1º Laboratório de EDI-32

Objetivo

Determinação experimental da carga de flambagem de colunas no regime elástico e elasto-plástico. Comparação dos resultados com valores teóricos.

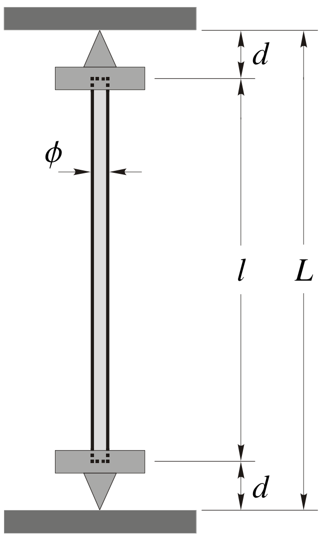
Equipamentos

(a) Máquina de ensaio universal

(b) Célula de carga

Dispositivos

Uma coluna longa de aço *SAE 1045* ($E = 29\,000$ ksi) e outra curta de alumínio *2024-T3* (curva tensão deformação-deformação anexa), com caraterísticas geométricas a serem definidas no laboratório. As colunas serão apoiadas em cutelos, para simular a condição de apoio simples nas extremidades, e carregadas na máquina de ensaio até a flambagem.



No regime elástico linear, a carga de flambagem de uma coluna biapoiada de comprimento L é dada por

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

onde E é o módulo de Young do material e I é o menor momento de inércia da seção transversal. A tensão correspondente a P_{cr} é

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{AL^2} = \frac{\pi^2 E r^2}{L^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2},$$

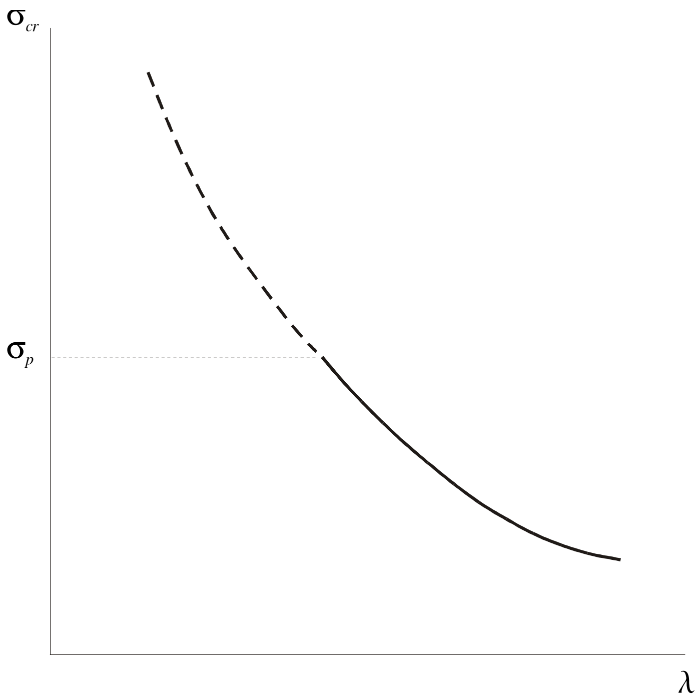
onde

$$r = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

é o menor raio de giração da seção transversal e

$$\lambda = \frac{L}{r}$$

é o índice de esbeltez da coluna. Para um determinado material, a variação de σ_{cr} com λ tem o aspecto indicado na figura.



Temos admitido que σ_{cr} esteja abaixo da tensão de proporcionalidade σ_p do material.

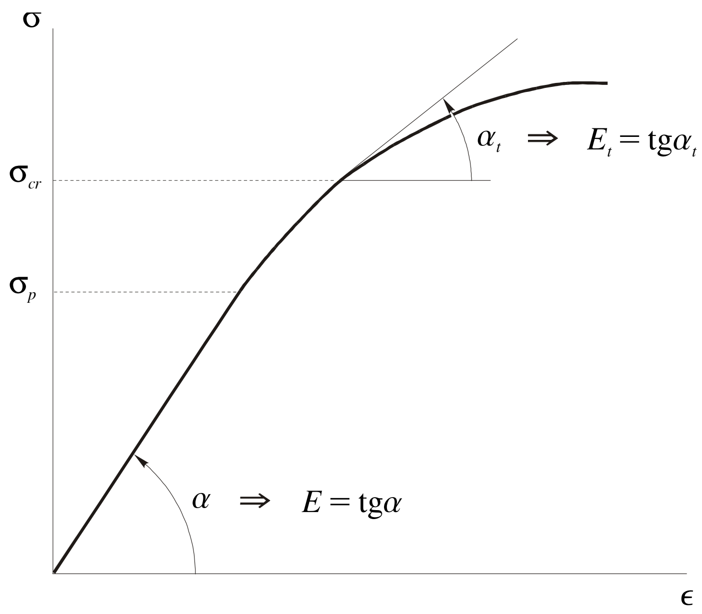
Para colunas com $\sigma_{cr} > \sigma_p$, a teoria do módulo tangente estabelece que

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E_t}{\lambda^2}$$

onde

$$E_t = \frac{d\sigma}{d\epsilon}$$

é a inclinação da curva tensão-deformação na tensão de flambagem.

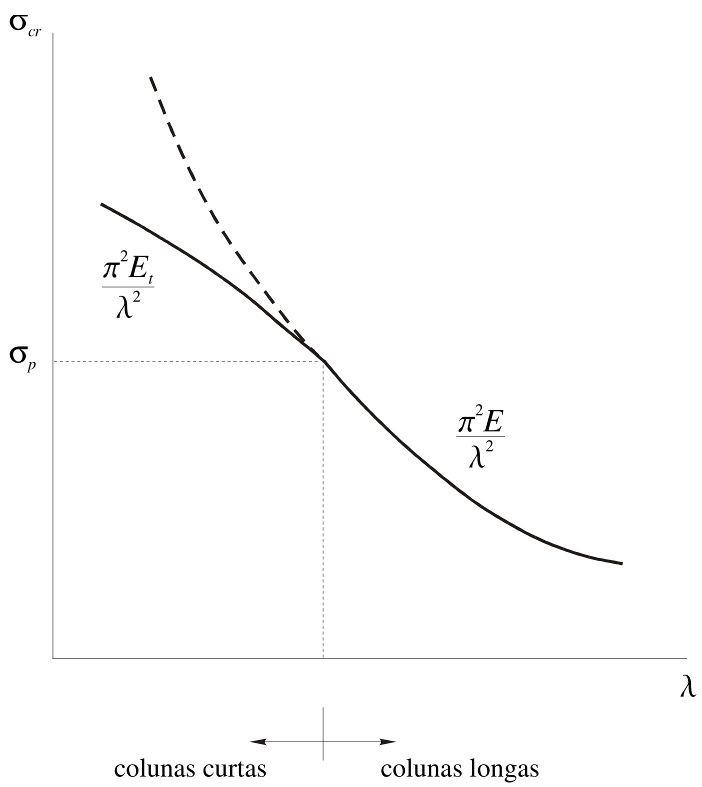


Dada a curva tensão-deformação do material, a tensão de flambagem e o correspondente índice de esbeltez são determinados pela teoria do módulo tangente da seguinte forma:

(a) para uma dada escolha $\sigma = \sigma_{cr}$, determina-se da curva o valor de E_t;

(b) calcula-se então

$$\lambda = \pi\sqrt{\frac{E_t}{\sigma_{cr}}}.$$



Procedimentos

(a) Compare as cargas de flambagem obtidas experimentalmente com os valores teóricos, adotando para a coluna curta a teoria do módulo tangente.

(b) No cálculo teórico, considere o valor corrigido

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E_t}{\lambda^2} \left[1 + \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{2d}{L} \right)^3 \right]^2$$

sugerido por Chilver (1956), lembrando que $E_t = E$ para a coluna longa. A correção compensa a presença dos cutelos, apresenta excelente precisão para $2d/L < 0,7$, tornando-se importante quando $2d/r > 10$.

(c) Discuta os resultados.

Anexos

"Curva tensão-deformação do alumínio *2024-T3*" e "Flambagem elastoplástica".

Flambagem Elastoplástica

Supondo que a coluna seja ainda perfeitamenta reta na carga crítica P_{cr}, a tensão crítica é dada por

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{AL_e^2}.$$

Se r é o *raio de giração* da seção transversal ($I = Ar^2$), então

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(L_e/r)^2}.$$

Substituindo o *índice de esbeltez*

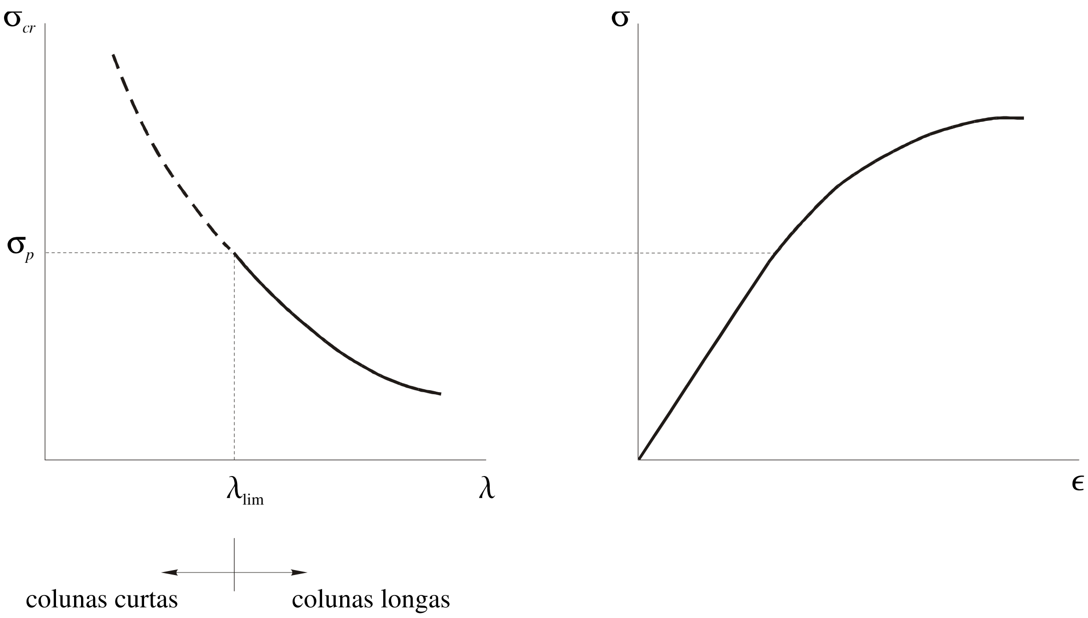
$$\lambda = \frac{L_e}{r},$$

obtemos

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}.$$

Como na expressão acima o material é suposto elástico linear, então $\sigma_{cr} \leq \sigma_p$:

$$\frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \leq \sigma_p \qquad \Rightarrow \qquad \lambda \geq \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_p}} \qquad \Rightarrow \qquad \lambda_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_p}}.$$



Dado que a flambagem de uma coluna longa ($\lambda \geq \lambda_{\text{lim}}$) se dá em regime elástico linear, sua tensão crítica é

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}.$$

Determinemos a seguir uma expressão semelhante para uma coluna curta ($\lambda < \lambda_{\text{lim}}$), considerando que esteja em regime elastoplástico ao flambar com $\sigma_{cr} > \sigma_p$.

Teoria do Módulo Tangente Segundo Engesser (1889), ao iniciar a flambagem a barra se deforma como se fosse elástica linear com o módulo de Young E substituído pelo *módulo tangente*

$$E_t = \left.\frac{d\sigma}{d\epsilon}\right|_{\sigma=\sigma_{cr}}$$

e, portanto,

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E_t}{\lambda^2}.$$

Sabendo-se que

$$E_t = E_t(\sigma_{cr}),$$

determinamos

$$\lambda = \sqrt{\frac{\pi^2 E_t(\sigma_{cr})}{\sigma_{cr}}}$$

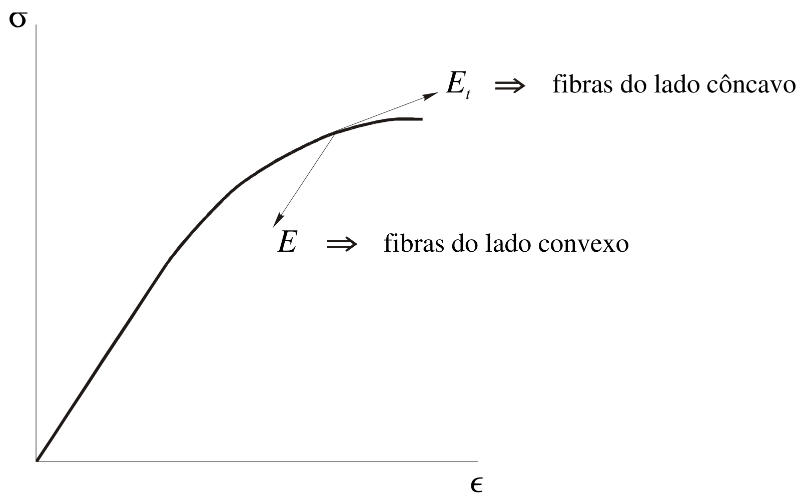
seguindo os passos:

(a) conhecido o material, ou seja, $\sigma = \sigma(\epsilon)$, obtemos $E_t(\sigma)$;

(b) conhecido $E_t = E_t(\sigma)$, aplicamos a expressão acima para determinar $\lambda(\sigma_{cr})$;

(c) conhecido $\lambda = \lambda(\sigma_{cr})$, podemos traçar o trecho da curva para $\lambda < \lambda_{\text{lim}}$.

O seguinte comentário é oportuno. Imagine uma barra reta imediatamente antes da flambagem, com todas as fibras igualmente comprimidas sob $\sigma_{cr} > \sigma_p$. Ao fletir na flambagem, se a força normal for mantida constante as fibras do lado côncavo terão a compressão aumentada, deformando-se com E_t, mas as fibras do lado convexo terão a compressão reduzida, deformando-se com E e não E_t, como preconizado pela teoria do módulo tangente.



No entanto, a teoria continua correta com relação ao experimento porque lá a carga axial é aplicada de maneira sempre crescente, compensando no momento da flambagem o alívio de compressão das fibras do lado convexo oriundo da flexão.