INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA

Sérgio Henrique Cunha de Albuquerque

Análise e Otimização Estocástica em Mercados de Ativos Financeiros

Trabalho de Graduação
Ano 2005

Infra-Estrutura

Número da CDU 519.863:336.76

Sérgio Henrique Cunha de Albuquerque

ANÁLISE E OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICA EM MERCADOS DE ATIVOS FINANCEIROS

Orientador
Prof. Takashi Yoneyama

Divisão de Infra-Estrutura Aeronáutica

SÃO JOSÉ DOS CAMPOS

CENTRO TÉCNICO AEROESPACIAL

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA

2005

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Divisão Biblioteca Central do ITA/CTA

Albuquerque, Sérgio Henrique Cunha de
Análise e Otimização Estocástica em Mercados de Ativos Financeiros / Sérgio Henrique Cunha de Albuquerque.
São José dos Campos, 2005.
42f.

Trabalho de Graduação – Divisão de Infra-Estrutura Aeronáutica –
Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2005. Orientador: Prof. Takashi Yoneyama.

1. Otimização. 2. Investimentos. 3. Métodos Computacionais. I. Centro Técnico Aeroespacial. Instituto Tecnológico de Aeronáutica. Divisão de Infra-Estrutura Aeronáutica. II. Título

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ALBUQUERQUE, Sérgio Henrique Cunha de. **Análise e Otimização estocástica em Mercados de Ativos Financeiros**. 2005. 42f. Trabalho de Conclusão de Curso. (Graduação) – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Sérgio Henrique Cunha de Albuquerque
TÍTULO DO TRABALHO: Análise e Otimização Estocástica em Mercados de Ativos Financeiros
TIPO DO TRABALHO/ANO: Graduação /2005

____

Sérgio Henrique Cunha de Albuquerque
Rua Antônio de Macedo Soares, 1234, ap. 23, Campo Belo
CEP 04607-901 – São Paulo - SP

ANÁLISE E OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICA EM MERCADOS DE ATIVOS FINANCEIROS

Essa publicação foi aceita como Relatório Final de Trabalho de Graduação

Sergio Henrique C de Albuquerque

Sérgio Henrique Cunha de Albuquerque
Autor

Prof. Takashi Yoneyama
Orientador

Prof. Flávio Mendes Neto
Coordenador do Curso de Infra-Estrutura Aeronáutica

São José dos Campos, 23 de novembro de 2005

O dinheiro é o nervo da vida numa República e aqueles que amam o dinheiro constituem os alicerces da própria República.

Poggio Bracciolini, em *Da avareza e do luxo*

AGRADECIMENTOS

À minha família, especialmente aos meus pais pelos genes privilegiados e pelo esforço com que investiram na minha educação.

A todos os meus amigos do ITA por me acompanharem nos cinco anos mais difíceis e deleitosos da minha vida.

RESUMO

Hoje em dia os cálculos matemáticos que embasam decisões de investimentos estão muito sofisticados e necessitam de ferramentas computacionais que realizem uma análise quantitativa confiável. Desta forma, este trabalho de graduação visa investigar alguns métodos de otimização de carteira e criar uma ferramenta que realize essa análise de modo prático e eficiente para o usuário.

ABSTRACT

Nowadays mathematical calculations that base investment decisions are sofisticate and require computational tools that can make a reliable quantitative analysis. So this paper aims to study some of these optimization methods and to create a software that makes this kind of analysis.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

1.1 Contexto

Muitas pessoas são investidores hoje em dia. A poupança não é mais uma opção atrativa. Com esses fatos à tona, um conhecimento básico sobre o mercado financeiro acarreta em uma enorme diferença na tomada da importante decisão: onde devo colocar o meu dinheiro?

1.2 Objetivo e Justificativa

O objetivo primordial deste trabalho é desenvolver uma ferramenta computacional que auxilie o pequeno investidor sobre em que ativos ele deve investir e quanto ele deve investir em cada um destes ativos.

Além disso, haverá uma análise da confiabilidade deste software e da rentabilidade obtida da carteira construída a partir da sua metodologia de investimento.

Esta abordagem do trabalho foi escolhida por perceber-se que as pessoas ainda têm muita dúvida e medo em investir em ações ou até mesmo em títulos públicos. Uma prova disto é a grande quantidade de dinheiro que existe hoje, no Brasil, em caderneta de poupança, um investimento com retorno muito baixo.

1.3 Escopo

Optou-se por dar prioridade à construção de um software funcional, mesmo que o método de otimização de portfolio não seja o mais confiável possível. Até porque mesmo as técnicas mais sofisticadas se mostram falhas na previsão de retorno dos ativos.

1.4 Descrição dos Capítulos

Este trabalho de graduação está dividido da seguinte maneira:

- O Capítulo 2 fornecerá uma introdução teórica do trabalho, explicitando os principais conceitos por trás da confecção do software;
- O Capítulo 3 apresenta o problema cuja solução está sendo proposta;
- O Capítulo 4 informa a metodologia empregada na solução de problema proposto;
- O Capítulo 5 realiza uma análise funcional do software;
- O Capítulo 6 realiza estudos de caso, verificando a confiabilidade da metodologia;
- O Capítulo 7 encerra com uma breve conclusão

2. CONCEITOS TEÓRICOS

2.1 História da Diversificação

As Bolsas de Valores surgem sempre em uma sociedade próspera e com interesses econômicos claramente expansionistas. Desta forma, supre uma necessidade instintiva do ser humano de negociar, tornando esse processo muito mais dinâmico e acessível.

A primeira Bolsa de Valores, como a conhecemos hoje, surgiu na Bélgica, na cidade de Bugres, e levou o nome do seu proprietário – Van der Burse. Desde então elas não apenas vêm fomentando o investimento na produção, como também levando várias pessoas à riqueza ou à falência.

Quando um investidor pensa em aplicar seu dinheiro na bolsa, *a priori* ele leva em consideração dois fatores que são preponderantes: risco e retorno. Retorno é a porcentagem sobre o dinheiro investido que o investidor pretende receber depois de um prazo estabelecido. Risco é a chance de esse investimento, por diversos motivos, não retornar aquilo que o investidor esperava. Existem várias maneiras de se representar o risco. Usaremos, para tanto, o desvio padrão dos retornos.

Desse modo traçamos três perfis básicos de investidor: o agressivo, o moderado e o conservador. O investidor conservador tem muito receio em perder seu investimento, por isso aplica seu dinheiro em papéis ou fundos que possuem baixo risco, como renda fixa, mesmo que esse baixo risco acarrete em menor retorno. O investidor agressivo, por outro lado, é propenso ao risco, aplicando em investimentos que podem dar um maior retorno. O moderado seria uma mescla do agressivo e do conservador.

Todos esses três tipos, desde muito tempo, sabem de uma coisa: nunca coloque todos os ovos numa mesma cesta. A diversificação dos investimentos é uma maneira simples de evitar que se perca muito dinheiro em um imprevisto.

Alguns estudos foram feitos para se entender esse fenômeno que parecia um tanto óbvio. Pensava-se que o retorno e o risco de uma carteira de investimentos eram diretamente proporcionais aos ativos que comporiam esta carteira. Este raciocínio está meio certo. E como diria o grande professor Renato Santos, tudo que está meio certo está meio errado.

2.2 Estudos Quantitativos de Markowitz

O primeiro estudioso a tentar explicar o porquê da diversificação foi Harry M. Markowitz, economista americano que ganhou o Nobel de Economia de 1990. O trabalho de Markowitz, entretanto, remonta de muito tempo antes do reconhecimento com o Nobel. Este trabalho é vulgarmente conhecido no mercado financeiro como “the last free lunch” (o último almoço grátis).

Ele provou matematicamente que, embora uma carteira com dois ativos fictícios A e B possua um retorno esperado proporcional à porcentagem de cada ativo na carteira e seu respectivo retorno individual, o risco desta carteira não obedece a tal lógica. Ele provou que este risco dependia não do desvio padrão de cada ativo que a comporia, mas da covariância entre desses dois ativos. Dessa forma, dois ativos com alto risco e alto retorno, mas que sejam inversamente correlacionados, podem gerar mais retorno com menor risco se combinados da maneira correta.

$$\rho_{A,B} = 1/T \sum \frac{(R_{A,t} - \overline{R}_A)(R_{B,t} - \overline{R}_B)}{\sigma_A \sigma_B} = \frac{\sigma_{AB}}{\sigma_A \sigma_B}$$

$$\sigma_P = \sqrt{W_A^2 \sigma_A^2 + W_B^2 \sigma_B^2 + 2\rho_{A,B} W_A W_B \sigma_A \sigma_B}$$

$$\sigma_P = \sqrt{W_A^2 \sigma_A^2 + W_B^2 \sigma_B^2 + 2 W_A W_B \sigma_{A,B}}$$

A tabela a seguir ilustra muito bem o que as equações acima estão dizendo.

Tabela 2.1: Dados dos retornos dos ativos ao longo dos meses

	Ativo A	Ativo B	Carteira 50%A + 50%B	Renda Fixa
	2,50%	0,08%	1,29%	0,87%
	4,50%	-1,25%	1,63%	0,90%
	2,50%	1,36%	1,93%	0,99%
	-3,00%	5,03%	1,02%	1,15%
	-0,97%	3,65%	1,34%	1,23%
	-2,71%	4,89%	1,09%	1,36%
	3,25%	-0,25%	1,50%	1,20%
	2,55%	-0,10%	1,23%	1,05%
	3,25%	0,20%	1,73%	0,90%
	4,35%	-1,21%	1,57%	0,87%
Média	1,62%	1,24%	1,43%	1,05%
Desvio Padrão	2,79%	2,41%	0,29%	0,17%

Fica claro que, embora individualmente os ativos A e B apresentem elevado desvio padrão, a composição dos dois em uma carteira possui um risco até nove vezes menor do que cada um em separado. Isso acontece porque enquanto o preço do ativo A aumenta, por motivos macroeconômicos, o preço do ativo B diminui e vice-versa. Ao se comparar com a renda fixa, a carteira se mostra mais rentável e com um nível de risco um pouco maior.

O gráfico abaixo ilustra menor ainda.

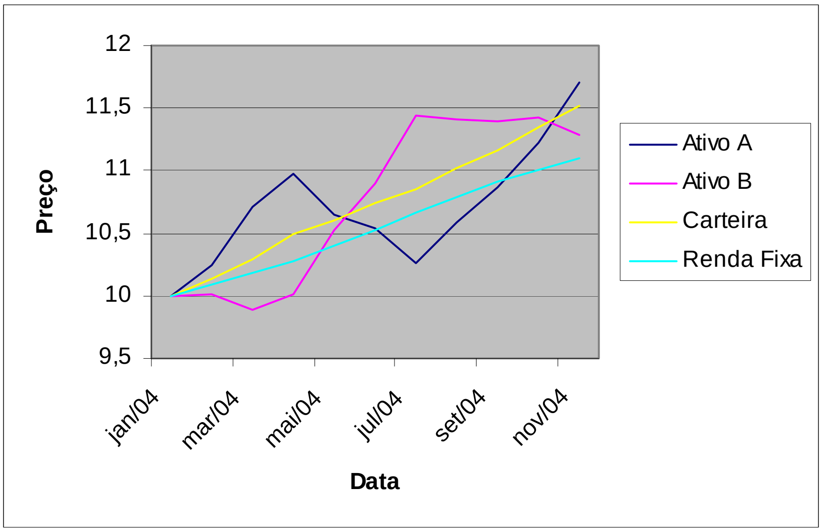

Figura 2.1: Gráfico do preço dos ativos

O exemplo anterior ilustrou uma situação em que metade da carteira é formada por ativos A e a outra metade por ativos B. Entretanto é possível variar esta proporção de modo que se estabeleça daí uma tabela de risco e retorno em função das porcentagens dos ativos na carteira. Vejamos um exemplo com três ações: Petrobrás, Perdigão e Itaúsa.

Tabela 2.2: Dados históricos das ações

	Petrobras	**Perdigão**	**Itausa**
jan/99	-0,73%	2,70%	5,97%
fev/99	18,46%	11,84%	18,31%
mar/99	52,51%	10,59%	5,18%
abr/99	12,23%	9,57%	3,41%
mai/99	-5,84%	26,21%	4,40%
jun/99	9,35%	-2,38%	-0,76%
jul/99	-6,51%	-8,00%	-5,32%
ago/99	-0,04%	2,17%	1,12%
set/99	11,67%	13,19%	15,90%
out/99	8,19%	1,50%	13,46%
nov/99	25,12%	25,93%	20,34%
dez/99	18,40%	-2,48%	36,41%
jan/00	-11,30%	-11,85%	-8,50%
fev/00	12,75%	-11,97%	-3,53%
mar/00	4,38%	-1,96%	3,84%
abr/00	-8,88%	-20,00%	-8,82%
mai/00	-2,58%	-6,00%	-3,87%
jun/00	30,07%	19,04%	17,65%
Média	9,29%	3,23%	6,40%
Desvio	15,51%	12,62%	11,54%

Tabela 2.3: Risco e retorno em função das carteiras

Petrobrás	Perdigão	Itaúsa	Risco	Retorno
0%	0%	100%	11,545%	6,399%
0%	50%	50%	10,648%	4,814%
25%	25%	50%	10,710%	6,330%
25%	50%	25%	10,932%	5,537%
25%	75%	0%	11,865%	4,744%
50%	25%	25%	11,696%	7,053%
50%	50%	0%	11,500%	6,260%
75%	0%	25%	13,414%	8,568%
100%	0%	0%	15,510%	9,291%

Assim que isto é explicitado, as perguntas capciosas surgem. Qual seria a proporção entre os ativos que maximizaria meu retorno para um risco fixado? E qual a proporção que minimizaria o risco, dado um retorno fixado? Pior ainda: qual composição de carteira maximizaria minha satisfação?

O Excel, através da função *Solver*, responde a duas primeiras perguntas em apenas um clique. Por exemplo, qual a proporção entre os três ativos deveria haver na carteira de modo a maximizar meu retorno dado um risco de 10,710% (risco correspondente a 25% de Perdigão, 25% de Petrobrás e 50% de Itaúsa)?

Segundo o Solver do Excel, que usa o algoritmo de Newton-Raphson, uma carteira com 22% de Petrobrás, 20% de Perdigão e 58% de Itaúsa proporciona um retorno esperado de 6,400% com um risco de 10,710%.

Desse modo, nota-se que, para cada risco estabelecido, é possível encontrar uma carteira que maximize o retorno. Constrói-se então uma curva que represente o retorno máximo em função do risco. Com intuito de ilustrar essa situação, construiu-se a seguinte tabela, utilizando os mesmos ativos.

Tabela 2.4: Retorno máximo para um dado risco

Petrbrás	Perdigão	Itaúsa	Risco	Retorno
-10%	62%	48%	11,000%	4,142%
-5%	56%	49%	10,800%	4,472%
-2%	52%	50%	10,700%	4,681%
2%	47%	51%	10,600%	4,959%
10%	36%	54%	10,517%	5,529%
10%	36%	54%	10,517%	5,549%
18%	26%	57%	10,600%	6,099%
22%	20%	58%	10,700%	6,377%
27%	13%	60%	10,910%	6,777%
29%	10%	61%	11,000%	6,916%
35%	3%	62%	11,300%	7,306%
38%	-1%	63%	11,500%	7,530%
45%	-10%	65%	12,000%	8,014%
46%	-12%	66%	12,100%	8,102%
47%	-13%	66%	12,200%	8,188%
52%	-19%	68%	12,600%	8,513%
53%	-21%	68%	12,700%	8,590%
56%	-25%	69%	13,000%	8,815%

Construiu-se então o gráfico a seguir, obtido através da última tabela.

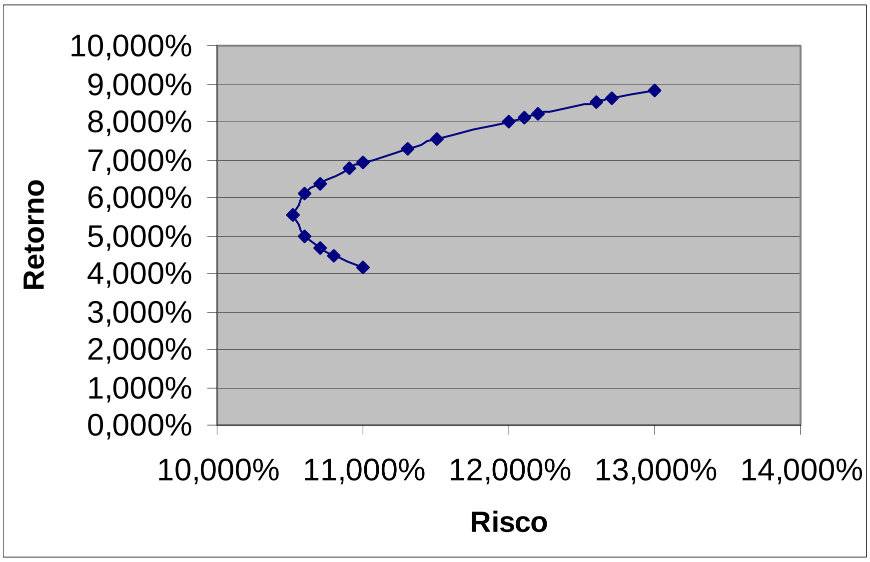

Figura 2.2: Fronteira eficiente

Markowitz prova que esta curva obedece à função de uma hipérbole. Esta é a chamada fronteira eficiente da carteira: não existe nenhuma combinação dos três ativos que proporcione um ponto acima da curva eficiente.

Entretanto, como podemos perceber pela Tabela 3, existem valores negativos para a proporção de determinado ativo na hora de compor a carteira. Na prática é possível ficar vendido em um determinado ativo sem possuí-lo, esta prática é chamada de alavancagem. Todavia o pequeno investidor pode não se sentir à vontade de ficar alavancado. Para resolver esse problema, na hora de utilizar a função *Solver*, podemos impor a condição de que cada ativo deve ter uma composição positiva na carteira.

Desse modo, repetimos a operação de maximização de retorno fixando o risco e construímos a tabela que se segue:

Tabela 2.5: Retorno máximo para um dado risco em uma carteira sem alavancagem

Petrbrás	Perdigão	Itaúsa	Risco	Retorno
0%	66%	34%	11,000%	4,302%
0%	59%	41%	10,800%	4,537%
0%	54%	46%	10,700%	4,699%
2%	47%	51%	10,600%	4,959%
10%	36%	54%	10,517%	5,529%
10%	36%	54%	10,517%	5,549%
18%	26%	57%	10,600%	6,099%
22%	20%	58%	10,700%	6,377%
27%	13%	60%	10,910%	6,777%
29%	10%	61%	11,000%	6,916%
35%	3%	62%	11,300%	7,306%
39%	0%	61%	11,500%	7,527%
52%	0%	48%	12,000%	7,901%
54%	0%	46%	12,100%	7,960%
56%	0%	44%	12,200%	8,016%
63%	0%	37%	12,600%	8,219%
65%	0%	35%	12,700%	8,266%
69%	0%	31%	13,000%	8,399%

Comparando os dois gráficos, podemos concluir que, o retorno fica levemente comprometido em uma carteira sem alavancagem de ativos.

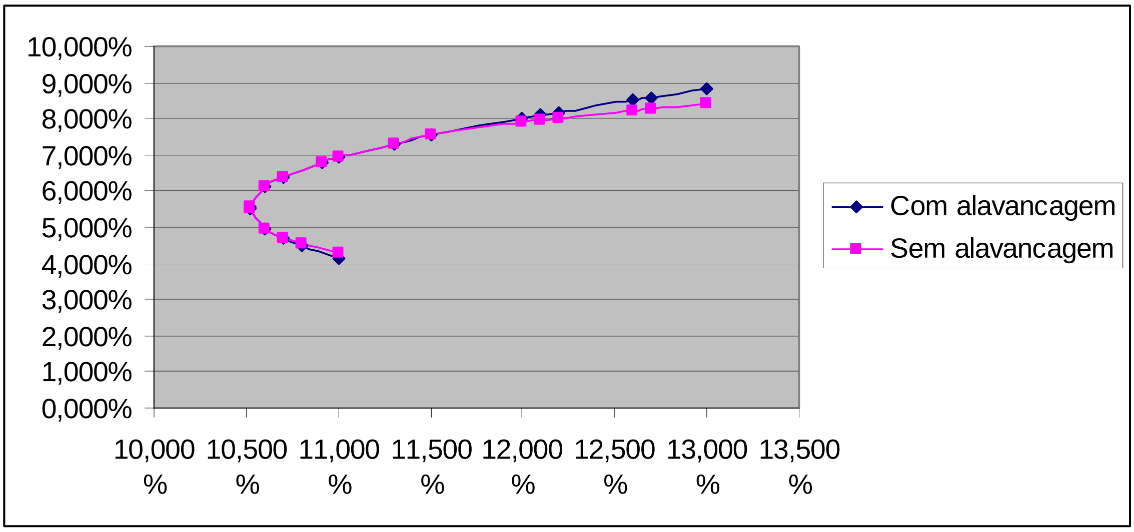

Figura 2.3: Fronteira eficiente

2.3 Curvas de Utilidade

Os modelos matemáticos, computados por softwares modernos, resolvem algumas questões propostas: qual o máximo retorno para um risco fixado e vice-versa. Todavia, depois de resolvido esse problema, surge uma pergunta muito mais intrigante: qual seria a proporção entre os ativos Petrobrás, Perdigão e Itausa que proporcionaria uma carteira *ótima*? Compreenderemos agora que a resposta para isso está um pouco além das ferramentas matemáticas.

O Senhor Luís Pareto, advogado, 50 anos, é um devotado pai de três filhos. Quase toda sua renda pessoal se destina à família. O pouco que sobra, o Senhor Pareto "aplica" na poupança, para, no fim do ano, trocar seu carro ou mesmo levar seus rebentos para a Disney.

Eliseu Drummond, 24 anos, consultor de informática, ainda vive com os pais. Drummond leva uma vida boa, com poucos problemas financeiros. O excedente do seu salário vai todo para o pôquer com os amigos.

O Senhor Pareto certamente se encaixa no perfil que definimos anteriormente como conservador. Já Eliseu Drummond seria o agressivo. Enquanto o Senhor Pareto não pode cogitar perder suas economias sob pena de atrasar a mensalidade do colégio dos filhos, Drummond vê parte de sua renda como desnecessária e não crê ser um problema apostá-la em jogos de azar.

Certamente o Senhor Pareto diria que uma carteira *ótima* para ele seria uma que proporcionasse o menor risco possível, mesmo que o retorno não consiga compensar a depreciação sofrida por conta da inflação. Já Drummond desejaria uma carteira com possibilidades de ganhos altos, mesmo que venha perder parte do seu patrimônio.

Temos então que existem várias idéias diferentes de como seria uma carteira ótima. A carteira ótima de cada pessoa depende da aversão de cada um ao risco. Depende basicamente da resposta para a seguinte pergunta: quanto de retorno a mais eu desejaria por estar correndo mais risco?

Deste modo, para cada perfil, podemos traçar inúmeras curvas de satisfação (curvas de utilidade ou de indiferença). Uma curva de utilidade indica que qualquer par risco e retorno que estivesse sob a curva resultaria em um mesmo nível de satisfação por parte da pessoa. Seria, pois, uma curva "isossatisfatória".

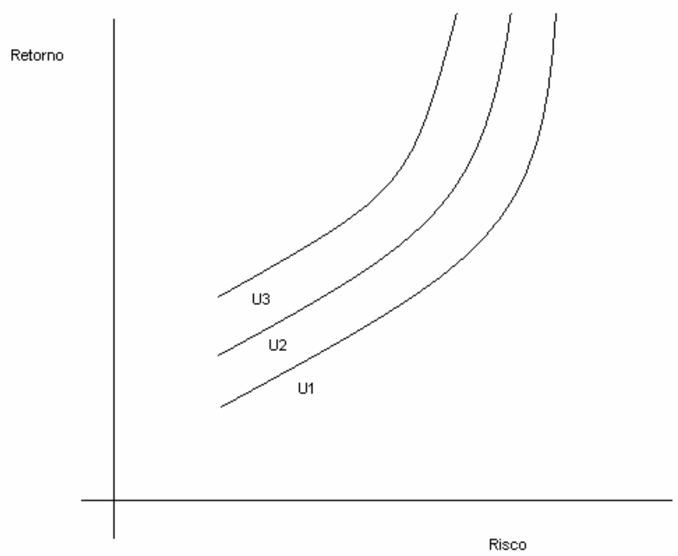

Figura 2.4: Curvas de satisfação de Luís Pareto

Foram desenhados três níveis diferentes de indiferença: U3 > U2 > U1. Qualquer par risco e retorno sob U1 proporciona a mesma satisfação para Pareto. Sendo U2>U1, qualquer par risco e retorno sob U2 verifica uma maior satisfação para Pareto se comparados com U1.

Pelas curvas acima, percebe-se que Pareto não é muito propenso ao risco, aceitando-o apenas se este alto risco for compensado por um retorno estratosférico. O contrário disso é verificado com Drummond. Pela sua curva de utilidade, vide abaixo, percebe-se que ele aceita correr mais risco mesmo que o diferencial de retorno não seja tão grande.

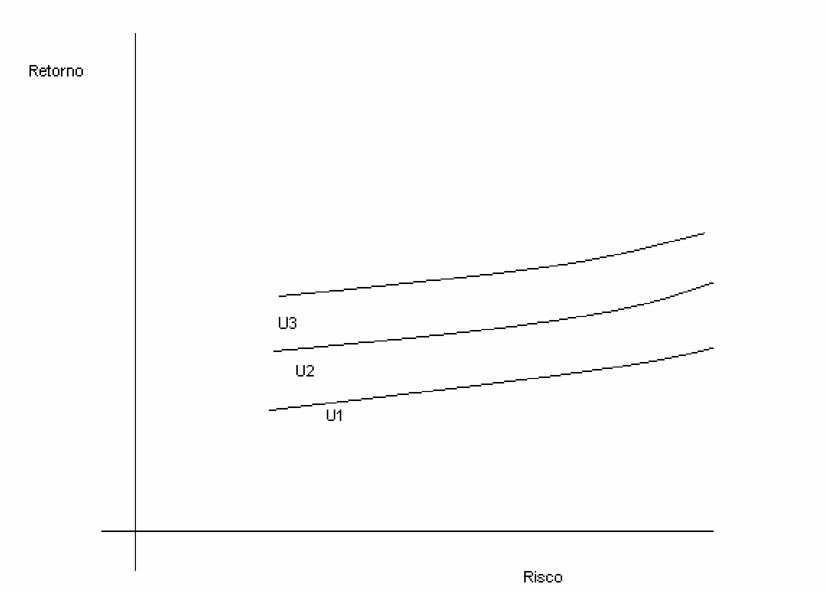

Figura 2.5: Curvas de satisfação de Eliseu Drummond

De que modo relacionar as curvas de indiferença com a fronteira eficiente de Markowitz? É preciso achar qual curva que possui pontos em comum com a fronteira daria uma maior satisfação. Desse modo é um tanto quanto intuitivo que uma carteira ótima é dada no ponto onde uma curva de utilidade tangencia a fronteira eficiente de Markowitz como bem ilustra a figura.

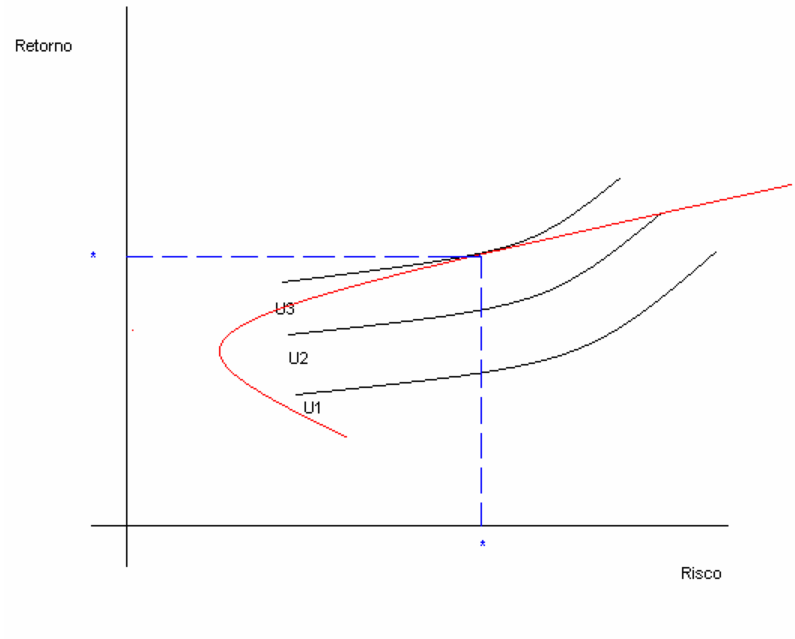

Figura 2.6: Curvas de satisfação e a curva de Markowitz

Percebe-se que a escolha de uma carteira ótima se relaciona basicamente com as curvas de utilidade de cada pessoa. Entretanto, surge um problema insolúvel: como definir as curvas de utilidade de alguém. Por motivos óbvios, não é possível estabelecer qualquer relação matemática sobre um parâmetro tão subjetivo quanto a psicologia humana. Alguns trabalhos anteriores tentaram solucionar este problema associando dados objetivos das pessoas (número de filhos, sexo, idade, etc) ao seu perfil de investidor. A relação, entretanto, provou não possuir quaisquer validades estatísticas.

Este trabalho não se preocupou em mapear curvas de indiferença dos diversos perfis de investidores. A escolha da carteira ótima através do software, funcionalmente, se dará através da entrada de dados objetivos pelo usuário. Para entender melhor como ele precederá nesse sentido, deve ser abordado um outro aspecto da Teoria de Carteira: a fronteira eficiente geral de mercado.

2.4 Curva Geral de Mercado

Imaginemos que existe um ativo livre de risco (desvio padrão nulo). Pela relação matemática já provada anteriormente, pode-se perceber que o risco da carteira é diretamente proporcional à porcentagem de ativos com risco e seu respectivo desvio padrão, como ilustra a demonstração abaixo:

$$\sigma_P = \sqrt{W_A^2\sigma_A^2 + W_B^2\sigma_B^2 + 2\rho_{A,B}W_A W_B \sigma_A \sigma_B}$$
$$\sigma_B = 0 \rightarrow \sigma_P = \sqrt{W_A^2\sigma_A^2}$$
$$\sigma_P = W_A\sigma_A$$

Ilustrando isso com um exemplo prático. Imaginemos uma carteira T formada por 9,94% de Petrobrás, 35,89% de Perdigão e 54,16% de Itaúsa, o que resultaria em um retorno de 5,549% e risco de 10,517%. Imaginemos que combinaremos T com um ativo livre de risco – ou seja, desvio padrão é considerado nulo -, como as Letras Financeiras do Tesouro (LFT), que possuem um retorno mensal médio de 1,46%.

Desta forma, combinando a carteira T com LFT, obtemos a seguinte tabela:

Tabela 2.6: Retorno máximo para um dado risco em uma carteira sem alavancagem

Carteira T	LTF	Risco	Retorno
0%	100%	0,000%	1,480%
10%	90%	1,052%	1,887%
20%	80%	2,103%	2,294%
30%	70%	3,155%	2,701%
40%	60%	4,207%	3,108%
50%	50%	5,259%	3,515%
60%	40%	6,310%	3,921%
70%	30%	7,362%	4,328%
80%	20%	8,414%	4,735%
90%	10%	9,465%	5,142%
100%	0%	10,517%	5,549%
110%	-10%	11,569%	5,956%
120%	-20%	12,620%	6,363%
130%	-30%	13,672%	6,770%
140%	-40%	14,724%	7,177%

Inserindo isso no gráfico da *Figura 2.2*, temos:

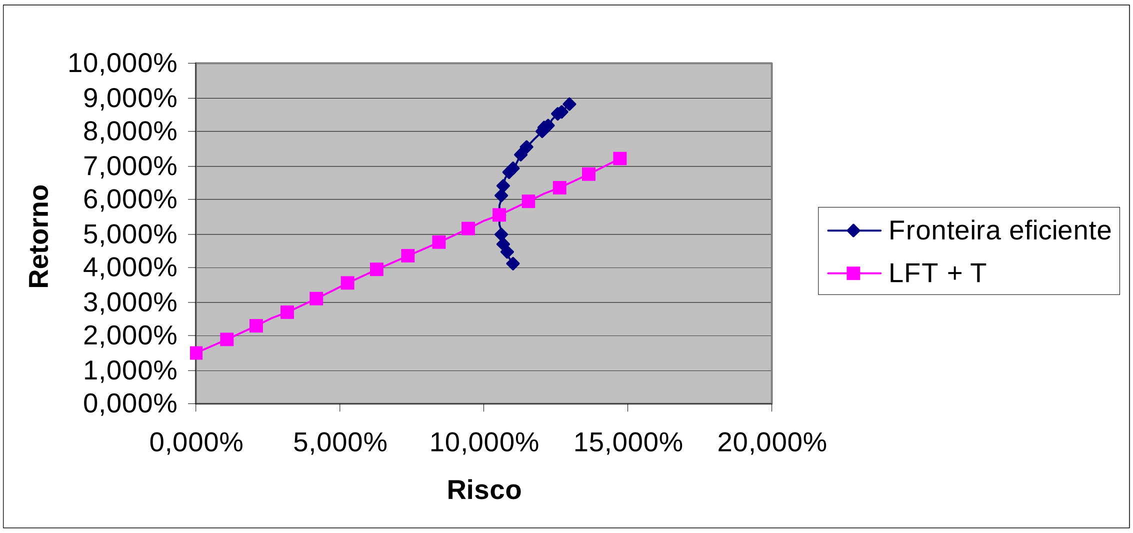

Figura 2.7: *Fronteira eficiente e Carteira T combinada com LFT*

Nota-se que a LFT foi combinada com a carteira T, que não proporciona alto retorno. Se, entretanto, fizermos a combinação da LFT com outras carteiras da fronteira eficiente, teremos inúmeros gráficos diferentes que podemos escolher, como ilustra a figura:

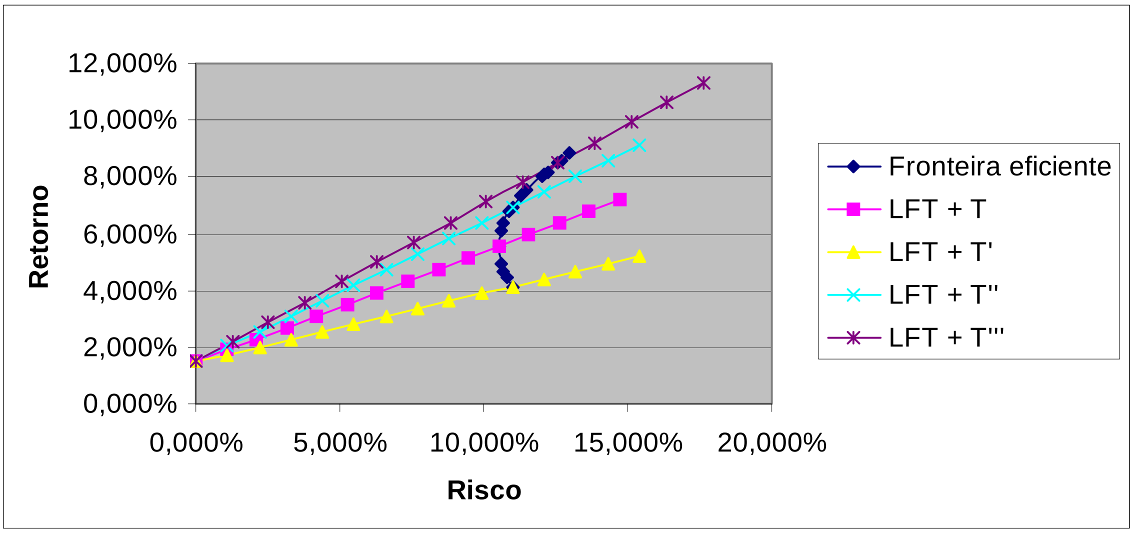

Figura 2.8: Diversas carteiras associadas a LFT

Notemos então que a combinação da carteira T''' com a LFT proporciona retornos maiores que qualquer um da fronteira eficiente, fixado qualquer risco menor que 12,60%. É intuitivo notar que, se existir uma reta que tangencie a fronteira eficiente, qualquer ponto sobre esta reta resultaria em um retorno máximo para qualquer risco fixado. O grande problema é achar com qual carteira M deveria se combinar a LFT de modo a se obter esta reta que tangencie a fronteira eficiente.

De fato, muitos estudos foram feitos. Finalmente William Sharpe, no artigo *Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk*, de 1964, determinou que a carteira M era a carteira de mercado, ou seja, a proporção exata que cada ativo existiria na bolsa. No caso do Brasil, por exemplo, esta carteira seria a Ibovespa.

Entretanto, quando se analisa um número pequeno de ativos ou ativos que não compõem o Ibovespa e não se sabe a proporção desses ativos no mercado, torna-se necessária uma técnica computacional para se achar esta carteira M ótima. Uma maneira seria tentar maximizar a tangente da reta, também através da função *Solver* do programa Microsoft Excel.

3. O PROBLEMA PROPOSTO

Com base nas informações conceituais descritas no capítulo anterior, estão listados aqui os três principais problemas que serão encontrados na construção da ferramenta. São eles

3.1 Previsão de Retorno dos Ativos

Para a construção da carteira eficiente de Markowitz, é necessária uma previsão de retorno do preço dos ativos. Como se sabe, os únicos dados disponíveis são os preços destes ativos no passado. Para obter uma estimativa do seu preço futuro, será necessária alguma técnica matemática de *forecast*.

3.2 Construção da Fronteira Eficiente

Com os dados disponíveis deve-se adotar alguma técnica para a construção da fronteira eficiente. Pode ser tanto uma técnica computacional de otimização, como pode ser alguma relação matemática que crie a curva. Ela será imprescindível na escolha da carteira.

3.3 Construção da Curva Geral de Mercado

Através da fronteira eficiente de Markowitz, construir a curva geral de mercado. O retorno obtido nos seus é, para cada risco fixado, maior que o retorno obtido na fronteira eficiente de Markowitz. Dessa forma, é imprescindível a construção desta curva, seja por algum método que maximize o valor da tangente à reta da curva tangente à fronteira eficiente, ou por métodos matemáticos.

3.4 Construção de um software funcional

A resolução destes problemas deve resultar em uma ferramenta que seja de fácil uso. O principal objetivo do trabalho de graduação, como já disse, é criar uma ferramenta funcional.

4 METODOLOGIA EMPREGADA

Este trabalho seguirá uma metodologia científica que consiste dos seguintes pontos:

- Escolha dos ativos que comporão a carteira;
- Previsão dos retornos dos ativos para o período estabelecido pelo usuário;
- Construção da fronteira eficiente e da fronteira geral de mercado a partir dos dados dos ativos escolhidos;
- Escolha do portfolio de ativos a partir dos dados da fronteira geral e do perfil de investidor.

4.1 Escolha dos ativos que comporão a carteira

Antes de se realizar a análise que definirá qual a porcentagem de cada ativo na carteira, é imprescindível estabelecer quais os ativos que comporão o portfolio. A escolha dos ativos poderia obedecer a um critério objetivo, como o índice de Gruber, entretanto optou-se por critérios subjetivos.

Sabe-se que há uma maior eficiência da carteira quando os ativos que a compõem possuem uma relação inversa: enquanto um sobe, o outro cai e vice-versa. Isso é bem verdade quando observamos, por exemplo, o índice bovespa e a taxa Selic. Em termos de ações, entretanto, é praticamente impossível achar quaisquer duas ações que possuem uma correlação negativa, pois o movimento da bolsa tende a ser conjunto para praticamente todos os ativos que a compõem.

No entanto, intuitivamente sabemos que se optarmos por ativos de diversos ramos da economia, estaremos mitigando nossos riscos, eliminando as chances de sofrermos uma perda considerável decorrente de bancarrota de determinada empresa ou setor da indústria em que se investiu. Ou seja, mesmo que a relação não seja negativa, é importante optar pela combinação de ativos que proporcione a menor correlação possível.

Outro fator importante considerado foi liquidez (quantidade de papéis negociada durante o dia). Optou-se em escolher ativos com grande liquidez por saber que este tipo de ativo possui pouca discrepância entre o valor justo e o valor negociado. Por exemplo, se um agente do mercado quiser pagar um preço muito abaixo do que o mercado acha justo, ele nunca conseguirá realizar a operação, já que existem muitos outros agentes interessados em pagar um preço menor. Isto acontece menos com ativos com menor liquidez, pois, neste caso, os agentes estão em pequeno número.

Além do fator citado acima, serão considerados os ativos que possuírem a mais base de dados possível. A escolha desse critério se deu por conta do método de *forecast* utilizado.

Por fim, foram escolhidos os ativos com os quais o autor deste presente trabalho tinha mais familiaridade. Foram eles:

- EMBRAER PN INT (EMBR4): Ações preferenciais da Embraer. Optou-se por esses ativos por se tratar de uma empresa que atua no ramo aeronáutico, é exportadora e possui estreitas relações com o ITA.
- ITAUBANCO PN EJ N1 (ITAU4): Ações preferenciais da *holding* Itaú. Optou-se por este ativo por se tratar de um representante categórico do ramo financeiro do país.
- VALE R DOCE PNA (VALE5): Ações preferenciais da Companhia Vale do Rio Doce. Trata-se de uma empresa exportadora, de grande caráter produtor e de valor estratégico para o desenvolvimento do país.
- PETROBRAS PN (PETR4): Ações preferenciais da Petrobrás. Optou-se por este ativo por tratar-se da maior empresa do país, e que também é uma grande exportadora.
- TELEMAR PN (TNLP4): Ações preferenciais da Telemar. Trata-se da ação de maior liquidez da Bovespa. A Telemar também possui volatilidade e é o ativo preferido para se fazer especulações. Além disso, é a maior empresa de telecomunicações do país.
- Selic: Foram observadas também as taxas Selic aplicadas diariamente. Esta taxa é representativa do ganho obtido pelo investidor que aplica seu dinheiro em algum ativo de renda fixa, como as Letras Financeiras do Tesouro (LFT).

Escolhidos os seis ativos que comporão a carteira, será possível partir para a próxima etapa do trabalho, a previsão de retorno de cada ativo para o período selecionado.

4.2 Previsão de Retorno dos ativos

A grande questão para todo investidor é: quanto este ativo me renderá em determinado tempo? É óbvio que esta pergunta só possuirá resposta imediata se o ativo em questão for um título pré-fixado (e se for levado em consideração risco de crédito nulo). Para ativos de renda variável, ou mesmo para a taxa de juros, a resposta para esta pergunta só será sabida ao final do período de investimento.

Inúmeros trabalhos foram desenvolvidos no sentido de prever o comportamento dos ativos sob diversas circunstâncias. Alguns ganharam bastante notoriedade, como as redes neurais. A verdade é que, quando mais se estuda o comportamento das ações ao longo do tempo, mais se percebe o quão caótico é este comportamento.

É claro que técnicas de gestão de investimento como análise gráfica ou *turtle trade* fazem uso de princípios não-fundamentalistas, mas o objetivo dos dois é uma previsão do comportamento dos ativos no curtíssimo prazo. No médio e longo prazo os sistemas mais rebuscados se mostram falhos.

Como o objetivo deste trabalho não é realizar previsão do preço de ativos – muito embora ele pudesse ter se associado com outro Trabalho de Graduação do gênero para tanto – optou-se por realizar um método antigo, mas bastante eficaz para previsão. Admite-se que o retorno do ativo em determinado período é um processo estacionário. Desse modo, o retorno esperado para aquele ativo é a média dos retornos obtidos para aquele intervalo de tempo.

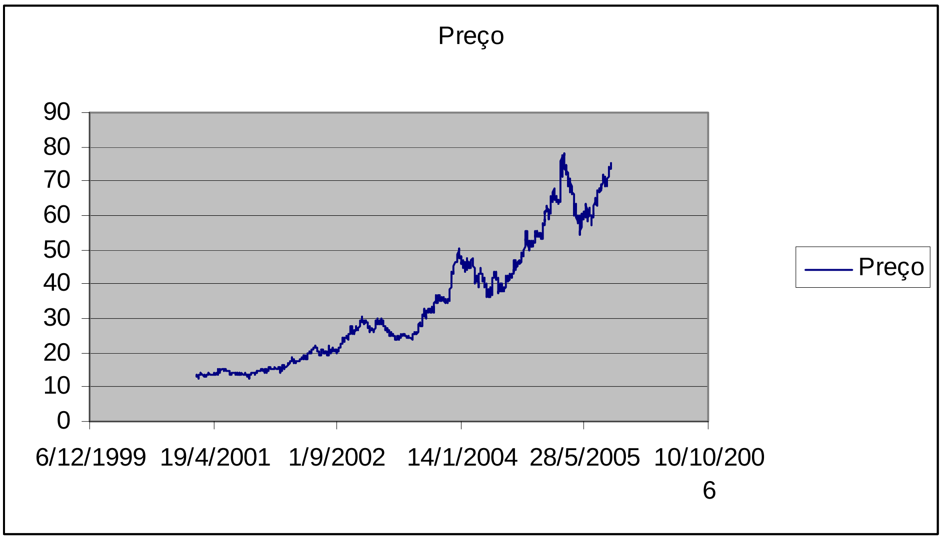

Figura 4.1: Curva de preço, não estacionária

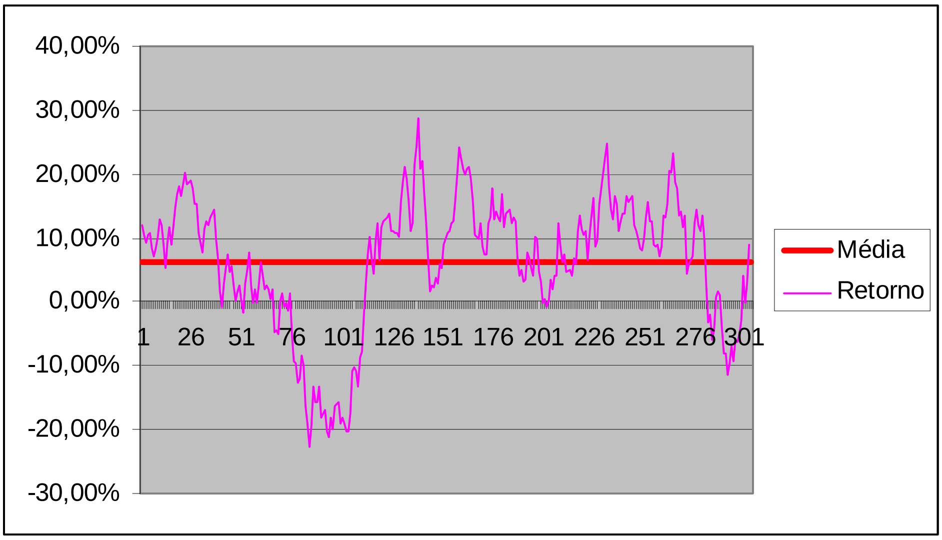

Figura 4.2: Curva de retorno de 20 dias úteis, estacionária

Por exemplo, se o investidor quer investir em determinada ação em um período de 20 dias úteis, deve-se calcular, através da base de dados histórica, o retorno obtido em 17 dias úteis a cada dia. A média desses retornos é o retorno esperado.

Da mesma forma, o risco será representado pelo desvio padrão desses retornos no período de tempo determinado. O desvio padrão é representativo da diversão dos dados ao longo do tempo, portanto é bastante indicativo como medida de risco.

Matematicamente, a previsão do retorno obtido no instante t + 1 será dada por:

$$\mu_{t+1} = \frac{\sum_{i=0}^{t} \mu_i}{t}$$

onde i = t é o instante atual.

4.3 Construção da Fronteira Eficiente

Como já explicado anteriormente, a construção da fronteira eficiente é uma das etapas mais importantes do trabalho. A partir dela, será possível construir também a fronteira geral de mercado. A equação desta curva será determinante para a obtenção dos resultados a que o software propõe solucionar.

Existem diversas maneiras de se obter a fronteira eficiente. A mais elegante de todas, sem dúvida alguma, é através da sua equação literal. Esta equação, que graficamente é uma hipérbole, depende de inúmeros fatores de difícil obtenção. Seria interessante sua obtenção se trabalhássemos com dois ou mesmo três ativos. Com cinco, o processo de torna impraticável.

A outra maneira de se obter seria através de uma otimização. Estabelece-se um parâmetro para o valor do risco e, através de algum algoritmo de otimização, como o Newton-Raphson, acha-se o valor máximo do retorno. Este método, entretanto, não é muito eficaz por ser lento. O *solver* do Excel se mostra uma ferramenta ineficiente neste sentido. Uma opção seria utilizar um *link* com o software MatLab. Este artifício, entretanto, impede que a ferramenta seja funcional. Primeiramente porque vai tornar o processo muito lento. Segundo porque, cada computador que utilizasse a ferramenta necessitaria possuir o software MatLab a fim de rodar a planilha.

Uma alternativa para este problema seria utilizar uma equação matemática que aproximasse a fronteira eficiente de Markowitz. Como já existe um disparate em relação ao retorno, uma pequena variação de metologia na seleção da carteira acarretaria em poucas mudanças efetivas no resultado final do projeto.

Para tanto, estudou-se um artigo escrito no *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, em 1972, por Robert Merton, intitulado *An Analytic Derivation of the Efficient Portfolio Frontier*. Neste artigo Merton estabelece uma equação literal para uma aproximação da fronteira eficiente. A demonstração não será mostrada por se achar irrelevante.

Para criar a equação, primeiramente, Merton determina três matrizes:

$$U = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Onde U é a matriz com n colunas com o número 1, onde n é o número de ativos analisados.

$$E = \begin{bmatrix} 1+\mu_1 & 1+\mu_2 & \dots & 1+\mu_n \end{bmatrix}$$

Onde μ_i é o retorno projetado para o ativo i.

$$COV = \begin{bmatrix} \sigma_{1,1} & \sigma_{1,2} & \dots & \sigma_{1,n} \\ \sigma_{2,1} & \sigma_{2,2} & \dots & \sigma_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{n,1} & \sigma_{n,2} & \dots & \sigma_{n,n} \end{bmatrix}$$

Onde σ_{ij} é a covariança entre o ativo i e o ativo j.

Em seguida Merton estabelece alguns coeficientes que ele utilizará para a construção da fronteira eficiente e da curva geral de mercado. São eles:

$$A = (U.COV^{-1}).U$$
$$B = (U.COV^{-1}).E$$
$$C = (E.COV^{-1}).E$$
$$\Delta = AC - B^2$$

$$\gamma = \frac{1}{B - A.(1+\mu_{LFT})}$$

Em seguida ele determina o limite máximo de risco que será calculado para a fronteira eficiente de Markowitz. O presente trabalho seguiu as linhas de Merton e adotou 25% para o limite máximo de risco.

Vale lembrar, entretanto, que, como a equação da fronteira eficiente é representativa de uma hipérbole, para cada valor de risco estabelecido, têm-se dois valores possíveis de retorno.

Assim, ele usa duas fórmulas diferentes para determinar o retorno mínimo (Rmin) e o retorno máximo (Rmax). Optou-se por não fazer nenhuma demonstração matemática de como Merton chegou a esta fórmula, por entender-se que este não é o objetivo deste trabalho de graduação.

Seguem abaixo os valor de Rmin e Rmax para um nível de risco fixado de 25%.

Rmim =(2B-(4B2-4A (C-(0.252)*Delta))0.5)/(2A)-1

Rmax =(2B+(4B2-4A (C-(0.252)*Delta))0.5)/(2A)-1

Estão estabelecidos dois pontos do gráfico risco e retorno, mas se desconhecem os valores intermediários. Sabe-se apenas que estes dois pontos fazem parte de uma hipérbole, cuja equação também se desconhece.

Para achar os outros pontos da hipérbole, Merton aplica um indexador i. Ele divide a hipérbole em 20 pontos, ou seja, varia i de 1 a 20. Para o valor do risco, quantitativamente mensurado pelo desvio padrão, Merton estabelece a seguinte equação:

$$\sigma(i) = R\min + (R\max - R\min)^{i/20}$$

Onde i varia de 1 a 20.

Tem-se o valor do desvio padrão (risco) para cada valor de i. Entretanto, se desconhece o retorno obtido para cada ponto da abscissa calculada. Para mensurar o retorno obtido para

$$\mu(i)=\sqrt{\frac{((A.(1+Rmin)^2\text{-}(2.B.(1+Rmin))+C)}{A.C\text{-}(B^2)}}$$

cada valor de i, Merton apresenta a seguinte fórmula.

Onde i varia de 1 a 20.

Vale ressaltar que nenhuma prova matemática será demonstrada. O nível de confiabilidade das equações matemáticas será verificado no Capítulo 6, em que haverá alguns estudos de caso.

4.4 Construção da fronteira geral

Para a construção da fronteira geral de mercado que, como já explicado no Capítulo 4, é a curva que proporciona os maiores retornos para riscos fixados. Esta curva, na verdade, será usada para, efetivamente, se construir a carteira ótima.

Merton, em seu trabalho, também utiliza uma e equação matemática para encontrar a carteira T, que seria o ponto da fronteira eficiente tangente à fronteira geral de mercado. Entretanto, assim como no seu trabalho anterior, ele usa a equação matemática como uma aproximação, já que esta não é uma representação exata da carteira T.

Usaremos esta aproximação pelo menos motivo que usamos uma aproximação para construir a fronteira eficiente: porque o objetivo do trabalho é muito mais ser funcional do que obter um resultado com preciso do ponto de vista estatístico.

Para isso, calcular a composição da carteira T, Merton utilizou a seguinte fórmula matemática:

$$W = \gamma(COV^{-1}.(E-(1+\mu_{LFT}).U))$$

Onde W é uma matriz n x 1, em que n é o número de ativos envolvidos.

Torna-se simples agora, com a composição em mãos, obter os valores de risco e retorno da carteira T. Como já explicitado no Capítulo 4, o risco de uma carteira cuja composição já é sabida é dado por:

$$\sigma_T = \sqrt{(W^t.COV).W}$$

Da mesma forma, o retorno obtido pela carteira T é dada pela seguinte fórmula matemática:

$$\mu_T = W^t.E - 1$$

Diferentemente dos métodos de otimização, que utilizam a fronteira eficiente para encontrar a fronteira geral de mercado, observe que nenhum dos parâmetros calculados acima depende de qualquer coeficiente ou resultado obtidos na construção da fronteira eficiente, ou seja, o cálculo da fronteira eficiente e da fronteira geral de mercado independem.

Desta forma é sim possível calcular-se uma carteira T que não pertença à fronteira eficiente, o que em hipótese alguma desqualifica o resultado. Como veremos nos estudos de caso, a Carteira T sempre está posicionada abaixo da curva de Markowitz.

Abaixo segue uma representação gráfica qualitativa da solução matemática obtida:

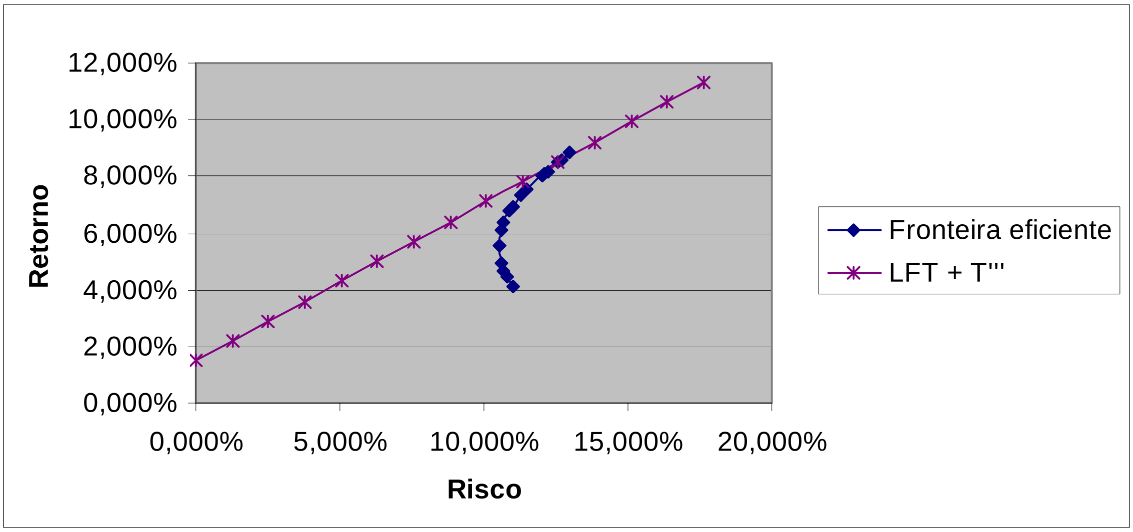

Figura 4.3: Gráfico da Fronteira Eficiente e da Fronteira Geral

Os pontos conhecidos são o da carteira T e da carteira de risco zero, que é aquela formada inteiramente por Letras Financeiras do Tesouro (LFT).

A partir dos dois pontos conhecidos, pode-se determinar o valor da tangente do ângulo que a reta faz com o eixo das abscissas, este é o coeficiente linear da reta. Se a equação da reta for Retorno = $\beta + \alpha$*Risco, os parâmetros β e α valem:

$$\beta = \mu_{LFT}$$

$$\alpha = \frac{\mu_T - \mu_{LFT}}{\sigma_T}$$

Como já dito anteriormente, a definição da fronteira geral de mercado não depende de nenhum parâmetro calculado para se encontrar a fronteira eficiente. Entretanto, não só será calculada a equação desta curva, como será apresentada graficamente. Isto é feito simplesmente por se acreditar que o usuário gosta do impacto visual causado pelo gráfico da fronteira eficiente.

4.5 Determinação da Carteira Ótima

Já foi estabelecido que a carteira ótima será fornecida pela fronteira geral de mercado. Mas daí surge uma pergunta: de qual dos infinitos pontos desta reta, estaria o investidor interessado? A resposta desta pergunta seria muito fácil se soubéssemos as curvas de utilidade deste investidor, o que é impossível na prática.

Há uma saída bem elegante para isso, entretanto. O usuário deverá apenas fornecer qual retorno ele deseja obter no período em análise. A partir daí é calculado o risco, tanto quantitativamente quanto qualitativamente, afinal, é muito difícil para o usuário, ou qualquer outra pessoa, qualificar o quão arriscado é um investimento apenas com um valor de desvio padrão.

Se o usuário não achar que o risco obtido é compatível com o retorno almejado, ele pode mudar os dados de entrada. Pode mudar o retorno almejado no período ou mesmo a data de resgate do investimento.

Para calcular o risco obtido na composição da carteira, tem-se a fórmula matemática que se segue:

$$\sigma_C = \frac{(\mu_C - \mu_{LFT})\sigma_T}{(\mu_C - \mu_{LFT})}$$

onde μ_C é o retorno almejado no período.

Têm-se os valores de risco e retorno da carteira desejada e a composição da carteira T. Para achar a composição da carteira desejada C, tem-se que achar qual porcentagem da quantia investida deve se destinar à LFT e qual porcentagem deve se destinar à T de modo a obter o retorno desejado.

Para tanto, deve-se calcular um fator de correção que chamaremos de ξ, donde:

$$\xi = \frac{\sigma_C}{\sigma_T}$$

E, desta forma, a carteira ótima será dada por W' donde:

$$W' = \xi W + (1-\xi)LFT$$

4.6 Determinação do Risco Qualitativo

Como já dito anteriormente, o usuário desconhece o quão arriscado é um investimento se lhe for dado apenas o valor do desvio padrão da carteira. Para auxiliá-lo na tomada de decisão, o software informa uma medida qualitativa do risco, baixo, moderado, alto e altíssimo.

Para informar o risco qualitativo, o software se base no valor anualizado do desvio padrão. Para tanto, ele utiliza a seguinte fórmula:

$$\sigma_{ANO} = (1+\sigma_C)^{\frac{252}{du}}$$

onde du é o período de análise em dias úteis.

Uma vez anualizado o risco, ele deve seguir o seguinte critério:

Tabela 4.1: Risco Qualitativo

Risco	**Condição**
Baixo	$\sigma_{ANO} < 3{,}5\%$
Moderado	$3{,}5\% \leq \sigma_{ANO} < 7{,}5\%$
Alto	$\sigma_{ANO} \geq 7{,}5\%$ e $\xi < 1$
Altíssimo	$\sigma_{ANO} \geq 7{,}5\%$ e $\xi > 1$

5 ESPECIFICAÇÃO FUNCIONAL DO SOFTWARE

5.1 *Objetivo da especificação*

O grande objetivo do software é servir de ferramenta a qualquer usuário para resolver o problema de otimização acima. Portanto, deve ter uma boa interface gráfica e usabilidade. Para tanto, o usuário deverá fornecer apenas três dados de entrada. Alem disso, o software também virá servido de uma ajuda em caso de dúvidas do usuário.

Este capítulo visa estabelecer certas especificações do software, quais dados a ele devem ser fornecidos ou que tipo de resultado ele deverá trazer. Da mesma forma, deverão ser apresentadas as mensagens de erro que o software retornará ao usuário em algum caso em que a ferramenta não retorne um resultado válido. Da mesma forma serão apresentadas as telas do software.

5.2 *Campos de Entrada de Dados*

Por se tratar de uma planilha Excel, em tese, todas as celular são passíveis de entrada de dados. Isso não acontece porque a planilha foi travada e as únicas células a que foram permitidas as entradas de dados foram liberadas.

A seguir seguem os dados que o usuário deverá entrar para obter sua carteira ótima:

Tabela 5.1: Campos de entrada

Dado	Tipo do dado	Intervalo válido
Data de resgate do Investimento	Data	Entre 13/9/05 e 13/12/07
Retorno desejado no Período	Porcentagem	Maior que 0
Montante Aplicado	Monetário	Maior que 0

5.3 Campos de Saída de Dados

A seguir seguem os dados que o usuário obterá após o processamento:

Tabela 5.2: Campos de saída

Dado	**Tipo do dado**
Risco do investimento	Porcentagem
Mensuração qualitativa do risco	Texto
Risco individual	Porcentagem
Retorno individual	Porcentagem
Composição da carteira	Porcentagem
Montante efetivamente aplicado	Monetário
Equação da curva geral	Texto
Gráfico da fronteira eficiente	Objeto gráfico

5.4 Tela Inicial

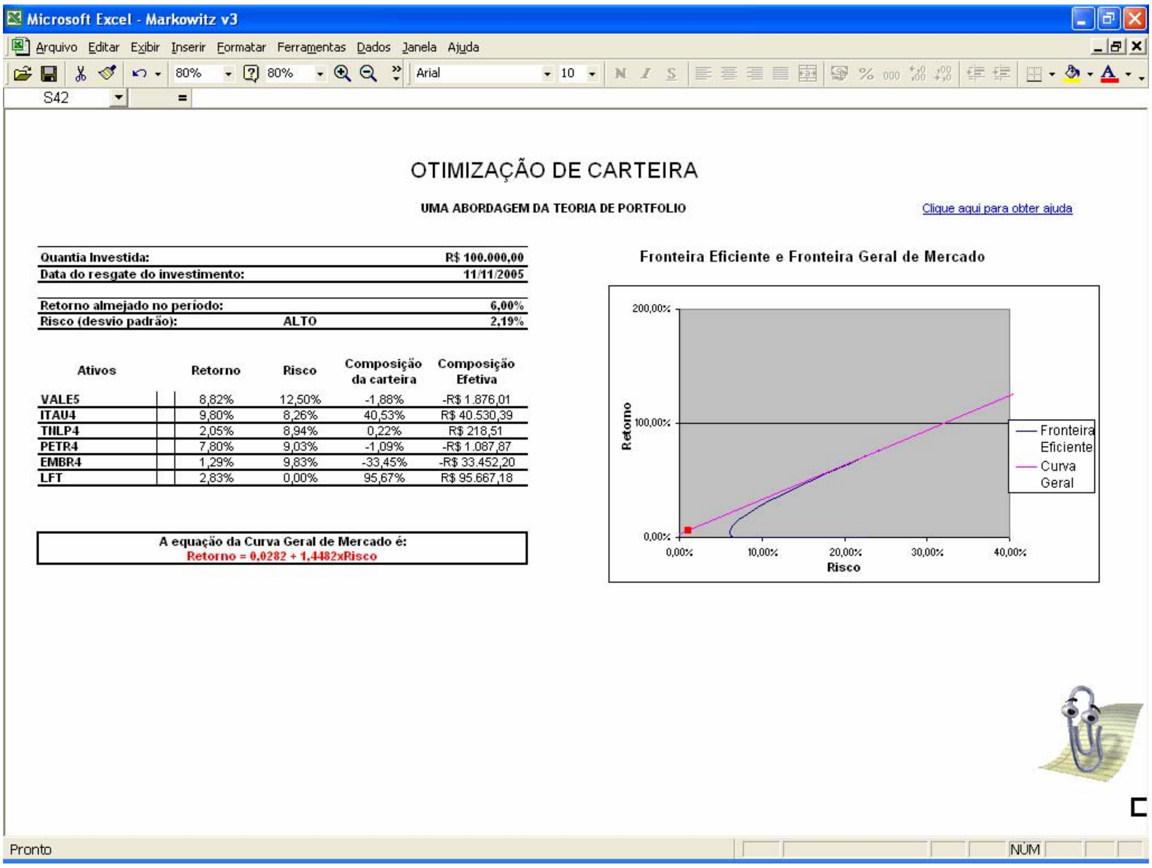

Figura 5.1: Tela Inicial da ferramenta

5.5 Tela de Ajuda

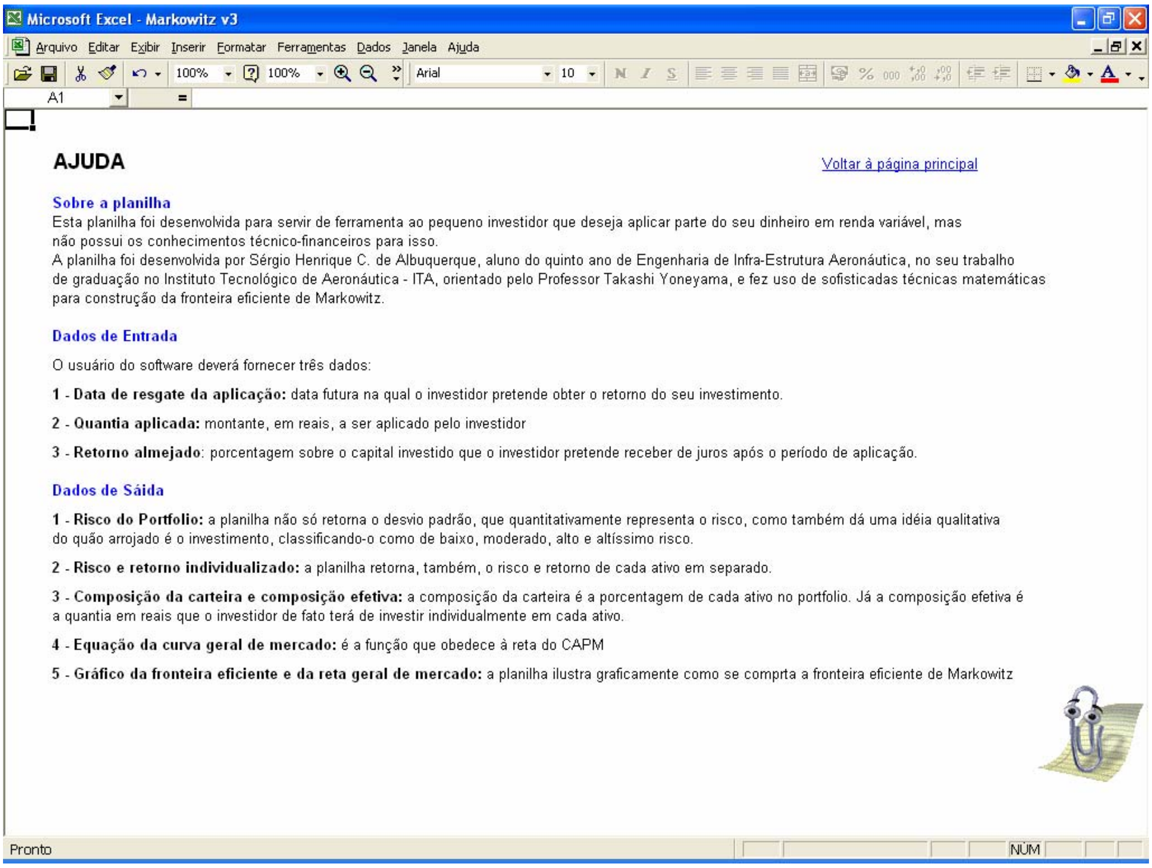

Figura 5.2: Tela de ajuda da ferramenta

5.6 Mensagens de Erro

A seguir é apresentada uma tabela com as mensagens de erro apresentadas pelo software quando, por algum motivo, o método computacional não retorna o resultado que seria esperado.

Tabela 5.3: Mensagens de Erro

Mensagem	Especificação
Por favor, digite uma data posterior a 12/9/05.	O usuário forneceu uma data de resgate da aplicação posterior à da própria aplicação.
O valor de Delta é negativo neste caso. Impossível calcular fronteira eficiente	O valor do parâmetro delta resultou negativo. Neste caso o usuário não poderá realizar uma consulta para esta data.
Período muito curto de análise. Pode haver alguma discrepância.	Um período muito curto de análise pode resultar em discrepâncias no resultado. Neste caso, o resultado é fornecido, mas não se tem grande confiabilidade.

6 ESTUDOS DE CASO

Neste Capítulo será analisada a confiabilidade dos resultados obtidos pelo software. Esta análise não servirá para destrinchar pormenores de programação, ao contrário, o que será levado em conta no estudo de caso serão apenas comparações entre metodologias de previsão ou entre a metodologia de previsão e o que efetivamente ocorreu.

Neste sentido, este capítulo se divide nos seguintes estudos de caso:

- Eficiência na Previsão de Retorno: verificou-se se a previsão de retorno, obtido através dos cálculos da sua média histórica, é similar com aquele obtido realmente no período analisado;
- Eficiência na obtenção da carteira T: através das equações de Merton, será obtida a composição percentual da carteira T, bem como seu risco e retorno. Comparou-se o resultado obtido com aquele fornecido pelo Solver do Excel para se saber se esta realmente é a carteira que produz o retorno máximo para o risco que ela acarreta;
- Eficiência do Resultado: verificou-se se, efetivamente, a carteira obtida pelo software produz um resultado similar, na prática, àquela prevista pela ferramenta.

Vale lembrar que estes estudos não possuem validade estatística. Serão realizados poucos estudos de caso e será feita uma análise qualitativa dos resultados obtidos.

6.1 Eficiência na Previsão de Retorno

A previsão foi feita supondo-se estar no dia 12 de setembro de 2005. Foram feitas dois *forecastings*. O primeiro tentou prever o retorno dos seis ativos analisados para o dia 11 de outubro de 2005. O segundo para o dia 11 de novembro de 2005.

Abaixo seguem as tabelas comparando os retornos previstos por ativo com os efetivamente obtidos no período.

Tabela 6.1: Previsão de retorno dos ativos para 11 de outubro de 2005

11/10/2005		
	Retorno	**Previsão**
VALE5	8,84%	4,29%
ITAU4	2,18%	4,73%
TNLP4	5,26%	0,87%
PETR4	-7,35%	4,38%
EMBR4	1,67%	0,68%
LFT	1,41%	1,45%

Tabela 11: Previsão de retorno dos ativos para 11 de novembro de 2005

11/11/2005		
	Retorno	**Previsão**
VALE5	9,55%	8,82%
ITAU4	3,14%	9,80%
TNLP4	14,62%	2,05%
PETR4	-8,56%	7,80%
EMBR4	-2,96%	1,29%
LFT	2,98%	2,83%

Verifica-se que os retornos previstos quase nunca se aproximam daqueles ocorridos no período. Nota-se que a previsão para dois meses se aproximou um pouco mais do que ocorreu na realidade. Pode ser que os resultados de mais longo prazo sejam mais satisfatórios, entretanto o resultado da previsão como um todo é considerado ruim. A causa disto é, certamente, o método rudimentar de *forecasting.*

6.2 Eficiência na Obtenção da Carteira T

Possuir a composição da carteira T, como já explicado, é fundamental na obtenção do resultado final. Uma boa metodologia para se chegar a isso é imprescindível para se construir um software matematicamente confiável.

O risco achado para a Carteira T será fixado e, através da função Solver do Excel, será obtido o maior retorno possível, bem como a composição da carteira. Verificar-se-á se a carteira obtida pelo método analítico de Merton está muito discrepante em relação à fronteira eficiente.

Vale ressaltar que esta análise não diz se a carteira T é realmente a que produz a melhor reta tangente, apenas diz se ela está muito distante da fronteira eficiente de Markowitz.

Para tanto, realizou-se a análise para três períodos diferentes: 11 de novembro de 2005 (dois meses depois), 12 de setembro de 2006 (um ano depois) e 3 de julho de 2006 (22 meses depois).

Abaixo seguem os resultados obtidos:

Tabela 6.3: Comparação na Análise da Carteira T

	Data	Risco	Retorno	VALE5	ITAU4	TNLP4	PETR4	EMBR4
Equação	**12/9/2006**	20,43%	112,64%	106,51%	84,28%	-118,45%	29,45%	-1,80%
Solver	**12/9/2006**	20,43%	114,25%	102%	90%	-136%	26%	17%
Equação	**3/7/2007**	34,20%	241,74%	-74,81%	259,05%	-148,69%	1,03%	63,42%
Solver	**3/7/2007**	34,20%	263,97%	-70%	239%	-148%	63%	17%
Equação	**11/11/2005**	76,08%	50,58%	-43,30%	935,43%	5,04%	-25,11%	-772,07%
Solver	**11/11/2005**	76,08%	263,97%	-234%	1190%	-199%	-7%	-650%

A análise produziu um resultado satisfatório. Exceção é feita na previsão para 1 mês, em que se achou, através do algoritmo de otimização, uma carteira com um retorno muito mais vantajoso do que aquele obtido pelas equações de Merton.

Apesar desta discrepância, o resultado se mostrou satisfatório. De fato, os métodos adotados por Merton se aproximam bastante do que deveria ser.

6.3 Eficiência do Resultado Geral

Será feita a análise de uma carteira obtida através da entrada de dados do usuário. Será analisado, basicamente, se o retorno previsto para aquela data corresponde ao que se obteve na prática.

Foram realizadas análises para dois períodos de tempo diferentes e para três perfis de investidor diferentes. Isto visa detectar se há uma maior tendência de erro para algum tipo de perfil.

A análise foi feita para as datas 11 de outubro de 2005 (um mês depois) e 11 de novembro de 2005 (dois meses depois). Para cada um destes períodos, foram analisados os perfis conservador, moderado e agressivo. Estes perfis foram determinados como sendo aqueles que investem, respectivamente, em carteiras de baixo, moderado e alto risco. Os critérios para se avaliar qualitativamente os riscos já foram apresentados.

Daí, segue-se a tabela abaixo:

Tabela 6.4: Análise do resultado obtido

	Data	**Perfil**	**VALE5**	**ITAU4**	**TNLP4**	**PETR4**	**EMBR4**	**LFT**	**Risco**	**Retorno Previsto**	**Retorno Obtido**
A	11/10/2005	Cons	0,06%	2,42%	-0,76%	0,51%	-1,74%	99,51 %	0,14%	1,56%	1,35%
B	11/10/2005	Mod	0,16%	6,46%	-2,02%	1,37%	-4,65%	98,69 %	0,38%	1,75%	1,26%
C	11/10/2005	Agr	0,83%	33,02%	- 10,35%	7,02%	-23,81%	93,28 %	1,95%	3,00%	0,65%
D	11/11/2005	Cons	0,03%	1,14%	-0,36%	0,24%	-0,82%	99,77 %	0,12%	3,00%	3,09%
E	11/11/2005	Mod	-0,69%	14,99%	0,08%	-0,40%	-12,37%	98,40 %	0,81%	4,00%	3,75%
F	11/11/2005	Agr	-1,88%	40,53%	0,22%	-1,09%	-33,45%	95,67 %	2,19%	6,00%	5,06%

Desta forma, segue que, para um mês de análise, houve uma discrepância razoável entre o resultado obtido e aquele que foi previsto. Essa discrepância se deu principalmente no perfil agressivo, o que já era de certa forma esperado porque quanto mais arriscado é o investimento, maior a deficiência do modelo de previsão.

Para o segundo mês, não houve tanto discrepância entre os resultados. O retorno previsto de fato se aproximou bastante do retorno efetivo. De um modo geral, a análise demonstrou ser muito válida.

7 CONCLUSÃO

7.1 Pontos de Melhorias

- Aumentar a base de dados: aumentando a base histórica de preço dos ativos, torna-se possível realizar a previsão de retorno para períodos mais longos. Além disso, aumentar a série histórica torna a previsão mais confiável.
- Utilizar um sistema de previsão mais confiável: como pôde se ver, o sistema de *forecasting* é muito falho, isto pode comprometer toda a análise. Torna-se necessária, para um software mais confiável, a adoção de um modelo de previsão mais robusto, como, por exemplo, redes neurais. Fica uma sugestão para a união deste trabalho de graduação com um outro que tenha sido feito com um foco maior em dizer o preço futuro do ativo.
- Possibilitar que o cliente escolha quais ativos ele quer que componha a carteira: hoje o investidor está preso àqueles seis ativos já apresentados. Uma solução que o tornaria mais funcional seria possibilitar ao usuário que ele escolhesse quais ele quer que sejam analisados.
- Possibilitar não tomar posição vendida: embora muito comum no mercado financeiro, o pequeno investidor se sente desconfortável em adotar uma posição vendida (assumir um percentual negativo em determinado ativo da carteira). O método analítico de Merton não consegue resolver este problema, sendo solucionado apenas por métodos de otimização.

7.2 Pontos de Estudo

- Verificou-se que as equações analíticas de Merton realmente aproximam bastante do resultado desejado. Entretanto, como esta é uma metodologia ainda pouco conhecida, torna-se necessária estudar um pouco mais a fundo suas nuances e exceções, de modo a dominar melhor a técnica matemática por trás da otimização de carteira.

- Neste caso, torna-se urgente a adoção de alguma outra técnica para quando o valor do parâmetro delta for negativo.
- Pesquisar algum método analítico similar que possibilite não adotar posições vendidas.

7.3 Considerações Finais

Verificou-se que a ferramenta possui uma boa confiabilidade matemática. Com algumas exceções, e com a ressalta da dificuldade em se prever o retorno dos ativos no período, o software resolveu o problema ao qual foi proposto: realizar a otimização da carteira.

Funcionalmente ele é eficiente e eficaz, podendo ser usado tanto por um usuário leigo, um pequeno investidor com poucos conhecimentos no mercado financeiro, como para o gerenciamento de risco de alguma *asset*.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSAF NETO, Alexandre: **Mercado financeiro**. 4. Ed. São Paulo : Atlas, 2001

CLARK, Jeffrey, DOWNING, Douglas: **Estatística aplicada**. São Paulo : Saraiva, 1998

GIORGI, Enrico de: **A note on portfolio selections under various risk measures**, Institute of Empirical Research in Economics – Uniservity of Zurich, 2002

HOLDEN, Craig: **Excel modeling in investiments**. 2. Ed. : Pearson, 2002

MAILARD, Didier: **Some Remarkable spots on efficient frontier**, Conservatoire National des Arts et Métiers, 2002

MARKOWITZ, Harry: **Portfolio selection**. New York : John Wiley & Sons, 1959

MERTON, Robert: **An Analytic Derivation of the Efficient Portfolio Frontier**, Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1972

SECURATO, J. Roberto: **Decisões financeiras em condições de risco**. São Paulo : Atlas, 1993

FOLHA DE REGISTRO DO DOCUMENTO

1. CLASSIFICAÇÃO/TIPO	2. DATA	3. DOCUMENTO N°	4. N° DE PÁGINAS
TC	23 de novembro de 2005	CTA/ITA-IEI/TC-011/2005	42

5. TÍTULO E SUBTÍTULO:

Análise e Otimização Estocástica em Mercados de Ativos Financeiros

6. AUTOR(ES):

Sérgio Henrique Cunha de Albuquerque

7. INSTITUIÇÃO(ÕES)/ÓRGÃO(S) INTERNO(S)/DIVISÃO(ÕES):

Instituto Tecnológico de Aeronáutica. Divisão de Engenharia de Infra-Estrutra Aeronáutica – ITA/IEI

8. PALAVRAS-CHAVE SUGERIDAS PELO AUTOR:

Finanças, otimização, Markowitz, fronteira eficiente, ferramente computacional

9.PALAVRAS-CHAVE RESULTANTES DE INDEXAÇÃO:

Otimização; Investimentos; Métodos computacionais; Avaliação de riscos; Capital; Mercado financeiro; Pesquisa operacional; Economia; Matemática

10. APRESENTAÇÃO: **X Nacional** **Internacional**

Trabalho de Graduação, ITA, São José dos Campos, 2005, 42 páginas

11. RESUMO:

Hoje em dia os cálculos matemáticos que embasam decisões de investimentos estão muito sofisticados e necessitam de ferramentas computacionais que realizem uma análise quantitativa confiável. Desta forma, este trabalho de graduação visa investigar alguns métodos de otimização de carteira e criar uma ferramenta que realize essa análise de modo prático e eficiente para o usuário.

12. GRAU DE SIGILO:

(X) OSTENSIVO **( ) RESERVADO** **( ) CONFIDENCIAL** **( ) SECRETO**