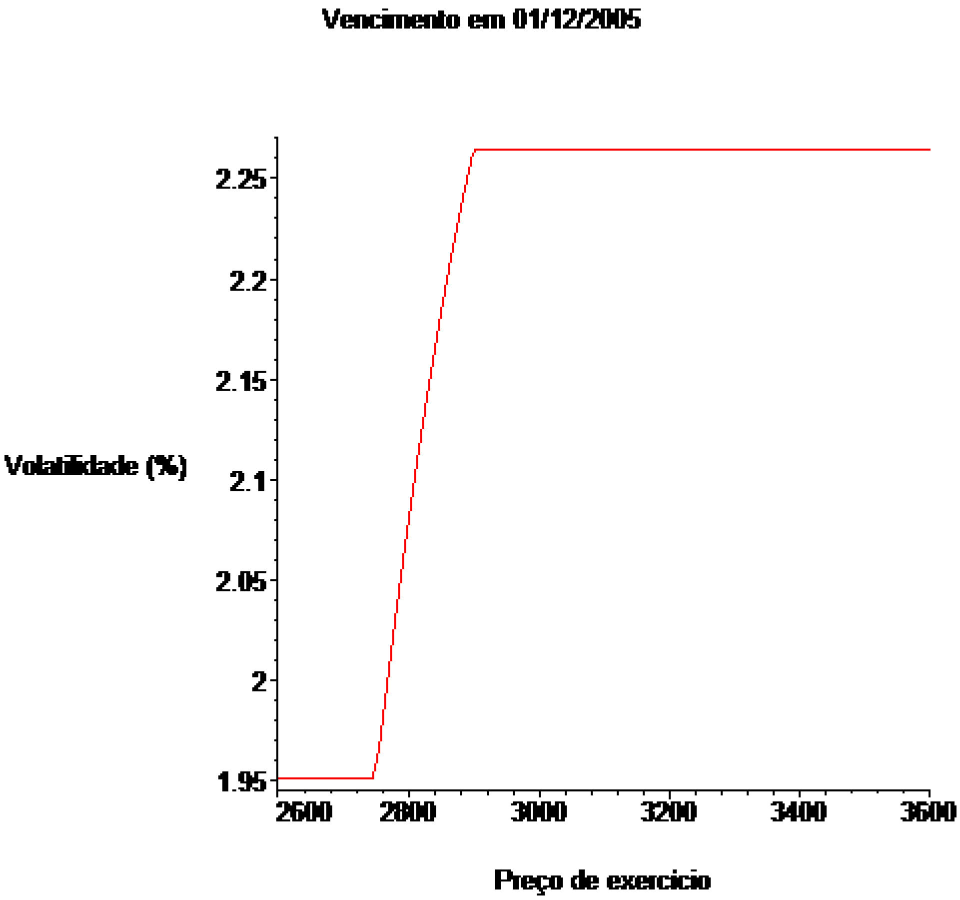
$$\sigma := x \to \text{piecewise}(minimo < x \textbf{ and } x < maximo, resp_{1,1} + resp_{2,1}\, x + resp_{3,1}\, x^2, x \le minimo, resp_{1,1}$$

$$maximo \le x, resp_{1,1} + resp_{2,1}\, maximo + resp_{3,1}\, maximo^2)$$

>

>

> plot(sigma(x)*sqrt(tau)*100,x=2600..3600,labels=["Preço de exercício","Volatilidade (%)"],title=titulo1);



> nu:=x->sigma(x)*sqrt(tau);

$$\nu := x \to \sigma(x)\sqrt{\tau}$$

> F:=x->1+FF*n(d1(x))*D(nu)(x)-N(d2(x));

$$F := x \to 1 + FF\,\mathrm{n}(\mathrm{d1}(x))\,\mathrm{D}(\nu)(x) - \mathrm{N}(\mathrm{d2}(x))$$

> acum:=subs(sigma=sigma(x),F(x)):

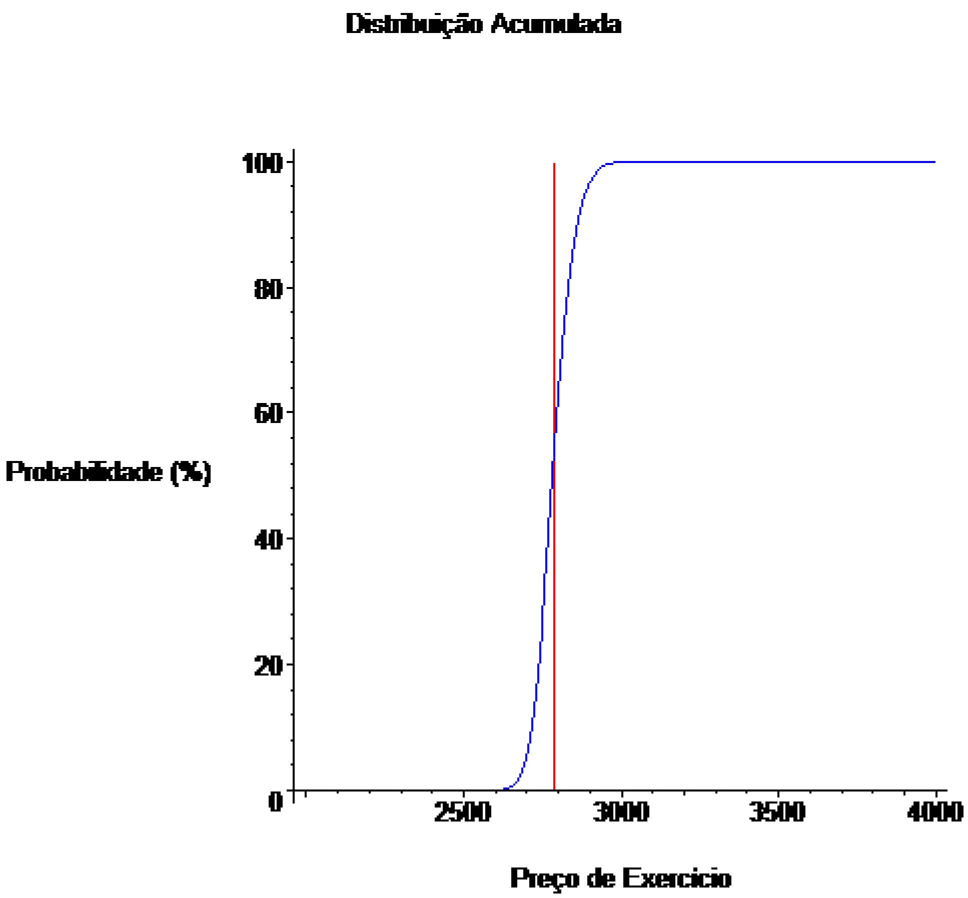
> vals:=array(1..1000,1..2):

> vals[1,1]:=2000+1*(4000-2000)/1000;
vals[1,2]:=evalf(subs(x=vals[1,1],acum));

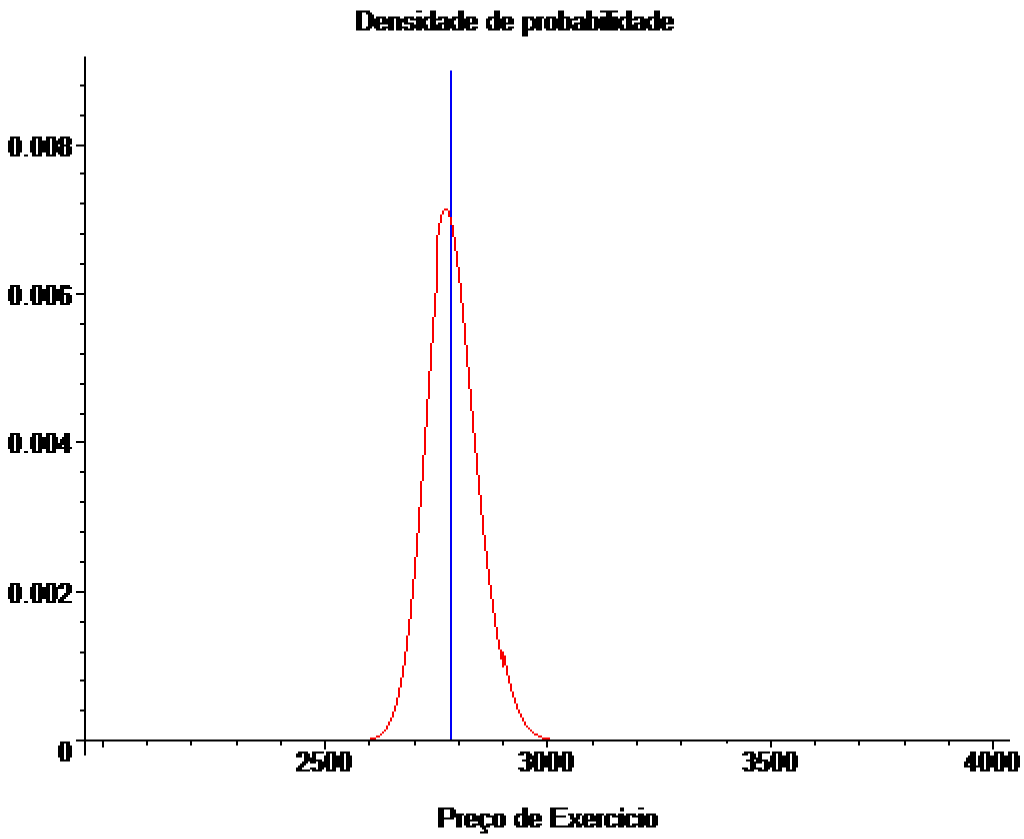
$$vals_{1,\,1} := 2002$$

$$vals_{1,\,2} := 0.$$

```
> for ii from 2 to 1000 do
    vals[ii,1]:=2000+ii*(4000-2000)/1000.01;
    vals[ii,2]:=100*evalf(subs(x=vals[ii,1],acum));
    vals[ii,2]:=max(vals[ii,2],vals[ii-1,2]);
  end do:
>
> P1:=plots[pointplot](vals,style=line,numpoints=3000,color=blue):
>
> P2:=plot([[FF,x*100,x=0..1]],numpoints=1000,title="Distribuição
  Acumulada",color=[red],labels=["Preço de Exercício","Probabilidade (%)"]):
> plots[display](P1,P2);
```




```
> plot([[x,diff(acum,x),x=2000..4000],[FF,x,x=0..0.009]],numpoints=5000,title="Densidade
  de probabilidade",color=[red,blue],labels=["Preço de Exercício",""]);
```



Densidade de probabilidade
0.008
0.006
0.004
0.002
0
2500
3000
3500
4000
Preço de Exercicio

FOLHA DE PARECER DO COMITÊ TÉCNICO

1.Título e Subtítulo:
Hedge Cambial - análise da volatilidade implícita no preço das opções como parâmetro para realização de hedge

2. Autor(es):
Cassio Eduardo Gumiero Jaime

3. Instituição(ões)/ Órgão(s) Interno(s)/ Divisão(ões):

ITA - Divisão de Engenharia de Infra-Estrutura Aeronáutica

A ser preenchida pelo Chefe de Divisão.

4. Trata-se de trabalho desenvolvido em âmbito de projeto?
Sim. **Não.**

Caso positivo, o Gerente do Projeto foi consultado?
Sim. **Não.**

5. Grau de sigilo do trabalho:

Ostensivo. **Reservado.** **Confidencial.** **Secreto.**

6. O trabalho apresenta informações técnico-científicas de interesse da Divisão?
Sim. **Não.**

7. A classificação proposta pelo(s) autor(es) está de acordo com o item 4 - Tipos de Publicações Técnico-Científicas do CTA, da NCTA 0006/97 - Apresentação e Controle de Publicações Técnico-Científicas no Centro Técnico Aeroespacial?
Sim. **Não.**

Caso negativo, qual deve ser a classificação?

Artigo de Evento Científico (AE) **Artigo de Periódico (AP)**
Livro ou Parte de Livro (LV) **Manual Técnico (MT)**
Nota Técnica (NT) **Relatório de Pesquisa (RP)**
Tese (TD ou TM) **Trabalho de Curso (TC)**

Assinatura do Chefe de Divisão: ___________________________________Data: ___/___/____

8. Parecer do Presidente do Comitê Técnico:
____
____
____
____

Assinatura: _____________________________________ Data: ____/____/____