

Exame de EDI-32

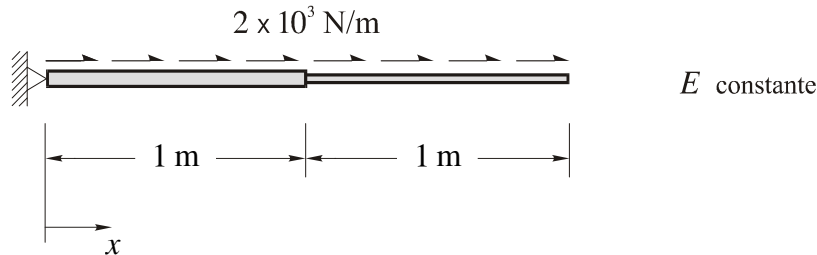
(28/11/2011

duração: 3 h

sem consulta)

1ª Questão (valor: 10%)

A barra da figura está sujeita a uma carga axial uniformemente distribuída de 2×10^3 N/m. A área de sua seção transversal muda bruscamente de $2A$ para A no centro da barra ($A = 8 \times 10^{-5}$ m²).



Mostre, por equilíbrio, que a distribuição de tensão é dada por

$$\sigma(x) = \begin{cases} \frac{2-x}{A} \times 10^3 & 0 < x < 1 \text{ m} \\ \frac{2(2-x)}{A} \times 10^3 & 1 < x < 2 \text{ m}. \end{cases}$$

2ª Questão (valor: 20%)

Determine pelo método de Rayleigh-Ritz a distribuição de tensão

$$\sigma(x) = \frac{N(x)}{A(x)} = \frac{EA(x)u'(x)}{A(x)} = Eu'(x)$$

na barra da 1ª Questão. Adote a aproximação polinomial mais simples possível.

Por causa da mudança brusca da área da seção transversal em $x = 1$ m, a tensão é descontínua neste ponto. Por que essa descontinuidade é um problema, com relação à determinação da tensão, para a aproximação polinomial adotada? O que deverá acontecer, em relação à qualidade da aproximação em relação à solução exata, se polinômios completos de ordem mais elevada forem adotados?

3ª Questão (valor: 35%)

Refaça a 2ª Questão usando como aproximação

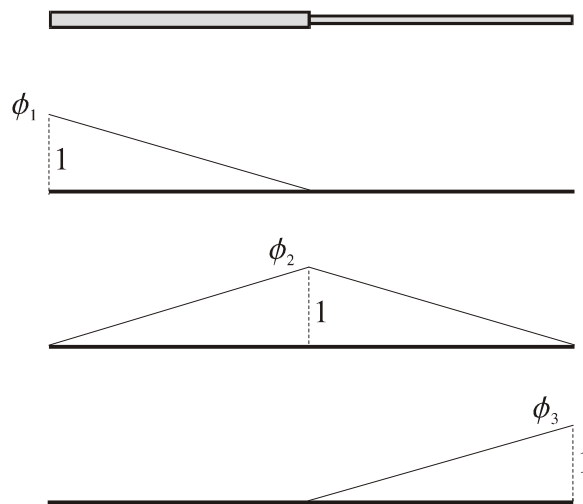
$$u(x) = c_1\phi_1(x) + c_2\phi_2(x) + c_3\phi_3(x),$$

onde

$$\phi_1(x) = \begin{cases} 1-x & 0 \leq x \leq 1 \text{ m} \\ 0 & 1 \leq x \leq 2 \text{ m} \end{cases}$$

$$\phi_2(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 1 \text{ m} \\ 2-x & 1 \leq x \leq 2 \text{ m} \end{cases}$$

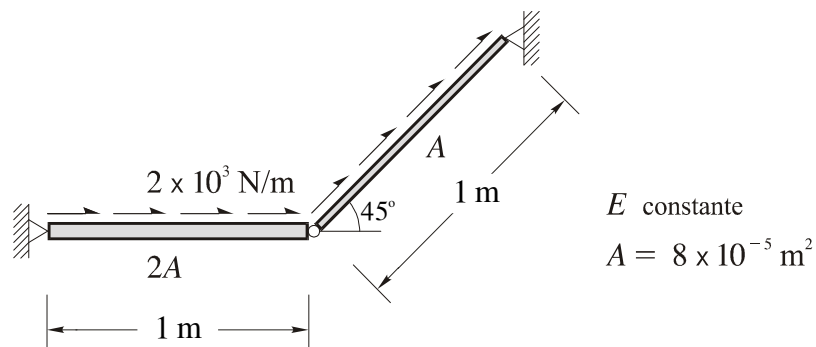
$$\phi_3(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq 1 \text{ m} \\ x-1 & 1 \leq x \leq 2 \text{ m}. \end{cases}$$



O que sugere essa aproximação? Que vantagem ela apresenta com relação à aproximação anterior?

4ª Questão (valor: 35%)

Aplique o método dos elementos finitos para determinar o deslocamento do nó central da treliça plana indicada e a força normal nas extremidades da barra inclinada. Discuta a precisão dos resultados obtidos.



Informações Adicionais

- Para uma barra sob deformação axial:

$$\delta W_i = - \int_0^L N \delta \epsilon_m dx \quad \epsilon_m = \frac{du}{dx} \quad N = EA \epsilon_m.$$

- Equação de uma elemento no sistema local:

$$[\bar{k}] \{\bar{d}\} = \{\bar{p}\} + \{\bar{r}\}.$$

Transformações entre os sistemas local e global:

$$\begin{aligned} \{\bar{d}\} &= [T] \{d\} & \{\bar{p}\} &= [T] \{p\} & \{\bar{r}\} &= [T] \{r\} \\ \{d\} &= [T]^T \{\bar{d}\} & \{p\} &= [T]^T \{\bar{p}\} & \{r\} &= [T]^T \{\bar{r}\} & [k] &= [T]^T [\bar{k}] [T]. \end{aligned}$$

Para um elemento de treliça plana:

$$[T] = \begin{bmatrix} c & s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & s \end{bmatrix} \quad c = \cos \alpha \quad s = \sin \alpha$$

$$[\bar{k}] = \frac{EA}{L_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad [k] = \frac{EA}{L_e} \begin{bmatrix} c^2 & cs & -c^2 & -cs \\ cs & s^2 & -cs & -s^2 \\ -c^2 & -cs & c^2 & cs \\ -cs & -s^2 & cs & s^2 \end{bmatrix}.$$