Exame de EDI-32

(25/11/2013 duração: 3 h sem consulta)

1ª Questão (valor: 30%)

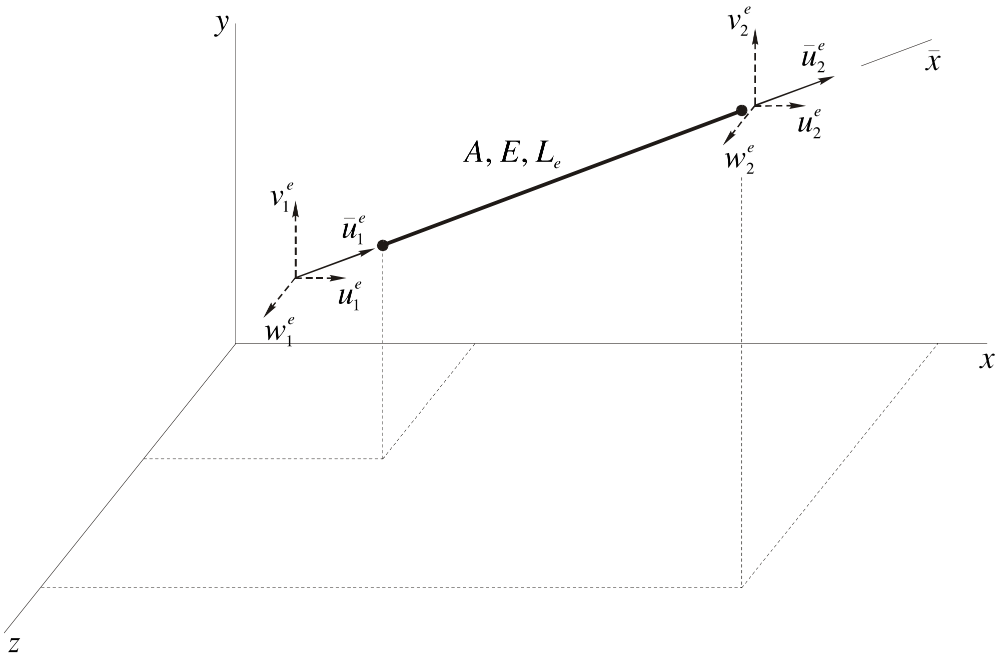
A figura mostra um elemento de barra orientado arbitrariamente no espaço, de comprimento L_e, seção transversal com área constante A e de um material com módulo de Young E. No sistema local (mostrado na figura apenas o eixo $\bar{x}$), a equação do elemento é dada por

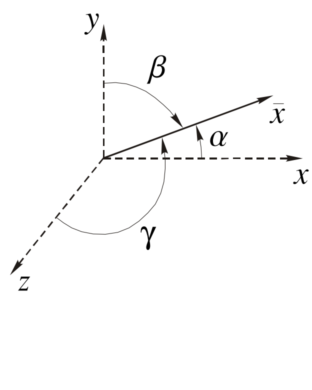
$$\frac{EA}{L_e}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \bar{u}_1^e \\ \bar{u}_2^e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{r}_{x1}^e \\ \bar{r}_{x2}^e \end{Bmatrix}$$

ou, escrita de maneira simbólica,

$$[\bar{k}]\,\{\bar{d}\} = \{\bar{p}\} + \{\bar{r}\} = \{\bar{f}\}\,.$$

Por simplicidade, o vetor $\{\bar{p}\}$ das forças nodais equivalentes é aqui considerado nulo.





(a) Mostre que os deslocamentos nodais $\{d\}$ do elemento no sistema global xyz relacionam-se com os deslocamentos nodais $\{\bar{d}\}$ no sistema local (apenas na direção de $\bar{x}$) por meio de

$$\left\{ \begin{array}{c} \bar{u}_1^e \\ \bar{u}_2^e \end{array} \right\} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \cos\beta & \cos\gamma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\alpha & \cos\beta & \cos\gamma \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{c} u_1^e \\ v_1^e \\ w_1^e \\ u_2^e \\ v_2^e \\ w_2^e \end{array} \right\},$$

onde α, β e γ são os ângulos que o eixo local $\bar{x}$ faz com os eixos globais x, y e z, respectivamente. Ou seja,

$$\{\bar{d}\} = [T]\,\{d\}$$

em que

$$[T] = \begin{bmatrix} l & m & n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l & m & n \end{bmatrix} \qquad l = \cos\alpha \quad m = \cos\beta \quad n = \cos\gamma$$

é a matriz de transformação.

(b) Mostre que a matriz de rigidez do elemento no sistema global é

$$[k] = \frac{EA}{L_e} \begin{bmatrix} [k_0] & -[k_0] \\ -[k_0] & [k_0] \end{bmatrix} \qquad [k_0] = \begin{bmatrix} l^2 & lm & ln \\ lm & m^2 & mn \\ ln & mn & n^2 \end{bmatrix}.$$

2ª Questão (valor: 70%)

Com base na 1ª Questão, determine para a treliça espacial indicada:

(a) os deslocamentos nodais;

(b) as reações de apoio;

(c) a força normal na barra 14.